제2교시 수리영역

[인문계 정답]

1.④	2.④	3.③	4.④	5.⑤	6.②	7.①	8.③
9.⑤	10.②	11.③	12.④	13.③	14.⑤	15.⑤	16.①
17.②	18.③	19.①	20.②	21.⑤	22.②	23.①	24.①
25.(-8)	26.(58)	27.(12)	28.(-3)	29.(81)	30.(89.17)		

1. **[출제 의도] 이중근호를 계산할 수 있다.**

$\sqrt{3+\sqrt{8}}=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}=\sqrt{2}+1$

$\sqrt{3-\sqrt{8}}=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$

$=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}=\sqrt{2}-1$

$\therefore\ \sqrt{3+\sqrt{8}}+\sqrt{3-\sqrt{8}}=\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1$

$=2\sqrt{2}$

2. **[출제 의도] 부분집합의 개수를 구할 수 있다.**

$A\cap X=X \Leftrightarrow X\subset A$ 이고

$S(X)\geqq 15$이므로 $15\in X$

따라서 A의 부분집합 중 15가 속해 있는 부분집합의 개수는

$2^4=16$

3. **[출제 의도] 지수와 로그의 성질을 알고 계산할 수 있다.**

$6^{\log x}=2^3\times 3^3=(2\times 3)^3=6^3$

$\therefore\ \log x=3\ \ \therefore\ x=10^3$

4. **[출제 의도] 삼각함수의 값을 구할 수 있다.**

$5\theta=75^\circ$이므로

$\cos^2\theta+\cos^2(5\theta)=\cos^2 15^\circ+\cos^2 75^\circ$

$=\cos^2 15^\circ+\cos^2(90^\circ-15^\circ)$

$=\cos^2 15^\circ+\sin^2 15^\circ=1$

5. **[출제 의도] 사인법칙을 이해할 수 있다.**

사인법칙으로부터

$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=2:3:4$

$=\sin C:\sin A:\sin B$

$\sin C=2k,\ \sin A=3k,\ \sin B=4k\ (k\neq 0)$이라 두면

$\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{4k}{3k}=\frac{4}{3}$

6. **[출제 의도] 다항식을 계산할 수 있다.**

주어진 식의 좌변을 전개하여 정리하면

(좌변)

7. **[출제 의도] 지수의 대소 관계를 비교할 수 있다.**

,

$C=(5^2)^{111}$, $2^4<5^2<3^3$ 이므로

옳은 것은 $A<C<B$

8. **[출제 의도] 접선의 방정식을 이해하여 그 식을 구할 수 있다.**

원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,b)$에서의 접선의 방정식은

$ax+by=5$이고 그 기울기는 $-\frac{a}{b}$ 이므로

$-\frac{a}{b}=2\qquad\therefore\ a=-2b$

한편, 점 $\mathrm{P}(a,b)$는 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점이므로

$a^2+b^2=5$

위 두 식을 연립하여 풀면

$a=2,\ b=-1$ 또는 $a=-2,\ b=1$

$\therefore\ |a|+|b|=2+1=3$

9. **[출제 의도] 합성함수와 역함수를 이해하여 활용할 수 있다.**

$f(f(x))=x$ 이므로 $f(x)=f^{-1}(x)$

$\therefore\ f(3)=f^{-1}(3)=5$

10. **[출제 의도] 근과 계수의 관계를 이해하여 근을 구할 수 있다.**

$x^2-5x+p=0$의 근과 계수의 관계에서

$3+\alpha=5,\ 3\alpha=p$

$\therefore\ \alpha=2,\ p=6$

또, $x^2-px+q=0$의 근과 계수의 관계에서

$\alpha+\beta=p$

$\therefore\ \beta=p-\alpha=6-2=4$

11. **[출제 의도] 행렬의 성질을 이해할 수 있다.**

ㄱ. 반례; $A=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}\neq E$ 이지만

$A^2=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=E\ \ \therefore$ 거짓

ㄴ. $A=E-B$이므로

$AB=(E-B)B=B-B^2$

$BA=B(E-B)=B-B^2\ \ \therefore$ 참

ㄷ. $A^2-A+E=O\Leftrightarrow A(E-A)=E$

$\therefore\ A^{-1}=E-A\ \ \therefore$참

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ

12. **[출제 의도] 등차수열을 이해하여 일반항을 구할 수 있다.**

제 n항 a_n이 양수가 된다면

$a_n=-2002+(n-1)\times 4>0$, 즉 $n>501.5$

그런데, n은 자연수이므로 제502항에서 처음으로 양수가 된다.

