• 2교시 수리 영역 •

"가형" 정답

1	⑤	2	②	3	①	4	④	5	①
6	③	7	②	8	①	9	②	10	⑤
11	⑤	12	⑤	13	②	14	⑤	15	①
16	④	17	④	18	③	19	③	20	③
21	④	22	21	23	49	24	58	25	123
26	24	27	14	28	34	29	12	30	918

해 설

1. [출제의도] 무리수의 연산을 하여 식의 값을 구할 수 있다.

$a+b=2$, $ab=-2$ 이므로

$$a^2+b^2-ab=(a+b)^2-3ab=10$$

2. [출제의도] 행렬의 덧셈과 곱셈, 상수배를 할 수 있다.

$$AB+2E=\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\3&-1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&2\\2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&2\\2&b\end{pmatrix}$$

따라서, $a=3$, $b=-1$이므로 $a+b=2$

3. [출제의도] 무한등비수열의 수렴 조건을 알 수 있다.

수열 $\{(x-2)^n\}$의 공비는 $x-2$이므로

$$-1<x-2\leqq 1 \qquad \therefore 1<x\leqq 3$$

4. [출제의도] 무리식의 극한값을 계산할 수 있다.

$$(\text{주어진식})=\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n^2+3n}-n)(\sqrt{n^2+3n}+n)}{\sqrt{n^2+3n}+n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{3n}{\sqrt{n^2+3n}+n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{3}{\sqrt{1+\frac{3}{n}}+1}=\frac{3}{2}$$

5. [출제의도] 로그의 밑과 진수의 조건을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

로그의 밑은 1이 아닌 양수이므로

$$(x-2)^2\neq 1,\ (x-2)^2>0$$

$$\therefore x\neq 1,\ x\neq 2,\ x\neq 3 \quad \cdots ㉠$$

로그의 진수는 양수이므로

$$-x^2+x+12>0 \text{에서 } x^2-x-12<0$$

$$\therefore -3<x<4 \quad \cdots ㉡$$

㉠, ㉡에서 정수 x의 값은 -2, -1, 0이다.

6. [출제의도] 등비중항을 이용하여 등비수열 문제를 풀 수 있다.

다항식 x^2+ax+a를 $x-2, x, x+1$로 나눈 나머지는 각각

$$p=3a+4,\ q=a,\ r=1$$

이 때, 세 수 p, q, r가 등비수열을 이루므로

$$q^2=pr, \text{ 즉 } a^2=(3a+4)\cdot 1$$

$$\therefore$$

따라서, 근과 계수와의 관계에서 의 값들의 합은 이다.

7. [출제의도] 무한급수의 수렴과 발산을 조사할 수 있다.

첫째항부터 제 항까지의 부분합을 이라 하면

ㄱ. 이므로 은 발산

ㄴ.

$$\therefore \qquad (\text{수렴})$$

ㄷ.

$$=\sqrt{n+1}-1 \qquad \therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\infty \text{ (발산)}$$

8. [출제의도] 등차수열의 합을 구할 수 있다.

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 $a\,(a>0)$, 공차를 d라 하면, S는 첫째항 a, 공차 $2d$, 항의 개수가 11인 등차수열의 합이고, T는 첫째항 $a+d$, 공차 $2d$, 항의 개수가 10인 등차수열의 합이다.

$$S=a_1+a_3+\cdots+a_{21}=\frac{11(2a+20d)}{2}$$

$$T=a_2+a_4+\cdots+a_{20}=\frac{10(2a+20d)}{2}$$

따라서, $S:T=11:10$

9. [출제의도] 행렬의 성질을 알 수 있다.

$(A+B)(A-B)=A^2-AB+BA-B^2$

$=A^2-B^2$이면 $AB=BA$이다.

ㄱ. $AB+BA=O$이면 $AB=-BA$

ㄴ. $(AB)^2=A^2B^2$이면 $A(BA)B=A(AB)B$

에서 A^{-1}, B^{-1}이 존재하므로 $AB=BA$

ㄷ. (반례) $A=B=E$일 때, $AB=BA$이지만

$A+B\neq E$

따라서, 필요충분조건은 ㄴ 뿐이다.

10. [출제의도] 부분집합의 개수를 구할 수 있다.

주어진 조건을 만족하는 순서쌍

$(\phi, \{1,2,3,4,5\})$, $(\{1\}, \{2,3,4,5\})$, …,

$(\{1,2,3,4,5\}, \phi)$

의 개수는 U의 부분집합 A의 개수와 같으므로 32개이다.

