2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 문제지

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\dfrac{3^{\sqrt{5}+1}}{3^{\sqrt{5}-1}}$의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

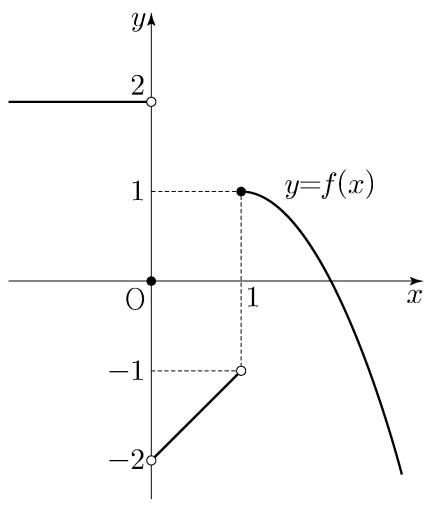
2. $\displaystyle\int_{-1}^{1}(x^3+a)\,dx=4$일 때, 상수 a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $y=2^x$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지날 때, 상수 m의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\displaystyle\lim_{x\to 0-} f(x)-\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta\cos\theta=-\frac{12}{25}$일 때, $\sin\theta-\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

6. 다항함수 $f(x)$가

$$f'(x)=3x^2-kx+1,\quad f(0)=f(2)=1$$

을 만족시킬 때, 상수 k의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 함수

$$f(x)=\begin{cases}x-4 & (x<a)\\ x+3 & (x\geq a)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. 함수 $y=6\sin\frac{\pi}{12}x\,(0\le x\le 12)$의 그래프와 직선 $y=3$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

10. $\frac{1}{2}<\log a<\frac{11}{2}$인 양수 a에 대하여 $\frac{1}{3}+\log\sqrt{a}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? [4점]

① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 갖고,
> 이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. $0<a<b$인 모든 실수 a, b에 대하여

$$\int_a^b (x^3-3x+k)\,dx>0$$

이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{k!}=\frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}$을 구하는 과정이다.

$n=1$일 때, $a_1=S_1=\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{a_1}=2$이다.

$n=2$일 때, $a_2=S_2-S_1=-\frac{7}{6}$이므로 $\sum_{k=1}^{2}\frac{1}{a_k}=\frac{8}{7}$이다.

$n\geq 3$인 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{S_n}{n!}=\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{k!}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{S_k}{k!}=-\frac{\boxed{\text{(가)}}}{(n+1)!}$$

즉, $S_n=-\frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1}$이므로

$$a_n=S_n-S_{n-1}=-\left(\boxed{\text{(나)}}\right)$$

이다. 한편 $\sum_{k=3}^{n}k(k+1)=-8+\sum_{k=1}^{n}k(k+1)$이므로

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}&=\frac{8}{7}-\sum_{k=3}^{n}k(k+1)\\&=\frac{64}{7}-\frac{n(n+1)}{2}-\sum_{k=1}^{n}\boxed{\text{(다)}}\\&=-\frac{1}{3}n^3-n^2-\frac{2}{3}n+\frac{64}{7}\end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(5)\times g(3)\times h(6)$의 값은? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도가

$$a(t)=3t^2-12t+9\ (t\geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$에서의 속도가 k일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 구간 $(3,\infty)$에서 점 P의 속도는 증가한다.
ㄴ. $k=-4$이면 구간 $(0,\infty)$에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

단답형

16. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3 = 7$, $a_2 + a_5 = 16$일 때, a_{10}의 값을 구하시오. [3점]

17. 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f(1) = 2$, $f'(1) = 4$를 만족시킬 때, 함수 $g(x) = (x+1)f(x)$의 $x = 1$에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

18. 두 양수 x, y가

$$\log_2(x+2y)=3, \quad \log_2 x+\log_2 y=1$$

을 만족시킬 때, x^2+4y^2의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^4+kx+10$이 $x=1$에서 극값을 가질 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

20. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3+a_5=0, \quad \sum_{k=1}^{6}(|a_k|+a_k)=30$$

일 때, a_9의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 $\angle ABC=\alpha$, $\angle ADC=\beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{3}{2},\quad \cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3},\quad \overline{OO'}=1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 함수

$$f(x)=x^3-3px^2+q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 (p, q)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다.
(나) 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값은 같다.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점 $\mathrm{P}(1, 3, 4)$를 zx평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하자. 두 점 P와 Q 사이의 거리는? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

24. 좌표평면에서 점 $\mathrm{A}(4, 6)$과 원 C 위의 임의의 점 P에 대하여

$$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2 - \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} = 3$$

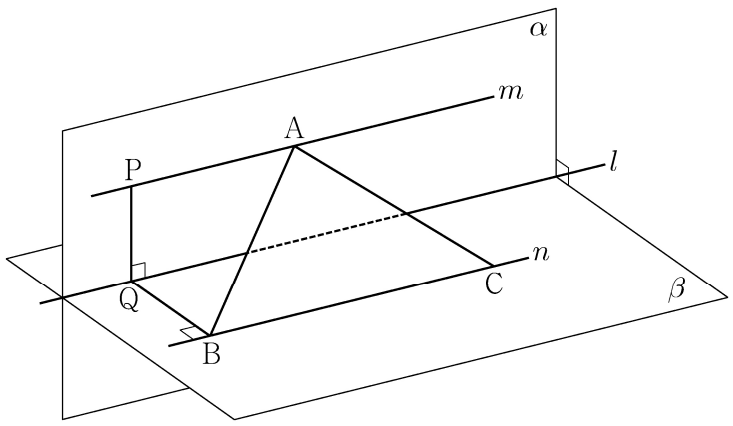
일 때, 원 C의 반지름의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

25. 좌표공간에서 수직으로 만나는 두 평면 α, β의 교선을 l이라 하자. 평면 α 위의 직선 m과 평면 β 위의 직선 n은 각각 직선 l과 평행하다. 직선 m 위의 $\overline{AP}=4$인 두 점 A, P에 대하여 점 P에서 직선 l에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 직선 n에 내린 수선의 발을 B라 하자.
$\overline{PQ}=3$, $\overline{QB}=4$이고, 점 B가 아닌 직선 n 위의 점 C에 대하여 $\overline{AB}=\overline{AC}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

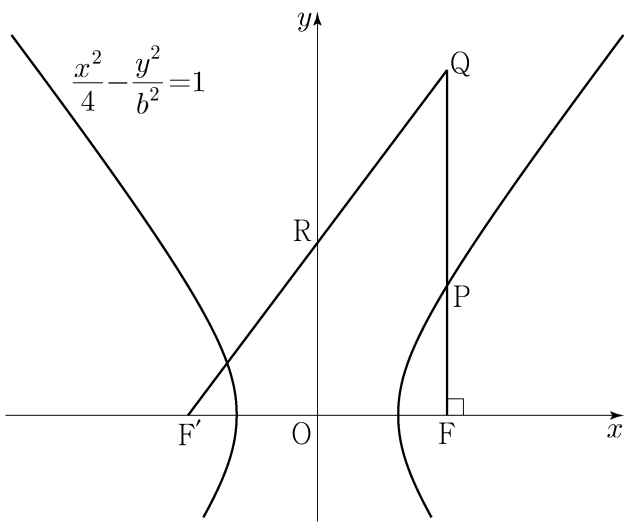


26. 좌표평면에서 타원 $x^2+3y^2=19$와 직선 l은 제1사분면 위의 한 점에서 접하고, 원점과 직선 l 사이의 거리는 $\frac{19}{5}$이다.
직선 l의 기울기는? [3점]

① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{5}{6}$ ③ -1 ④ $-\frac{7}{6}$ ⑤ $-\frac{4}{3}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 있다. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 직선 PF 위에 $\overline{\mathrm{QP}} : \overline{\mathrm{PF}} = 5:3$이 되도록 점 Q를 잡는다. 직선 F′Q가 y축과 만나는 점을 R라 할 때, $\overline{\mathrm{QP}} = \overline{\mathrm{QR}}$이다. b^2의 값은? (단, b는 상수이고, 점 Q는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



① $\frac{1}{2}+2\sqrt{5}$ ② $1+2\sqrt{5}$ ③ $\frac{3}{2}+2\sqrt{5}$

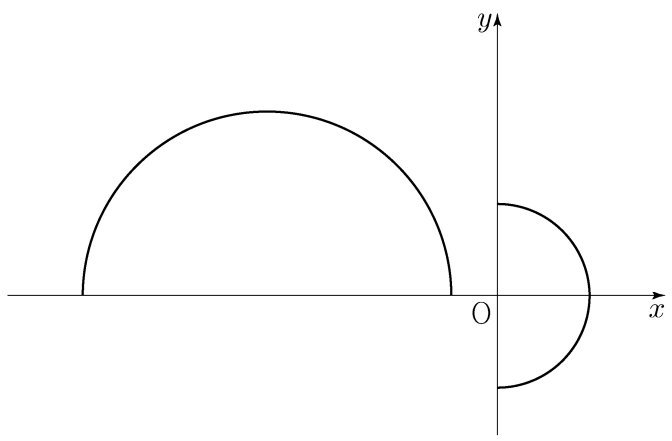
④ $2+2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{5}{2}+2\sqrt{5}$

28. 좌표평면에서 반원의 호 $x^2+y^2=4$ $(x \geq 0)$ 위의 한 점 $\mathrm{P}(a, b)$에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}} = 2$$

를 만족시키는 반원의 호 $(x+5)^2+y^2=16$ $(y \geq 0)$ 위의 점 Q가 하나뿐일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

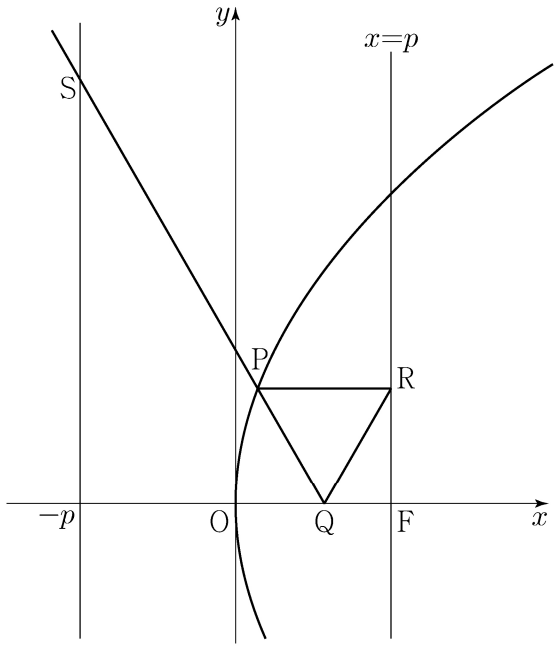
① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{14}{5}$



이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

단답형

29. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 F$(p, 0)$ $(p>0)$인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 P, x축 위의 점 Q, 직선 $x=p$ 위의 점 R에 대하여 삼각형 PQR는 정삼각형이고 직선 PR는 x축과 평행하다. 직선 PQ가 점 S$\left(-p,\ \sqrt{21}\right)$을 지날 때, $\overline{\mathrm{QF}}=\dfrac{a+b\sqrt{7}}{6}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 정수이고, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



30. 좌표공간에서 점 A$(0, 0, 1)$을 지나는 직선이 중심이 C$(3, 4, 5)$이고 반지름의 길이가 1인 구와 한 점 P에서만 만난다. 세 점 A, C, P를 지나는 원의 xy평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은 $\dfrac{q}{p}\sqrt{41}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.