수리 영역

1. ④	2. ②	3. ⑤	4. ③	5. ③
6. ①	7. ③	8. ⑤	9. ①	10. ③
11. ⑤	12. ④	13. ⑤	14. ①	15. ②
16. ④	17. ②	18. ②	19. ④	20. ④
21. ⑤	22. 없음	23. ①	24. ③	25. ②

1. 지수와 로그 정답 ④

$007 = 100$에서 $100^{\frac{1}{x}} = 2007$

$0.2007^y = 100$에서 $100^{\frac{1}{y}} = 0.2007$

$100^{\frac{1}{x}} \div 100^{\frac{1}{y}} = 2007 \div 0.2007$

$100^{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}} = 10000$

양변에 상용로그를 취하면

$\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)\log 100 = \log 10000 = 4$

$2\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right) = 4$

$\therefore \frac{1}{x}-\frac{1}{y} = 2$

《다른 풀이》

$2007^x = 100$에서 $x\log 2007 = \log 100$

$x = \frac{\log 100}{\log 2007} = \frac{2}{\log 2007}$

$0.2007^y = 100$에서 $y\log 0.2007 = \log 100$

$y = \frac{\log 100}{\log 0.2007} = \frac{2}{\log 2007 - \log 10000}$

$= \frac{2}{\log 2007 - 4}$

$\therefore \frac{1}{x}-\frac{1}{y} = \frac{\log 2007}{2} - \frac{\log 2007 - 4}{2} = 2$

2. 식과 그 연산 정답 ②

$x = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{3+1+2\sqrt{3}}{3-1}$

$= \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = 2+\sqrt{3}$

$x-2 = \sqrt{3}$ 에서 $x^2-4x+4 = 3$

$\therefore x^2-4x+1 = 0$

그러므로 $x^2-4x+2 = 1$,

$x^3-5x^2+6x-3 = (x^2-4x+1)(x-1)+x-2 = x-2$

$\therefore \frac{x^3-5x^2+6x-3}{x^2-4x+2} = x-2 = \sqrt{3}$

3. 행렬 정답 ⑤

행렬 $+E$의 역행렬이 $A-3E$이므로

$(A+E)(A-3E) = E$

$A^2-2A-3E = E$

$A^2-2A = 4E$

$A(A-2E) = 4E$

$A \cdot \frac{1}{4}(A-2E) = E$

따라서 행렬 A의 역행렬은 $\frac{1}{4}(A-2E)$이다.

4. 방정식과 부등식 정답 ③

$\triangle OAB = \frac{1}{2}\times 8 \times 1 = 4$이므로

$\triangle BCD = 2$이어야 한다. 직선 OB의 방정식이 $y = 9x$이므로

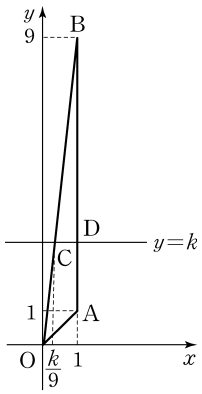
$BD = 9-k$, $\overline{CD} = 1-\frac{k}{9}$

$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2}(9-k)\left(1-\frac{k}{9}\right) = 2$

$(9-k)^2 = 36$

$k-9 = \pm 6$

$\therefore k = 3 (\because k \neq 9)$



5. 행렬 정답 ③

$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3E$

$\therefore A^{2n} = (A^2)^n = 3^n E$

$B^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$

$B^4 = E$

$\therefore B^{39} = (B^4)^9 \cdot B^3 = B^3 = (-E) \cdot B = -B$

그러므로 $A^{2n}+B^{39} = \begin{pmatrix} 3^n & 0 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 81 & 1 \\ -1 & 81 \end{pmatrix}$

$\therefore \begin{pmatrix} 3^n & 0 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 81 & 1 \\ -1 & 81 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 81 & 0 \\ 0 & 81 \end{pmatrix}$

$\therefore n = 4$

6. 삼각함수 정답 ①

$\sin\theta=\cos 5\theta$ 에서 $\cos\left(\frac{\pi}{2}-3\theta\right)=\cos 5\theta$