13. **[출제 의도] 필요조건, 충분조건을 이해할 수 있다.**

ㄱ. $(x-1)^2=0\Leftrightarrow\ x=1$

$\Leftrightarrow$

따라서 은 이기 위한 충분조건이지 필요조건은 아니다. $\therefore$ 거짓

ㄴ. 이고 $\Leftrightarrow$ $\Rightarrow$ $\therefore$ 참

ㄷ. $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ $\therefore$ 참

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ

14. **[출제 의도] 실생활의 문제를 수학적으로 해결할 수 있다.**

10년 간 피운 담배양은

단축되는 수명 시간은

이 때, 1일은

따라서 단축되는 수명은 $\frac{401500}{1440}=278.8\cdots$이므로

약 280일 단축된다.

15. **[출제 의도] 도형의 성질을 유추할 수 있다.**

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}<\overline{BC}$ 이면 $\angle BAC>\angle BCA$이다.

이 성질을 $\triangle CDE$, $\triangle EFG$, $\triangle GHI$, $\triangle IJA$에 차례로 적용하면

$\angle BAC>\angle BCA>\angle DEC=\angle FEG>\angle FGE=\angle HGI>\angle HIG$

$=\angle JIA>\angle JAI=\angle BAC$

따라서 $\angle BAC>\angle BAC$ 가 되어 모순이다.

$\therefore$ (가), (나)에는 차례로 $\angle DEC$, $\angle HIG$ 이다.

16. **[출제 의도] 수열의 규칙성을 유추할 수 있다.**

N, S의 값을 표를 이용하여 나타내면 아래와 같다.

N	2	4	6	8	…	100
S	0	2	2+4	2+4+6	…	2+4+6+ … +96+98

따라서 인쇄되는 S의 값은 $\sum_{k=1}^{49}2k$ 와 같다.

17. **[출제 의도] 점화식 수열을 수학적 귀납법으로 증명할 수 있다.**

$n=k$일 때 $a_k=\boxed{\frac{2k-1}{k}}$이라 가정하여 $a_{k+1}=\frac{2(k+1)-1}{k+1}$

이 성립함을 보이는 것이므로 $n=\boxed{k+1}$일 때도 성립함을 나타낸다. 따라서 옳은 것은 ②

18. **[출제 의도] 삼각함수의 성질을 증명할 수 있다.**

(가) $0<\sin\theta<1$, $0<\cos\theta<1$ 이므로

$\sin\theta>\sin^2\theta$, $\cos\theta>\cos^2\theta$, $\therefore$ (가)에는 '>'

(나) (가)로부터 $\sin\theta+\cos\theta$가 가장 크다. $\therefore$ (나)에는 $\sin\theta+\cos\theta$

(다) 짧은 두 변의 길이의 합은 다른 가장 긴 변의 길이보다 큼을 보이면 된다.

즉, $\sin\theta\cos\theta+1-(\sin\theta+\cos\theta)$

$=(\sin\theta-1)(\cos\theta-1)>0$ $\therefore$ (다)에는 $\sin\theta\cos\theta$

19. **[출제 의도] 삼각함수의 그래프를 이해할 수 있다.**

$y=2\cos\left(\frac{2\pi}{3}x+\alpha\right)-1$ 은 (1, 0)을 지나므로

$0=2\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)-1$, $\cos\left(\frac{2}{3}\pi+\alpha\right)=\frac{1}{2}$,

$\frac{2}{3}\pi+\alpha=\frac{\pi}{3}$ ($\because -\pi<\alpha<0$) $\therefore$ $\alpha=-\frac{\pi}{3}$

또, 이 그래프가 (β, 0)을 지나므로

$0=2\cos\left(\frac{2\pi}{3}\beta-\frac{\pi}{3}\right)-1$, $\cos\left(\frac{2}{3}\pi\beta-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$,

$\frac{2}{3}\pi\beta-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$ ($\because 1<\beta<$) $\therefore$ $\beta=3$

또한, 이 함수의 주기는 $\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}}=3$, 그래프에서 주기가 이므로

따라서

20. **[출제 의도] 식을 이용하여 최소값 문제를 해결할 수 있다.**

직선 의 방정식은 이므로

$\therefore$

($\because$

)

(단, 등호는 일 때, 점 가 또는 일 때 성립한다.)

