2007학년도 경찰대학 제1차시험(수리영역)

※ 총 6쪽 25문항입니다. 빠진 쪽이 있는지 확인하여 주십시오.

1. $2007^x = 100$, $0.2007^y = 100$ 일 때, $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. $x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ 일 때, $\frac{x^3-5x^2+6x-3}{x^2-4x+2}$ 의 값은?

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ $-1+\sqrt{3}$
④ $1+\sqrt{3}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

3. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A+E$ 의 역행렬이 $A-3E$ 일 때, A 의 역행렬은?(단, E 는 단위행렬이다.)

① $A-3E$ ② $\frac{1}{2}(A-3E)$
③ $\frac{1}{2}(A-2E)$ ④ $\frac{1}{4}(A-3E)$
⑤ $\frac{1}{4}(A-2E)$

4. 세 점 O(0, 0), A(1, 1), B(1, 9) 가 꼭지점인 삼각형 OAB의 넓이를 직선 $y=k$가 이등분할 때, 상수 k 의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

5. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, $A^{2n}+B^{39} = \begin{pmatrix} 81 & 1 \\ -1 & 81 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 정수 n의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. $0<\theta<\pi$ 일 때, $\sin 3\theta = \cos 5\theta$ 를 만족하는 θ 의 개수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 지수방정식 $(9^x+9^{-x})-(3^x+3^{-x})-10=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $3^\alpha+3^\beta$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 10

8. 자연수 n 에 대하여 $\frac{n(n+1)}{2}$ 을 3으로 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{2007} a_n$ 의 값은?

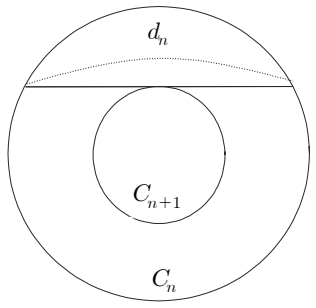
① 661 ② 663 ③ 665 ④ 667 ⑤ 669

9. 여론 조사에서 찬성과 반대 의견이 거의 비슷한 어떤 안건을 투표로 결정하려고 한다. 전체 유권자 10000명 중 최소 a%가 찬성해야 통과되는 것으로 정했을 때, 이 안건이 통과될 확률이 0.0228 이하이기 위한 a 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leqq Z \leqq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

10. 자연수 n 에 대하여 원 $x^2+y^2=(\frac{1}{4})^{n-1}$ 을 C_n 이라 하자. 원 C_{n+1} 의 한 접선에서 원 C_n 의 현에 해당되는 선분의 길이를 d_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ 의 값은?



① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{6}$

11. 3자리의 수인 289 의 각 자리수 2, 8, 9 는 $2 < 8 < 9$ 를 만족한다. 이와 같이 2자리 이상의 자연수 중에서 항상 뒤의 자리수가 바로 앞의 자리수보다 더 큰 수를 오름수라고 하자. 예를 들어 3579 는 오름수이지만 3559 나 3576 은 둘다 오름수가 아니다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 2자리 오름수의 개수는 36 이다.

ㄴ. 4자리 오름수의 개수와 5자리 오름수의 개수는 같다.

ㄷ. 3자리 오름수를 크기순으로 작은 수부터 차례로 나열할 때, 50번째 수는 345 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 다음과 같이 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} n^2 a_n$ 의 값은?

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{1}{3} \\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{3na_n + 1} \end{cases}$$

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

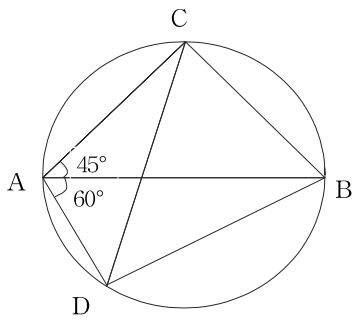
13. $0 \leqq x \leqq 1$ 인 임의의 실수 x 에 대하여 $2f(x)+3f(\sqrt{1-x^2}\,)=x$ 일 때, $f(\frac{1}{3})$ 의 값은?

