2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 문제지

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\dfrac{3^{\sqrt{5}+1}}{3^{\sqrt{5}-1}}$의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

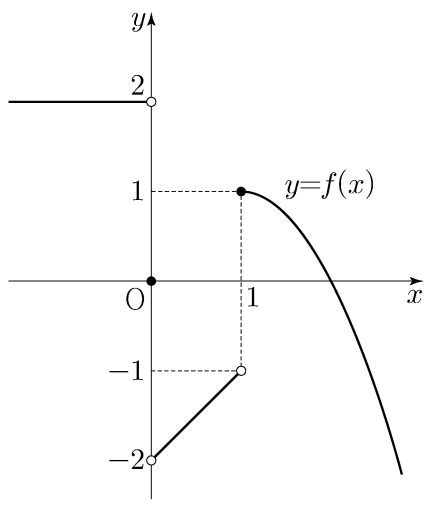
2. $\displaystyle\int_{-1}^{1}(x^3+a)\,dx=4$일 때, 상수 a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $y=2^x$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지날 때, 상수 m의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\displaystyle\lim_{x\to 0-} f(x)-\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta\cos\theta=-\frac{12}{25}$일 때, $\sin\theta-\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

6. 다항함수 $f(x)$가

$$f'(x)=3x^2-kx+1,\quad f(0)=f(2)=1$$

을 만족시킬 때, 상수 k의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 함수

$$f(x)=\begin{cases}x-4 & (x<a)\\ x+3 & (x\geq a)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. 함수 $y=6\sin\frac{\pi}{12}x\,(0\le x\le 12)$의 그래프와 직선 $y=3$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

10. $\frac{1}{2}<\log a<\frac{11}{2}$인 양수 a에 대하여 $\frac{1}{3}+\log\sqrt{a}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? [4점]

① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 갖고,
> 이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. $0<a<b$인 모든 실수 a, b에 대하여

$$\int_a^b (x^3-3x+k)\,dx>0$$

이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{k!}=\frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}$을 구하는 과정이다.

$n=1$일 때, $a_1=S_1=\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{a_1}=2$이다.

$n=2$일 때, $a_2=S_2-S_1=-\frac{7}{6}$이므로 $\sum_{k=1}^{2}\frac{1}{a_k}=\frac{8}{7}$이다.

$n\geq 3$인 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{S_n}{n!}=\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{k!}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{S_k}{k!}=-\frac{\boxed{\text{(가)}}}{(n+1)!}$$

즉, $S_n=-\frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1}$이므로

$$a_n=S_n-S_{n-1}=-\left(\boxed{\text{(나)}}\right)$$

이다. 한편 $\sum_{k=3}^{n}k(k+1)=-8+\sum_{k=1}^{n}k(k+1)$이므로

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}&=\frac{8}{7}-\sum_{k=3}^{n}k(k+1)\\&=\frac{64}{7}-\frac{n(n+1)}{2}-\sum_{k=1}^{n}\boxed{\text{(다)}}\\&=-\frac{1}{3}n^3-n^2-\frac{2}{3}n+\frac{64}{7}\end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(5)\times g(3)\times h(6)$의 값은? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도가

$$a(t)=3t^2-12t+9\ (t\geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$에서의 속도가 k일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 구간 $(3,\infty)$에서 점 P의 속도는 증가한다.
ㄴ. $k=-4$이면 구간 $(0,\infty)$에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

단답형

16. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3 = 7$, $a_2 + a_5 = 16$일 때, a_{10}의 값을 구하시오. [3점]

17. 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f(1) = 2$, $f'(1) = 4$를 만족시킬 때, 함수 $g(x) = (x+1)f(x)$의 $x = 1$에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

18. 두 양수 x, y가

$$\log_2(x+2y)=3, \quad \log_2 x+\log_2 y=1$$

을 만족시킬 때, x^2+4y^2의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^4+kx+10$이 $x=1$에서 극값을 가질 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

20. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3+a_5=0, \quad \sum_{k=1}^{6}(|a_k|+a_k)=30$$

일 때, a_9의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 $\angle ABC=\alpha$, $\angle ADC=\beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{3}{2},\quad \cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3},\quad \overline{OO'}=1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 함수

$$f(x)=x^3-3px^2+q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 (p, q)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다.
(나) 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값은 같다.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x \, dx$의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

24. 정수 k에 대하여 수열 $\{a_n\}$의 일반항을

$$a_n = \left(\frac{|k|}{3} - 2\right)^n$$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$이 수렴하도록 하는 모든 정수 k의 개수는? [3점]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