따라서, 구하는 최소값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

21. **[출제 의도] 행렬식을 이용하여 도형의 모양을 구할 수 있다.**

$\begin{pmatrix}-a & b\\ b & a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-y\\ x+3y\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-a & b\\ b & a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{pmatrix}-a & b\\ b & a\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=O$

$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-a-1 & b+1\\ b-1 & a-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$

이것이 $x=y=0$ 이외의 해를 갖기 위해서는

$(-a-1)(a-3)-(b+1)(b-1)=0$

$\therefore$ $(a-1)^2+b^2=5$

따라서 점 (a, b)가 그리는 도형의 모양은 원이다.

22. **[출제 의도] 실생활에 행렬을 적용할 수 있다.**

10월에 필요한 축구공과 축구화를 A 가게에서 구입할 때, 구입액의 총합은 $52\times23000+60\times36000$이므로

$XY=\begin{pmatrix}37 & 47\\ 52 & 60\end{pmatrix}\begin{pmatrix}23000 & 28000\\ 36000 & 42000\end{pmatrix}$의 (2, 1)성분과 같다.

.

23. **[출제 의도] 실생활에 연립방정식을 적용하여 풀 수 있다.**

처음 A가 갖고 있던 돈을 x, C가 갖고 있던 돈을 , E가 갖고 있던 돈을 z라고 하면

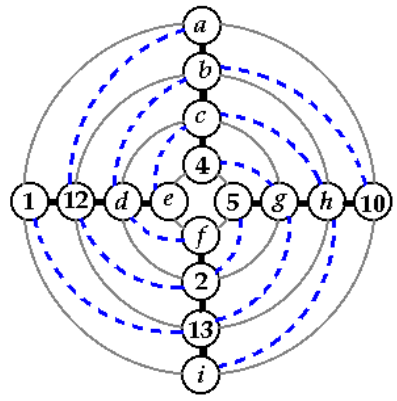
$\frac{x+y}{2}=2000\cdots$㉠, $\frac{y+z}{2}=4000\cdots$㉡, …㉢

위의 세 식을 변변 더하여 정리하면

$x+y+z=9000\cdots$㉣

㉣-2×㉡ 에서 $x=1000$

24. **[출제 의도] 마방진의 성질을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.**



오른쪽 그림에서

(점선)에서 $4+g+13+1=34$

$\therefore$ $g=16$ … (나)

(굵은선)에서

$5+16+h+10=34$

$\therefore$ $h=3$

(가는선)에서 $b+12+13+3=34$

$\therefore$ $b=6$

(점선)에서 $5+2+12+a=34$

$\therefore$ $a=15$

(굵은선)에서 $15+6+c+4=34$

$\therefore$ $c=9$ … (가)

따라서 (가)는 9, (나)는 16

25. **[출제 의도] 행렬의 덧셈, 뺄셈을 할 수 있다.**

$X=B-2A$ 이므로

$X=\begin{pmatrix}0 & -3\\ -2 & 1\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

따라서 의 모든 성분의 합은

26. **[출제 의도] 수의 성질을 이해하여 최소공배수를 구할 수 있다.**

(은 자연수)

각 변에 2를 더하면

가 된다.

따라서 는 3, 4, 5 의 최소공배수이다.

$\therefore$ $\therefore$

27. **[출제 의도] 분수함수의 그래프를 이해할 수 있다.**

함수 $y=\frac{7x+3}{x-5}$ 을 변형하면

$y=\frac{7(x-5)+38}{x-5}=7+\frac{38}{x-5}$ 이므로

이 함수는 점 $(5,\ 7)$에 대하여 대칭이다.

또한 두 직선 l과 m의 교점은 (5, 7)이므로

$5+7=12$

28. **[출제 의도] 가우스 함수의 성질을 이해하여 이차방정식을 풀 수 있다.**

$2[x]^2+[x]-6=0$을 인수분해하면

$([x]+2)(2[x]-3)=0$

그런데 $[x]$는 정수이므로 $[x]=\frac{3}{2}$ (부적당)

그러므로 $[x]=-2$ ∴ $-2\leqq x<-1$

따라서 $\alpha=-2,\quad \beta=-1$이므로 $\alpha+\beta=-3$

29. **[출제 의도] 수열의 규칙성을 찾을 수 있다.**

$S_1=1\times6$

$S_2=(1+3)\times6$

$S_3=(1+3+5)\times6$

$\vdots$

$S_n=\{1+3+5+\cdots+(2n-1)\}\times6=6n^2$

∴ $\frac{S_9}{6}=\frac{6\times9^2}{6}=81$

30. **[출제 의도] 실생활에 일차함수를 적용할 수 있다.**

$x=78$일 때 $y=100$이고, $x=18$일 때 $y=50$이므로

$y=ax+b$에서

$100=78a+b$ … ㉠

$50=18a+b$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $a=\frac{5}{6},\ b=35$