$\therefore \frac{\pi}{2}-3\theta=2n\pi\pm 5\theta$

(ⅰ) $\frac{\pi}{2}-3\theta=2n\pi+5\theta$ 일 때

$8\theta=\frac{\pi}{2}-2n\pi$

$\therefore \theta=\frac{\pi}{16}-\frac{n\pi}{4}$

이를 만족하는 θ 는 $\frac{\pi}{16}$, $\frac{5\pi}{16}$, $\frac{9\pi}{16}$, $\frac{13\pi}{16}$ 로 4개

(ⅱ) $\frac{\pi}{2}-3\theta=2n\pi-5\theta$ 일 때

$2\theta=2n\pi-\frac{\pi}{2}$

$\therefore \theta=n\pi-\frac{\pi}{4}$

이를 만족하는 θ 는 $\frac{3\pi}{4}$로 1개

따라서 방정식을 만족하는 θ의 개수는 5이다.

7. 지수함수와 로그함수 정답 ③

$3^{x}+3^{-x}=t$라 하면

$(3^{x}+3^{-x})^2=t^2$

$9^{x}+2+9^{-x}=t^2$

$9^{x}+9^{-x}=t^2-2$

그러므로 주어진 방정식은 $(t^2-2)-t-10=0$

$t^2-t-12=0$

$(t-4)(t+3)=0$

$\therefore t=4(\because t\quad 0)$

$3^{x}+3^{-x}=4$에서 $(3^{x})^2+1=4\cdot 3^{x}$

$(3^{x})^2-4\cdot 3^{x}+1=0$

주어진 방정식의 두 근이 α, β이므로 3^{x}의 두 근은 3^{α}, 3^{β}이다.

따라서 $3^{\alpha}+3^{\beta}=4$이다.

8. 수열 정답 ⑤

(ⅰ) $n=3k-2$(k는 자연수)일 때

$n(n+1)=(3k-2)(3k-1)=9k^2-9k+2$이므로

$a_{3k-2}=1$

(ⅱ) $n=3k-1$(k는 자연수)일 때

$n(n+1)=(3k-1)\cdot 3k=9k^2-3k$이므로

$a_{3k-1}=0$

(ⅲ) $n=3k$(k는 자연수)일 때

$n(n+1)=3k(3k+1)=9k^2+3k$이므로

$a_{3k}=0$

$\therefore \sum_{n=1}^{2007} a_n=(1+0+0)+(1+0+0)+\cdots+(1+0+0)$

$=669\ (\because\ 2007\div 3=669)$

9. 확률분포와 통계적 추정 정답 ①

확률변수 $\quad$ 는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10000,\frac{1}{2}\right)$을 따르므로 정규분포 $\mathrm{N}(5000,50^2)$에 가까워진다. 전체 유권자 10000명 중 x명 이상이 찬성한다고 하면, 안건이 통과되기 위해서는

$\mathrm{P}(X\geqq x)\leqq 0.0228$

$=1-0.9772$

$=1-\mathrm{P}(\mathrm{Z}\leqq 2)$

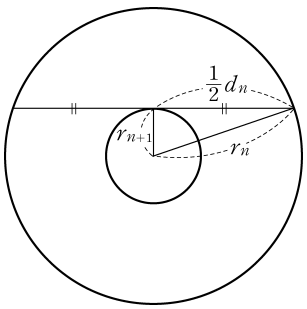
$=\mathrm{P}(\mathrm{Z}\geqq 2)$

$\frac{x-5000}{50}\geqq 2$

$x\geqq 5100$

따라서 $\frac{5100}{10000}\times 100=51(\%)$이다.

10. 수열의 극한 정답 ③



$r_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$, $r_{n+1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$

$\left(\frac{1}{2}d_n\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\Big\}^2-\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{n}\right\}^2$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}=3\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$

$\therefore\ {d_n}^2=12\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$

$\therefore\ d_n=2\quad 3\left(\frac{1}{2}\right)^{n}\ (\because\ d_n>0)$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} d_n=\frac{\sqrt{3}}{1-\frac{1}{2}}=2\sqrt{3}$

11. 순열과 조합 정답 ⑤

ㄱ. 부터 9까지의 자연수 중에서 2개의 수를 골라 작은 수를 십의 자리에 놓으면 2자리 오름수가 되므로 그 개수는 $C_2 = 36$ (참)

