2004학년도 9월 고2 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시 수 리 영 역

‘가’형	성명		수험번호						2				1

○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. $a=1+\sqrt{3}$, $b=1-\sqrt{3}$일 때, a^2+b^2-ab의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

2. 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$에 대하여

$$AB+2E=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & b \end{pmatrix}$$

라 할 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (단, E는 단위행렬이다.) [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

3. 무한등비수열 $\{(x-2)^n\}$이 수렴하는 x의 값의 범위는? [2점]

① $1<x\leq 3$ ② $1<x<3$ ③
④ $1<x\leq 2$ ⑤ $1<x<2$

4. $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+3n}-n)$의 값은? [3점]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

5. $\log_{(x-2)^2}(-x^2+x+12)$가 정의되도록 x의 값을 정할 때, 정수 x의 개수는? [3점]

① 3 ② 5 ③
④ 7 ⑤ 9

6. 다항식 x^2+ax+a를 $x-2$, x, $x+1$로 나눈 나머지를 각각 p, q, r라 하자. 세 수 p, q, r가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 상수 a의 값들의 합은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

7. <보기>의 무한급수 중에서 수렴하는 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

8. 양의 실수로 이루어진 등차수열 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{21}$에서 홀수 번째 항들의 합을 S, 짝수 번째 항들의 합을 T라 할 때, $S : T$는? [3점]

① 11 : 10 ② 10 : 11 ③
④ 20 : 21 ⑤ 11 : 21

9. 역행렬이 존재하는 두 이차 정사각행렬 , 에 대하여

$$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$$

이 성립하기 위한 필요충분조건을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E는 단위행렬, O는 영행렬이다.) [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $AB+BA=O$

ㄴ. $(AB)^2=A^2B^2$

ㄷ. $A+B=E$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$의 두 부분집합 A, B가

$$A \cup B = U,\ A \cap B = \phi$$

을 만족할 때, A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수는? (단, ϕ는 공집합이다.) [3점]

① 8 ② 16 ③ 20
④ 25 ⑤ 32

11. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$a_1 = b_1,$$
$$a_{10} + b_{10} = 30,$$
$$a_{n+1} + a_n = b_{n+1} - b_n \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$의 값은? [4점]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 10 ⑤ 15

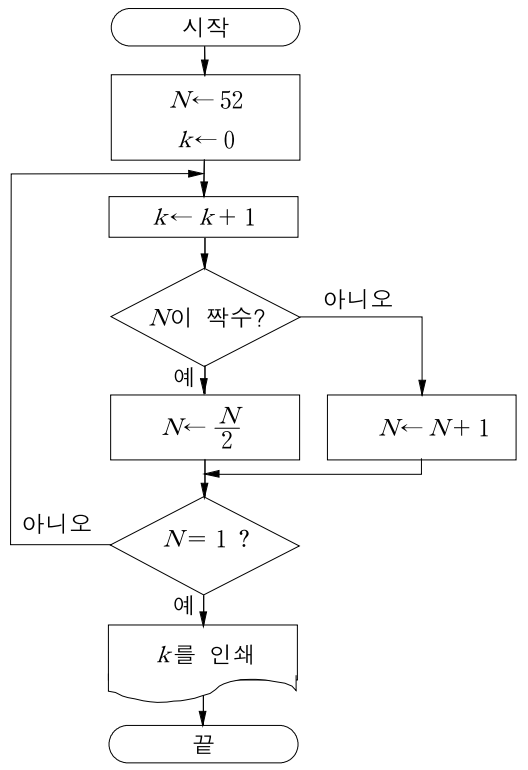
12. 첫째항이 1, 공비가 r인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 이면

$$S_{40} = \square S_{10}$$

이다. □에 알맞은 수는? (단, $r \neq \pm 1$) [4점]

① 8 ② 16 ③
④ 32 ⑤ 40

13. 다음 순서도에서 인쇄되는 k의 값은? [3점]



① 7 ② 8 ③
④ ⑤

14. 다음은 $0 < m < n$인 자연수 m, n에 대하여 기약분수 $\frac{m}{n}$이 소수점 아래 셋째 자리까지의 유한소수가 되기 위한 조건을 구하는 과정의 일부이다.