따라서 65점은 $\frac{5}{6}\times65+35=89.166\cdots$ 이므로 변환된 점수는 89.17

[자연계 정답]

1.④	2.④	3.③	4.④	5.⑤	6.②	7.④	8.③
9.⑤	10.②	11.③	12.①	13.⑤	14.⑤	15.⑤	16.①
17.②	18.③	19.①	20.②	21.③	22.②	23.①	24.①
25.(2)	26.(58)	27.(12)	28.(-3)	29.(81)	30.(89.17)		

1. **[출제 의도] 이중근호를 계산할 수 있다.**

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3-\sqrt{8}}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}$

2~6. 인문계와 동일.

7. 인문계 13번과 동일.

8. **[출제 의도] 접선의 방정식을 이해하여 그 식을 구할 수 있다.**

직선 은 원 위의 점 에서의 접선의 방정식이므로 오른쪽 그림과 같이 접선이 지나지 않는 영역은 원의 내부이다.

따라서 구하는 영역의 넓이는 8π

9~10. 인문계와 동일.

11. **[출제 의도] 행렬의 성질을 이해할 수 있다.**

ㄱ. $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$이면 $A-E=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$

$(A-E)^2=O$이지만 $A\neq E$ ∴ 거짓

ㄴ. $A+B=E$에서 $B=E-A$

$AB=A(E-A)=A-A^2$

$BA=(E-A)A=A-A^2$

∴ $AB=BA$

ㄷ. $(A-E)(A-E)=A^2-2A+E$

$=O+E=E$

∴ $A-E$의 역행렬은 $A-E$이다.

12. **[출제 의도] ∑의 성질을 이해하여 그 합을 구할 수 있다.**

이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근이 α, β 이므로

근과 계수의 관계에서 $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=1$

(주어진 식) $=\sum_{k=1}^{10}\left(1-\frac{k}{\alpha}\right)\left(1-\frac{k}{\beta}\right)$

$=\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{\alpha\beta}(\alpha-k)(\beta-k)$

$=\sum_{k=1}^{10}\{k^2-(\alpha+\beta)k+\alpha\beta)\}\quad(\because\ \alpha\beta=1)$

$=\sum_{k=1}^{10}(k^2-3k+1)$

$=\frac{10\cdot11\cdot21}{6}-3\cdot\frac{10\cdot11}{2}+10$

$=230$

13. 인문계 21번과 동일.

14. 인문계와 동일.

15. **[출제 의도] 도형의 성질을 유추할 수 있다**

ㄱ. 사각형 APBO, AOCR는 네 변이 모두 길이가 같은 반지름이므로 마름모이다.

∴ $\overline{PB}//\overline{AO}//\overline{RC}$ ∴ 참

ㄴ. (가)와 같은 방법으로 하면 $\overline{AR}//\overline{BQ}$이고 이므로 사각형 ABQR는 평행사변형이다. ∴ 참

ㄷ. (나)에서 $\overline{AB}=\overline{QR}$

같은 방법으로 하면 $\overline{BC}=\overline{RP},\quad \overline{CA}=\overline{PQ}$

가 되어 $\triangle ABC\equiv\triangle QRP$ ∴ 참

따라서 모두 참이다.

16~20. 인문계와 동일.

21. **[출제 의도] 수의 성질을 이해하여 두 수의 합을 구할 수 있다.**

로 놓으면

이 때,

이므로 는 11의 배수이다.

한편, 보기 ③의 4545는 11의 배수가 아니므로 가 될 수 없다.

[참고]

⑤ $7535=4321+3214$

22~24. 인문계와 동일.

25. **[출제 의도] 역행렬을 알고 행렬의 덧셈, 뺄셈을 할 수 있다.**

$2A+B=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$이므로 $X=A^{-1}$

$\therefore\ X=\begin{pmatrix}-1&0\\2&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-1&0\\2&1\end{pmatrix}$

따라서 행렬 X의 모든 성분의 합은 2이다.

26~30. 인문계와 동일.

[예 · 체능계 정답]

1.④	2.④	3.③	4.④	5.⑤	6.②	7.①	8.③
9.⑤	10.②	11.③	12.④	13.③	14.⑤	15.⑤	16.①
17.⑤	18.③	19.①	20.②	21.④	22.②	23.⑤	24.①
25.(15)	26.(58)	27.(12)	28.(-3)	29.(80)	30.(89.17)		

1~7. 인문계와 동일.