11. [출제의도] 수열의 합을 구할 수 있다.

$a_2+a_1=b_2-b_1$

$a_3+a_2=b_3-b_2$

$\vdots$

$a_{10}+a_9=b_{10}-b_9$

위의 식을 변끼리 더하면

$2(a_1+a_2+\cdots+a_{10})-a_1-a_{10}=b_{10}-b_1$

$\therefore$

$$a_1+a_2+\cdots+a_{10}=\frac{1}{2}(a_1-b_1+a_{10}+b_{10})=15$$

12. [출제의도] 등비수열의 합을 구할 수 있다.

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 1, 공비가 r이므로,

$$S_{20}=4S_{10} \text{에서 } \frac{1-r^{20}}{1-r}=4\cdot\frac{1-r^{10}}{1-r}$$

$$(1-r^{10})(1+r^{10})=4(1-r^{10})$$

$$1+r^{10}=4 \qquad \therefore r^{10}=3$$

$$S_{40}=\frac{1-r^{40}}{1-r}=\frac{(1-r^{10})(1+r^{10})(1+r^{20})}{1-r}$$

$$=S_{10}(1+3)(1+9)=40S_{10}$$

13. [출제의도] 순서도에서 인쇄되는 값을 구할 수 있다.

주어진 순서도에서 N, k의 값을 차례대로 적으면 다음과 같다.

N	26	13	14	7	8	4	2	1
k	1	2	3	4	5	6	7	8

14. [출제의도] 약수와 배수를 이용하여 완성형의 문제를 해결할 수 있다.

$\frac{m}{n}$ 이 소수점 아래 셋째 자리까지의 유한소수이므로, 배를 하면 정수가 된다.

은 의 약수이므로, 소인수분해하면 과 같다.

15. [출제의도] 수열의 합의 공식을 이용하여 완성형의 문제를 풀 수 있다.

ii) 일 때,

에서

$$\therefore$$

iii) 일 때,

$$\therefore$$

이 때, $8(n+1)=4\cdot(2n+2)>4(2n+1)$에서

$$8(n+1)>n(n+1)^2$$

$$\therefore\ 8\boxed{>}\,n(n+1)>n^2$$

16. [출제의도] 기울기의 정의를 알고 관련된 문제를 해결할 수 있다.

$\frac{b}{a}$는 원점과 점 (a, b)를 잇는 직선의 기울기이므로, 오른쪽 그림과 같이 $\frac{b}{a}$의 최대값 M과 최소값 m은 점 (a, b)가 각각 점 P와 점 Q에 위치할 때이다.

$$\therefore \theta_1-\theta_2=\angle \text{POQ}=\frac{\pi}{3}$$

17. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수를 이용하여 중점의 좌표를 구할 수 있다.

$\log 25=1+\alpha\ (0<\alpha<1)$라 하면

$$\log\frac{1}{25}=-\log 25=-2+(1-\alpha)$$

따라서, 점 A의 좌표는 , 점 의 좌표는 $(-2,\ 1-\alpha)$이므로, 두 점 의 중점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$이다.

18. [출제의도] 외적상황을 수열로 나타내어 항의 값을 구할 수 있다.

12초 후 공의 이동거리는 (㎝)이다.

두 막대에 적혀 있는 숫자를 차례로

$$\left(\frac{1}{1}\right),\ \left(\frac{2}{1},\frac{1}{2}\right),\ \left(\frac{3}{1},\frac{2}{2},\frac{1}{3}\right),\ \cdots$$

와 같은 군수열로 표현하면 구하고자 하는 공의 위치는 이 수열의 제 48 항에 해당한다.

한편, 제 9 군까지의 항의 개수가

(개)이므로, 제 48 항은 제 군의 제 항이다.

따라서, 12초 후 공의 위치에 해당하는 항은 $\frac{8}{3}$이고 이에 대응되는 그림은 ③번이다.

19. [출제의도] 수열의 관계식을 구하고 수열의 극한값을 구할 수 있다.

n번 시행 후 남아 있는 기름의 양을 라 하면, $a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}+100$ ( )에서

$$a_n-200=\frac{1}{2}(a_{n-1}-200)$$

$$a_n-200=(a_0-200)\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\therefore a_n=200+800\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

따라서, $\lim_{n\to\infty}a_n=200$

20. [출제의도] 지수법칙과 로그의 성질을 이용하여 외적인 상황을 해결할 수 있다.