25. 매개변수 t로 나타낸 곡선

$$x = e^t + 2t,\ y = e^{-t} + 3t$$

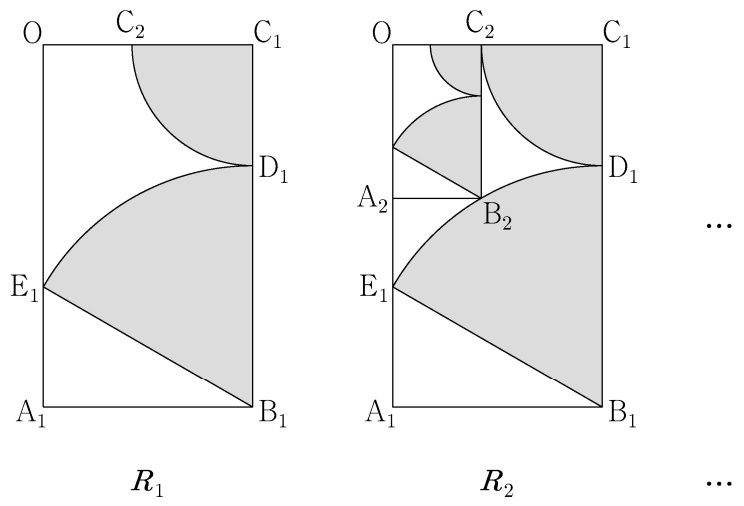
에 대하여 $t = 0$에 대응하는 점에서의 접선이 점 $(10, a)$를 지날 때, a의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

26. 그림과 같이 $\overline{OA_1} = \sqrt{3}$, $\overline{OC_1} = 1$인 직사각형 $OA_1B_1C_1$이 있다. 선분 B_1C_1 위의 $\overline{B_1D_1} = 2\overline{C_1D_1}$인 점 D_1에 대하여 중심이 B_1이고 반지름의 길이가 $\overline{B_1D_1}$인 원과 선분 OA_1의 교점을 E_1, 중심이 C_1이고 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$인 원과 선분 OC_1의 교점을 C_2라 하자. 부채꼴 $B_1D_1E_1$의 내부와 부채꼴 $C_1C_2D_1$의 내부로 이루어진 ◁ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 OA_1 위의 점 A_2, 호 D_1E_1 위의 점 B_2와 점 C_2, 점 O를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $OA_2B_2C_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$에 ◁ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



① $\frac{5+2\sqrt{3}}{12}\pi$ ② $\frac{2+\sqrt{3}}{6}\pi$ ③ $\frac{3+2\sqrt{3}}{12}\pi$

④ $\frac{1+\sqrt{3}}{6}\pi$ ⑤ $\frac{1+2\sqrt{3}}{12}\pi$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

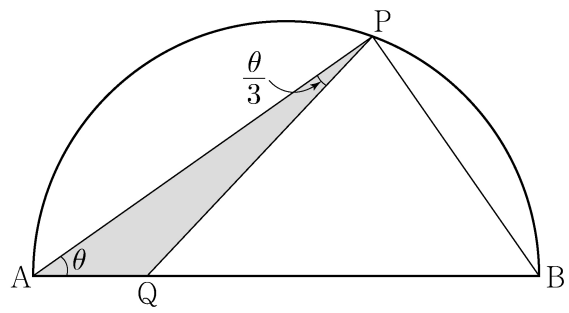
27. 곡선 $y=x\ln(x^2+1)$과 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\ln 2-\frac{1}{2}$ ② $\ln 2-\frac{1}{4}$ ③ $\ln 2-\frac{1}{6}$

④ $\ln 2-\frac{1}{8}$ ⑤ $\ln 2-\frac{1}{10}$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다.

$\angle PAB=\theta$이고 $\angle APQ=\frac{\theta}{3}$일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 PB의 길이를 $l(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{S(\theta)}{l(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]



① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

단답형

29. 함수 $f(x)=e^x+x-1$과 양수 t에 대하여 함수

$$F(x)=\int_0^x \{t-f(s)\}\,ds$$

가 $x=\alpha$에서 최댓값을 가질 때, 실수 α의 값을 $g(t)$라 하자. 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1+e^{g(t)}}\,dt$의 값을 구하시오. [4점]

30. 두 양수 a, $b\,(b<1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+ax & (x\le 0) \\ \dfrac{\ln(x+b)}{x} & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$이라 할 때, 함수 $g(m)$은 다음 조건을 만족시킨다.

> $\lim_{m\to\alpha-} g(m)-\lim_{m\to\alpha+} g(m)=1$을 만족시키는 양수 α가 오직 하나 존재하고, 이 α에 대하여 점 $(b, f(b))$는 직선 $y=\alpha x$와 곡선 $y=f(x)$의 교점이다.

$ab^2=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이고, $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.