8. **[출제 의도] 접선의 방정식을 이해하여 그 식을 구할 수 있다.**

(2, 1)이 접점이므로 접선의 방정식은

$2x+y=5$

따라서 이 접선에 평행하고 (-1, 3)을 지나는 직선의 방정식은

$2(x+1)+(y-3)=0$

$\therefore\ 2x+y-1=0$

9~10. 인문계와 동일.

11. **[출제 의도] 무리식을 계산할 수 있다.**

$x+y>0$, $xy>0$이므로 x, y는 모두 양수

따라서 $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\frac{x+y}{\sqrt{xy}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

12. **[출제 의도] 로그 방정식을 이해하여 근을 구할 수 있다.**

$\frac{1}{\log_3 x}+\frac{1}{\log_5 x}=\log_x 3+\log_x 5=\log_x 15=\frac{1}{2}$

$\therefore\ 15=\sqrt{x}\quad\therefore\ x=15^2=225$

13~15. 인문계와 동일.

16. **[출제 의도] 일대일 대응을 이해할 수 있다.**

$f:\ A\to A$ 가 일대일 대응이 되기 위해서는 $A=\{x\mid x\geqq a\}$가 정의역이자 치역(공역)이므로 $2a-5=a\quad\therefore a=5$

17. **[출제 의도] 소수의 성질을 증명할 수 있다.**

이 증명은 ‘ 은 소수가 아니다.’를 먼저 보이고 있으므로 귀류법에 의한 증명임을 알 수 있다.

$\therefore$ (가)에는 3의 배수가 아니다.

또한, 이므로

이 되어 (나)에는

18~20. 인문계와 동일.

21. **[출제 의도] 원의 방정식에 관련된 문제를 해결할 수 있다.**

점 C의 좌표를 (a, b)로 놓으면

$a=5$이고 점 B의 좌표는 $(7, b)$이다.

이 때, $\overline{OB}=\sqrt{7^2+b^2}=\sqrt{50}$ 이므로 $7^2+b^2=50$

$\therefore\ b=\pm 1$

그런데 점 B는 제 4사분면 위의 점이므로

따라서 $\overline{AC}=5-(-1)=6$

22. **[출제 의도] 수의 성질을 이해하여 두 수의 합을 구할 수 있다.**

$A=10a+b$ 로 놓으면 $B=10b+a$ 이므로

$A+B=10a+b+10b+a=11(a+b)$ 가 되어 11의 배수가 된다.

따라서 11의 배수가 아닌 것은 122이다.

23. **[출제 의도] 실생활에 연립방정식을 적용하여 풀 수 있다.**

갑과 을이 첫 번째 달에 지불한 금액을 각각 라 하면

두 번째 달에 지불한 금액은 각각 $\frac{3}{5}a$, $\frac{3}{2}b$이다.

이 때 갑, 을이 지불한 총액은 각각

$a+\frac{3}{5}a=\frac{8}{5}a,\quad b+\frac{3}{2}b=\frac{5}{2}b$ 이다.

따라서 $\frac{8}{5}a=\frac{1}{2}(98000-2000)=48000$이므로

즉, 갑이 첫 번째 달에 지불한 금액은 30000원이다.

24. 인문계와 동일.

25. **[출제 의도] 집합의 연산을 이해할 수 있다.**

$A\oplus B=\{x\mid x=a+b,\ a\in A, b\in B\}$

$=\{1+3, 1+4, 2+3, 2+4\}=\{4, 5, 6\}$

따라서 $A\oplus B$의 모든 원소의 합은 $4+5+6=15$

26. 인문계와 동일.

27. **[출제 의도] 분수함수의 그래프를 이해할 수 있다.**

함수 $y=\frac{7x+3}{x-5}$ 을 변형하면

$y=\frac{7(x-5)+38}{x-5}=7+\frac{38}{x-5}$

따라서, (5, 7)에 대하여 대칭이므로 $5+7=12$

28. 인문계와 동일.

29. **[출제 의도] 부등식을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있다.**

가로의 길이를 x, 세로의 길이를 y라고 놓으면

$x+y=100$, $xy\geqq 1600$

이므로 $xy=x(100-x)\geqq 1600$, $x^2-100x+1600\leqq 0$

$(x-20)(x-80)\leqq 0$

$\therefore\ 20\leqq x\leqq 80$

따라서 구하는 변의 최대길이는 80 (cm)

30. 인문계와 동일.