집의 수는 7, 고양이의 수는 , 쥐의 수는 , 밀알의 수는 7^4에서 $a=7^2\cdot 7^4=7^6$이므로

$$\log_7 a=\log_7 7^6=6$$

21. [출제의도] 로그의 성질을 알고 행렬의 곱셈을 할 수 있다.

사분면의 위치에 있는 수가 와 일 때 대응되는 행렬을 각각 라 하면

따라서, 행렬 의 모든 성분의 합은 이다.

22. [출제의도] 절대값을 포함한 부등식을 풀 수

있다.

$|x-2004| \leqq 10$ 에서

$-10 \leqq x-2004 \leqq 10$

$\therefore 1994 \leqq x \leqq 2014$

따라서, 정수 x의 개수는 21(개)이다.

23. [출제의도] 행렬의 거듭제곱을 차례로 하여 A^n을 추론할 수 있다.

$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

$\vdots$

$\therefore A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2n & 1 \end{pmatrix}$

A^n의 모든 성분의 합이 100이므로

$2n+2 = 100 \qquad \therefore n = 49$

24. [출제의도] 등차수열의 일반항을 이용하여 항의 값을 구할 수 있다.

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면, $a_n = a+(n-1)d$이므로

$\begin{cases} a_2 = a+d = 4 \\ a_6 = a+5d = 16 \end{cases} \qquad \therefore a = 1, d = 3$

$\therefore a_{20} = 1 + (20-1)\times 3 = 58$

25. [출제의도] 최소공배수의 성질을 이용하여 수열의 항의 값을 구할 수 있다.

2, 5의 최소공배수가 10이고, 수열 $\{a_n\}$은

1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, …이므로

1에서 10까지의 자연수 중 4개,

11에서 20까지의 자연수 중 4개,

…

로 이루어진 수열임을 알 수 있다.

따라서, $50 = 4 \cdot 12 + 2$에서

$a_{50} = 10 \cdot 12 + 3 = 123$

26. [출제의도] 두 함수의 그래프의 교점의 개수를 구하여 행렬로 나타낼 수 있다.

i) $i=1$, $j=1$일 때,

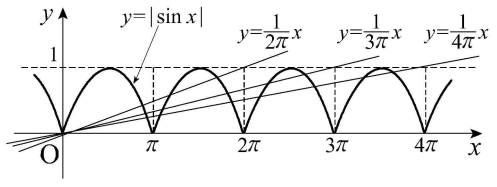
직선은 $y = \frac{1}{2\pi}x$이므로 교점의 개수는 4개

ii) $i=1$, $j=2$ 또는 $i=2$, $j=1$일 때,

직선은 $y = \frac{1}{3\pi}x$이므로 교점의 개수는 6개

iii) $i=2$, $j=2$일 때,

직선은 $y = \frac{1}{4\pi}x$이므로 교점의 개수는 8개



따라서, 구하는 행렬은 $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$이다.

27. [출제의도] 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

(평균) $= \frac{4+7+11+13+15}{5} = 10$

(분산) $= \frac{(-6)^2+(-3)^2+1^2+3^2+5^2}{5} = 16$

(표준편차)

28. [출제의도] 무한등비급수의 합을 구할 수 있다.

의 양변에 상용로그를 취하면

, ×××

따라서, 자연수 의 최소값은 이다.

29. [출제의도] 수열의 관계식에서 각 항의 값을 유추할 수 있다.

$a_1 = \frac{1}{2}$

$a_2 = \frac{1}{1-a_1} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$

$a_3 = \frac{1}{1-a_2} = \frac{1}{1-2} = -1$

$a_4 = \frac{1}{1-a_3} = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$

$\vdots$

따라서, 수열 $\{a_n\}$은 $\frac{1}{2}$, 2, -1이 반복된다.

$a_1 + a_2 + a_3 = \frac{1}{2} + 2 + (-1) = \frac{3}{2}$ 이고

$6 = \frac{3}{2}\times 4$이므로 $k = 3\times 4 = 12$

30. [출제의도] 로그를 이용하여 외적인 문제 상황을 해결할 수 있다.

빛의 투과도가 α일 때 흡광도가 0.316이므로, 관계식에 의해 $0.316 = \log\frac{1}{\alpha}$ 이 성립한다.