ㄴ. 4자리 오름수의 개수 : ${}_9C_4 = 126$

5자리 오름수의 개수 : ${}_9C_5 = 126$ (참)

ㄷ. 첫수가 1일 때, ${}_8C_2 = 28$(개),

첫수가 2일 때, ${}_7C_2 = 21$(개)

따라서 $28+21=49$개이므로 50번째 수는 3으로 시작하는 가장 작은 오름수인 345이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

12. 수열의 극한 정답 ④

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + 3n$$

$$\left\{\frac{1}{a_n}\right\} = \frac{1}{a_1} + \sum_{k=1}^{n-1} 3k = 3 + 3\times\frac{(n-1)n}{2}$$

$$a_n = \frac{2}{3n(n-1)+6}$$

$$\lim_{n\to\infty} n^2 a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^2}{3n(n-1)+6} = \frac{2}{3}$$

13. 함수 정답 ⑤

$2f(x)+3f(\quad 1-x^2\ ) = x$

$x=\frac{1}{3}$일 때 $2f\left(\frac{1}{3}\right)+3f\left(\frac{8}{9}\right)=\frac{1}{3}$ …… ㉠

$x=\sqrt{\frac{8}{9}}$일 때 $2f\left(\sqrt{\frac{8}{9}}\right)+3f\left(\frac{1}{3}\right)=\sqrt{\frac{8}{9}}$ …… ㉡

㉠$\times 2$−㉡$\times 3$을 하면 $-5f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{2-6}{3}\quad 2$

$$\therefore f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{-2+6\sqrt{2}}{15}$$

14. 지수와 로그 정답 ①

처음 약물의 혈중 농도를 라고 하고, 1시간에 r의 비율로 혈중 농도가 감소한다고 하자.

$$A\times r^{10} = \frac{1}{2}A$$

$$\therefore r = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{10}}$$

$$\therefore \log r = -\frac{1}{10}\times\log 2 = -0.03$$

이제, $A\times r^x = A\times\frac{40}{100}$ 인 x를 구하자.

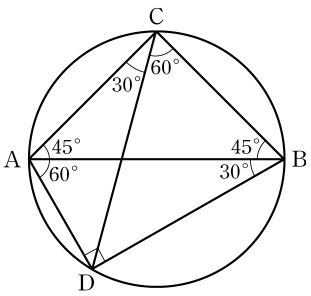
$r^x = \frac{4}{10}$의 양변에 상용로그를 취하면

$x\log r = 2\log 2 - 1$

$$\therefore x = \frac{2\log 2-1}{\log r} = \frac{-0.4}{-0.03} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

따라서 13시간 20분이 걸린다.

15. 삼각함수 정답 ②



$AB = a$, $\overline{AC} = a\sin 45°$, $\overline{AD} = a\cos 60°$

$\overline{BC} = a\sin 45°$, $\overline{BD} = a\cos 30°$

$$\triangle CBD = \frac{1}{2}\overline{BC}\cdot\overline{BD}\sin 75°$$

$$\triangle CAD = \frac{1}{2}\overline{AC}\cdot\overline{AD}\sin 105°$$

$$\frac{\triangle CBD}{\triangle CAD} = \frac{a^2\cdot\sin 45°\cdot\cos 30°\cdot\sin 75°}{a^2\cdot\sin 45°\cdot\cos 60°\cdot\sin 105°}$$

$$= \frac{\cos 30°}{\cos 60°}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

16. 수열 정답 ④

$x = n + a$ (n은 정수, $0 \leq a$ 1)이라고 하면

a, n, $n+a$가 등비수열을 이루므로 $n^2 = a(n+a)$

$a^2 + na - n^2 = 0$

$$\left(\frac{a}{n}\right)^2 + \left(\frac{a}{n}\right) - 1 = 0$$

$$\frac{a}{n} = \frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$0 < \frac{a}{n} < 1$이므로 $\frac{a}{n} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$0 \leq a < 1$이기 위해서는 $n = 1$이 된다.

따라서 $a = x - [x] = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$이다.