① $\frac{-2-6\sqrt{2}}{15}$ ② $\frac{-2-3\sqrt{2}}{15}$ ③ $\frac{-2+3\sqrt{2}}{15}$
④ $\frac{2-3\sqrt{2}}{15}$ ⑤ $\frac{-2+6\sqrt{2}}{15}$

14. 사람이 약물을 복용한 후 약물의 혈중 농도는 감소하기 시작한다. 어느 약물의 혈중 농도가 매 10시간마다 $\frac{1}{2}$ 의 비율로 감소한다고 하자. 이 약물의 혈중 농도가 지금의 40%로 줄어드는데 걸리는 시간은?
(단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

① 13시간 20분 ② 13시간 40분 ③ 14시간
④ 14시간 20분 ⑤ 14시간 40분

15. 두 점 A, B를 지름의 양 끝점으로 하는 원 위에 $\angle CAB = 45°$, $\angle DAB = 60°$ 인 두 점 C, D 가 있다.
$\frac{(\triangle CBD \text{의 넓이})}{(\triangle CAD \text{의 넓이})}$ 의 값은?
(단, C, D 는 지름 AB에 대하여 서로 맞은편에 있다.)



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

16. 양의 실수 x에 대하여 $x-[x]$, $[x]$, x가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $x-[x]$의 값은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{-1+\sqrt{6}}{2}$

17. 세 양수 a, b, c에 대하여
$a+b+c=\frac{8}{3}$, $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{7}{4}$ 일 때,
$\frac{a+\frac{1}{3}}{b+c}+\frac{b+\frac{1}{3}}{c+a}+\frac{c+\frac{1}{3}}{a+b}$ 의 값은?

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

18. 연립부등식

$$\begin{cases} 1 < [\log_4 x]^2+[\log_4 y]^2 < 4 \\ x+y<20 \end{cases}$$

을 만족하는 순서쌍 (x, y)중에서 x, y가 모두 정수인 순서쌍의 개수는?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 66 ② 78 ③ 84 ④ 87 ⑤ 91

19. 정칠각형의 꼭지점 중에서 임의로 세 점을 선택할 때, 이 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형이 둔각 삼각형이 될 확률은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

20. 집합 X={1, 2, 3, 4, 5}에서 정의된 함수 $f : X \to X$ 중 $f(1) = 2$, $f(f(1)) = 3$, $f(f(2)) = 1$ 을 만족하는 모든 함수를 f_1, f_2, $\cdots$, f_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{n} f_k(3) f_k(4) f_k(5)$ 의 값은?

① 75 ② 100 ③ 175 ④ 225 ⑤ 250

21. $\sum_{k=1}^{18} k 2^k = 2^p + 2^q + 2^r$ 일 때, $p+q+r$ 의 값은?
(단, p, q, r 은 서로 다른 자연수이다.)

① 35 ② 37 ③ 39 ④ 41 ⑤ 43

22. 서로 다른 세 자연수 x, y, z가 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > 1$ 을 만족할 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 의 최소값은?

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{13}{12}$ ④ $\frac{31}{30}$ ⑤ $\frac{37}{36}$

23. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 가 다음 세 조건을 만족할 때, $f(5)$ 의 값은?
(단, a, b, c, d 는 0이 아닌 실수이고, $ad - bc \neq 0$ 이다.)

(가) $f(1) = 1$
(나) $f(7) = 7$
(다) $x \neq -\frac{d}{c}$인 모든 실수 x에 대하여 $f(f(x)) = x$

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

24. 무승부가 없고, 두 사람이 승패를 겨루는 게임이 있다. 게임에서 지는 사람은 그 다음 게임에 참가하지 않기로 하고, A, B, C 세 사람이 이 게임을 15회 실시한 후, 결과를 다음과 같은 게임성적표에 작성하려고 한다.

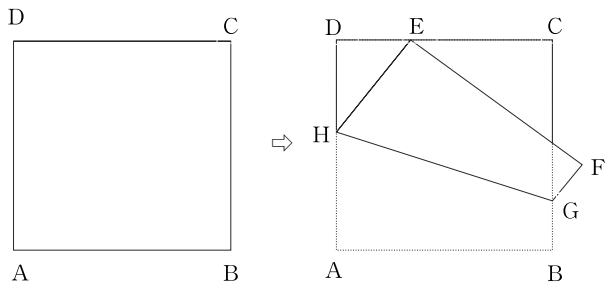
선수 \ 회	1	2	…	15	승 : ○ 패 : × 불참 : △
A			…		
B			…		
C			…		

아래의 세 조건을 만족하는 서로 다른 게임성적표의 개수는?

(가) 첫 게임은 B와 C가 실시하여 B가 이겼다.
(나) 마지막 게임에서는 A가 졌다.
(다) A는 11승, B는 1승을 하였다.

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

25. 한 변의 길이가 1 인 정사각형 모양의 종이 ABCD 에서 점 A 가 변 CD 위에 오도록 한번 접는다. 이 때, 점 A 와 점 B 가 옮겨진 점을 각각 점 E 와 점 F, 접히는 선을 선분 GH 라고 한다. 사다리꼴 EHGF 의 넓이의 최소값은?



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$