따라서 투과도가 $\frac{\alpha}{4}$일 때의 흡광도 A는

$A = \log\frac{4}{\alpha} = 2\log 2 + \log\frac{1}{\alpha}$

$= 2\times 0.301 + 0.316 = 0.918$

'나'형 정답

1	⑤	2	②	3	①	4	②	5	①
6	⑤	7	④	8	③	9	②	10	⑤
11	④	12	②	13	①	14	⑤	15	③
16	④	17	④	18	①	19	③	20	③
21	④	22	21	23	49	24	13	25	23
26	24	27	14	28	12	29	124	30	918

해 설

1~2. '가'형과 같음.

3. [출제의도] 역행렬을 구하고 행렬의 곱셈을 할 수 있다.

$AB^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 4 \end{pmatrix}$

4. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 두 수의 크기를 비교할 수 있다.

ㄱ. $(\sqrt{2})^{2\sqrt{2}} = \{(\sqrt{2})^2\}^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2}} \neq (2\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$

ㄴ. $(\sqrt{3})^{3\sqrt{3}} = \{(\sqrt{3})^3\}^{\sqrt{3}} = (3\sqrt{3})^{\sqrt{3}}$

ㄷ .

$(\sqrt{5})^{5\sqrt{5}} = \{(\sqrt{5})^5\}^{\sqrt{5}} = (25\sqrt{5})^{\sqrt{5}} \neq (5\sqrt{5})^{\sqrt{5}}$

따라서 옳은 것은 ㄴ 뿐이다.

5. '가'형과 같음.

6. [출제의도] 거듭제곱근의 뜻을 알고 그 값을 구할 수 있다.

① $\sqrt[4]{81} = \sqrt{9} = 3$

∴거짓

② $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$ ∴거짓

③ 16의 네 제곱근은 ± 2, $\pm 2i$이다. ∴거짓

④ 의 제곱근은 이다. ∴거짓

⑤ 이므로 은 의 세 제곱근 중 하나이다. ∴참

7. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이용하여 행렬의 성분의 합을 구할 수 있다.

이고

따라서, 의 모든 성분의 합은

8. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

을 (가)에 쓸 수 있는

수라 하자. 가로의 곱과 세로의 곱을 곱하면

$2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^6 \cdot 2^7 \cdot 2^8 \cdot 2^x = 2^{35+x}$

2^{35+x}는 완전제곱수이므로 는 홀수이다.

i) $x=3$ 인 경우

세로의 곱은 $(2^{35+3})^{\frac{1}{2}} = 2^{19}$이지만, (가)에 2^3

을 쓰면 위, 아래 칸의 곱이 이 되지 못하므로 성립하지 않는다.

ii) $x=5$ 일 경우

세로의 곱은 $(2^{35+5})^{\frac{1}{2}} = 2^{20}$이고, 이 경우는 (가)의 위, 아래 칸에 2^7과 을 쓰면 된다.

iii) $x=7$ 일 경우

세로의 곱은 $(2^{35+7})^{\frac{1}{2}} = 2^{21}$이고, 이 경우는 (가)의 위, 아래 칸에 2^6과 을 쓰면 된다.

따라서, i), ii), iii)에서

9~10. '가'형과 같음.

11. [출제의도] 방정식의 근과 로그의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구할 수 있다.

$x^2 + x + 1 = 0$의 두 근이 , 이므로

$\omega + \overline{\omega} = -1$,

$A = 1 - \omega - \overline{\omega} + \omega\overline{\omega} = 1 - (\omega + \overline{\omega}) + \omega\overline{\omega} = 3$

$\therefore 2^{\log_2 A} = 2^{\log_2 3} = 3$

12. [출제의도] 제시된 문제의 규칙에 따라 조건을 만족하는 행렬을 추론할 수 있다.

오른쪽 그림에서와 같이 정사각형 내부의 임의의 점 에 대하여 $a = ps$, $b = rs$, $c = pq$, $d = qr$이므로

점 P에 대응하는 행렬 는

$A = \begin{pmatrix} ps & rs \\ pq & qr \end{pmatrix}$이다.

이 때, $ps \cdot qr - pq \cdot rs = 0$이므로 행렬 의 역행렬은 존재하지 않는다.

따라서, 정사각형 내부의 모든 점 에 대응하는 행렬 A의 역행렬은 존재하지 않으므로 ㄴ만 참이다.