17. 식과 그 연산 정답 ②

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)$$

$$=3+\left(\frac{c}{a+b}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}\right)=\frac{14}{3}$$

$$\frac{c}{a+b}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{a+\frac{1}{3}}{b+c}+\frac{b+\frac{1}{3}}{c+a}+\frac{c+\frac{1}{3}}{a+b}$$

$$=\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+b}\right)$$

$$=\frac{5}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{7}{4}=\frac{27}{12}=\frac{9}{4}$$

18. 부등식의 영역 정답 ②

1 $[\log\ x]^2+[\log_4 y]^2<4$

$[\log_4 x]^2$, $[\log_4 y]^2$은 각각 정수의 제곱수이므로

$[\log_4 x]^2+[\log_4 y]^2=2$

$[\log_4 x]^2=1$, $[\log_4 y]^2=1$

(ⅰ) $[\log_4 x]=1$, $[\log_4 y]=1$일 때

$1\leqq\log_4 x<2 \quad \therefore\ 4\leqq x<16$

$1\leqq\log_4 y<2 \quad \therefore\ 4\leqq y<16$

같은 방법으로 하면

(ⅱ) $[\log_4 x]=1$, $[\log_4 y]=-1$일 때

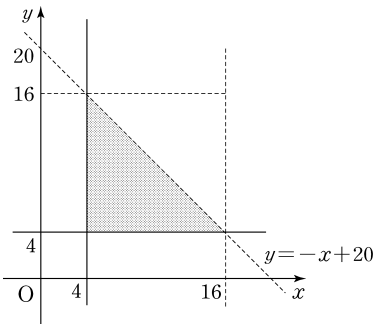
$4\leqq x<16,\quad \frac{1}{4}\leqq y<1$

(ⅲ) $[\log_4 x]=-1$, $[\log_4 y]=1$일 때

$\frac{1}{4}\leqq x<1,\quad 4\leqq y<16$

(ⅳ) $[\log_4 x]=-1$, $[\log_4 y]=-1$일 때

$\frac{1}{4}\leqq x<1,\quad \frac{1}{4}\leqq y<1$

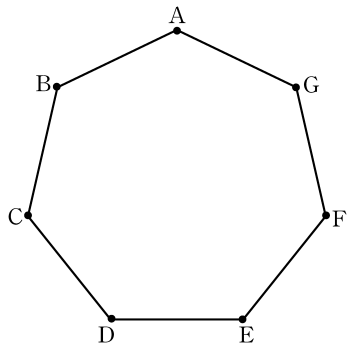


따라서 x, y가 정수가 되는 것은 (ⅰ)뿐이므로 그래프를 만족하는 정수 순서쌍의 개수는

$12+11+\cdots\cdots+1=\frac{12\cdot 13}{2}=78$

19. 확률 정답 ④

정칠각형에서 세 점을 선택해서 만들어지는 삼각형의 개수는 ${}_7C_3=35$



(ⅰ) 두 변이 이웃해 있는 둔각삼각형은 △ABC, △BCD, △CDE, △DEF, △EFG, △FGA, △GAB 로 7개

(ⅱ) AB에 대하여 이웃하지 않는 점 D와 F를 각각 연결하여 만든 둔각삼각형 △ABD, △ABF의 2개가 존재하므로 각 변에 2개씩 총 14개

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{7+14}{35}=\frac{21}{35}=\frac{3}{5}$이다.

20. 함수 정답 ④

$f(1)=2$, $f(f(1))=f(2)=3$, $f(f(2))=f(3)=1$

$\therefore\ f_k(3)=1$

또한, $f(4)$와 $f(5)$는 ~5까지 모든 수를 대응할 수 있으므로 $f_k(4)=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $f_k(5)=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

$$\therefore\ \sum_{k=1}^{n} f_k(3)\cdot f_k(4)\cdot f_k(5)$$

$=(1+2+3+4+5)(1+2+3+4+5)$

$=15^2=225$

21. 수열 정답 ⑤

$\sum_{k=1}^{18} k2^k=2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+18\cdot 2^{18}=$ 라 하면