13. [출제의도] 행렬과 역행렬의 관계를 이용하여 완성형의 증명을 할 수 있다.

$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$에 대응하는 유리함수를 $g(x)$라 하면

$g(x) = \frac{\frac{1}{ad-bc}(dx-b)}{\frac{1}{ad-bc}(-cx+a)} = \boxed{\frac{dx-b}{-cx+a}}$

$f(g(x)) = \frac{a\left(\boxed{\frac{dx-b}{-cx+a}}\right)+b}{c\left(\boxed{\frac{dx-b}{-cx+a}}\right)+d}$

$= \frac{(ad-bc)x}{ad-bc} = \boxed{x}$

또한, $g(f(x)) = \boxed{x}$이므로 는 함수 의 역함수이다.

14. '가'형과 같음.

15. [출제의도] 두 점이 서로 다른 영역에 속하는 조건을 알 수 있다.

라 하면,

이어야 한다.

이므로 ∴

따라서 정수 는 이다.

16~17. '가'형과 같음.

18. [출제의도] 삼각함수의 값을 구할 수 있다.

변 위에 가

되도록 점 를 잡으면

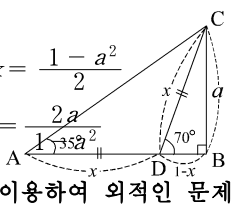
,

이므로, 에서

$a^2+(1-x)^2=x^2$

$\therefore x=\dfrac{1+a^2}{2}$, $1-x=\dfrac{1-a^2}{2}$

따라서, $\tan 70^\circ=\dfrac{a}{1-x}=\dfrac{2a}{1-a^2}$



19. [출제의도] 상용로그를 이용하여 외적인 문제 상황을 해결할 수 있다.

1 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)$

2 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)^2$

⋮

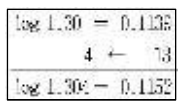
9 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)^9$

상용로그표에서 비례부분을 이용하여 계산하면

$\log 1.03^9=9\log 1.03$

$=0.1152$

$=\log 1.304$



$1.03^9=1.304$ 이므로,

$20000\times 1.304=26080$ (원)

20~23. '가'형과 같음.

24. [출제의도] 행렬을 이용하여 연립방정식을 풀 수 있다.

$\begin{pmatrix} a & 3a+1 \\ 4 & a-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$의 해가 무수히 많으므로

$a(a-1)-4(3a+1)=0$ $\therefore$

$a^2-13a-4=0$

근과 계수와의 관계에서 a의 값들의 합은 13

25. [출제의도] 역행렬이 존재하지 않는 조건을 알 수 있다.

행렬$\begin{pmatrix} a & b \\ c & 1 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않으므로

$a-bc=0$ $\therefore a=bc$

즉, b와 c는 a의 약수이므로, 10 보다 작은 자연수 a, b, c를 구하면

ⅰ) $a=1$일 때 ⇨ 1(개)

ⅱ) $a=2, 3, 5, 7$ 일 때 ⇨ $2\times 4=8$(개)

ⅲ) $a=4, 9$ 일 때 ⇨ $3\times 2=6$(개)

ⅳ) $a=6, 8$ 일 때 ⇨ $4\times 2=8$(개)

따라서 구하는 세 자리 자연수의 개수는

$1+8+6+8=23$(개)

26~27. '가'형과 같음.

28. [출제의도] 이차함수의 성질을 이용하여 방정식의 근을 구할 수 있다.

△ABC 와 △ACD 의 높이는 같고, 넓이의 비가 1 : 2 이므로, 두 밑변의 비 $\overline{AB}:\overline{CD}=1:2$

$A(-a, a^2)(a>0)$라 하면, $C(2a, 4a^2)$이고

$\overline{AC}=\sqrt{(3a)^2+(3a^2)^2}=6\sqrt{5}$

양변을 제곱하여 정리하면, $a^4+a^2-20=0$

$(a^2+5)(a^2-4)=0$ $\therefore a=2$

따라서, B(2 , 4), C(4 , 16) 이므로 사다리꼴 ABCD 의 높이는 12 이다.

29. [출제의도] 수학 외적상황을 행렬로 나타낼 수 있다.

$x+y=90$ … ㉠

$\dfrac{123x+132y}{90}=128$에서 $123x+132y=90\times 128$ … ㉡

연립방정식 ㉠, ㉡을 행렬로 나타내면

따라서 , $\therefore$

30. '가'형과 같음.