$2S=2^2+2\cdot 2^3+\cdots+17\cdot 2^{18}+18\cdot 2^{19}$

$S-2S=2+2^2+2^3+\cdots+2^{18}-18\cdot 2^{19}$

$$=\frac{2(2^{18}-1)}{2-1}-18\cdot 2^{19}=2^{19}-2-18\cdot 2^{19}$$

$=-17\cdot 2^{19}-2$

$S=17\cdot 2^{19}+2=16\cdot 2^{19}+2^{19}+2$

$=2+2^{19}+2^4\cdot 2^{19}=2+2^{19}+2^{23}$

$\therefore\ p+q+r=1+19+23=43$

22. 식과 그 연산 정답 無

참고 **문제에서 주어진 조건만으로는 최솟값이 존재하지 않습니다. 문제가 성립하려면 다음의 밑줄 친 부분과 같이 조건이 들어가는 발문이어야 합니다. 또한 아래의 풀이는 조건이 들어갔을 때의 풀이입니다.**

> 이 아닌(또는 1보다 큰) 서로 다른 세 자연수 x, y, z가 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>1$을 만족할 때,
> $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$의 최솟값은?

x $y<z$라고 가정하면

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}>\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>1$이므로 $\frac{3}{x}>1$

$x<3$이므로 $x=2$ $(\because x\neq 1)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>1$

$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>\frac{1}{2}$

$\frac{1}{y}+\frac{1}{y}>\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>\frac{1}{2}$이므로 $\frac{2}{y}>\frac{1}{2}$

$y<4$이므로 $y=3$ $(\because x<y)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{z}>1$

$\frac{1}{z}>\frac{1}{6}$

$z<6$이므로 $z=4$ 또는 $z=5$ $(\because y<z)$

따라서 $x=2$, $y=3$, $z=5$일 때 최솟값을 갖게 된다.

$\therefore \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{31}{30}$

23. 함수 정답 ①

$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$에서 $f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$

$(f\circ f)(x)=x$이므로 $f(x)=f^{-1}(x)$가 성립한다.

$\therefore d=-a$

$f(x)=\frac{ax+b}{cx-a}$에서 $f(1)=1$, $f(7)=7$을 대입하면

$\frac{a+b}{c-a}=1$, $\frac{7a+b}{7c-a}=7$

연립하여 정리하면 $a=4c$, $b=-7c$

$f(x)=\frac{4cx-7c}{cx-4c}=\frac{4x-7}{x-4}$

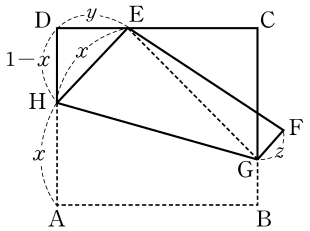
$\therefore f(5)=13$

24. 순열과 조합 정답 ③

		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	△	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	×	△	×
B	○	×	△	×	△	×	△	×	△	×	△	×	△	×	△
C	×	△	×	△	×	△	×	△	×	△	×	△	○	○	○

가 1승이므로 첫 번째 게임 이후로는 ×, △를 번갈아 가며 반복하여 나타나고, A는 11승이므로 첫 번째 게임과 마지막 게임을 제외한 13게임 중에서 위의 표와 같이 B가 △일 때 ×, B가 ×일 때 △인 연속 2게임이 나타나야 한다. 따라서 위의 표의 어두운 부분이 3 ~ 4게임, 5 ~ 6게임, 7 ~ 8게임, 9 ~ 10게임, 11 ~ 12게임, 13 ~ 14게임에서 각각 나타나는 총 6가지의 서로 다른 게임성적표가 존재한다.

25. 함수 정답 ②



△DEH에서 $x^2=y^2+(1-x)^2$

$x=\frac{1}{2}(y^2+1)$

△EGF와 △ECG에서 공통선분 EG는

$\overline{EG}^2=1+z^2=(1-y)^2+(1-z)^2$

$2z=(1-y)^2$

$z=\frac{1}{2}(1-y)^2$

$\square EFGH=\triangle EFG+\triangle EGH$

$=\frac{1}{2}z+\frac{1}{2}x$

$=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}(1-y)^2+\frac{1}{2}(y^2+1)\right\}$

$=\frac{1}{4}(2y^2-2y+2)$

$=\frac{1}{2}\left\{\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right\}$

$=\frac{1}{2}\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{8}$

따라서 $\square EFGH$는 $y=\frac{1}{2}$일 때, 최솟값 $\frac{3}{8}$이다.