> 기약분수 $\frac{m}{n}$이 소수점 아래 셋째 자리까지의 유한소수라 할 때, $\frac{m}{n}$을 [(가)]배 하면 정수가 된다. 이 정수를 k라 하면 $\frac{m}{n} \times$ [(가)] $= k$이다.
>
> 이 때, m과 n은 서로소이므로, n은 [(가)]의 약수이다. 따라서 n을 소인수분해하면 $n =$ [(나)]와 같이 된다.
>
> … (이하 생략) …

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	m	5^{α} $(\alpha = 0, 1, 2, 3)$
②	m	$2^{\alpha} \cdot 5^{\beta}$ $(\alpha = 0, 1, 2, 3,\ \beta = 0, 1, 2, 3)$
③	10^3	2^{α} $(\alpha = 0, 1, 2, 3)$
④	10^3	5^{α} $(\alpha = 0, 1, 2, 3)$
⑤	10^3	$2^{\alpha} \cdot 5^{\beta}$ $(\alpha = 0, 1, 2, 3,\ \beta = 0, 1, 2, 3)$

15. 다음은 등식

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 2n = 1^k + 2^k + 3^k + \cdots + n^k$$

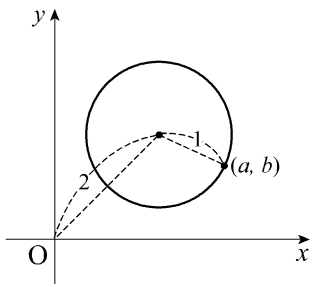
을 만족하는 자연수 n, k의 값을 구하는 과정이다.

> i) $k = 1$일 때,
>
> 임의의 자연수 n에 대하여 주어진 등식은 성립하지 않는다.
>
> ii) $k = 2$일 때,
>
> $\frac{2n(2n+1)}{2} = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$이므로
>
> $n =$ [(가)]
>
> iii) $k \geqq 3$일 때,
>
> $$1 + 2 + 3 + \cdots + 2n = 1^k + 2^k + 3^k + \cdots + n^k \geqq 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3$$
>
> 즉, $\frac{2n(2n+1)}{2} \geqq \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$이므로
>
> $4(2n+1) \geqq$ [(나)]
>
> 이 때, $8(n+1) > 4(2n+1)$이므로
>
> 8 [(다)] $n(n+1) > n^2$
>
> 그러므로, $n \leqq 2$일 때만 주어진 등식이 성립할 수 있다. 그런데,
>
> $n = 1$이면 등식 $1 + 2 = 1^k$은 성립하지 않는다.
>
> $n = 2$이면 등식 $1 + 2 + 3 + 4 = 1^k + 2^k$은 성립하지 않는다.
>
> 따라서, i), ii), iii)에서 주어진 등식을 만족하는 k의 값은 $n =$ [(가)], $k = 2$뿐이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	5	$n(n+1)^2$	$>$
②	5	$n^2(n+1)$	$>$
③	5	$n(n+1)^2$	$<$
④	6	$n^2(n+1)$	$<$
⑤	6	$n(n+1)^2$	$>$

16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심에서 원점까지의 거리가 2인 원이 제1사분면 위에 있다.



이 원 위의 임의의 점 (a, b)에 대하여 $\frac{b}{a}$의 최대값을 M, 최소값을 m이라 하자. $\tan\theta_1 = M$, $\tan\theta_2 = m$을 만족하는 θ_1, θ_2에 대하여 $\theta_1 - \theta_2$의 값은? (단, $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$, $0 < \theta_2 < \frac{\pi}{2}$) [4점]

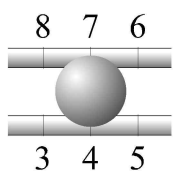
① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{5}$ ③ $\frac{\pi}{4}$
④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

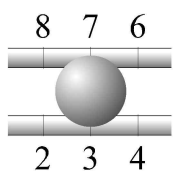
17. 좌표평면에서 $\log 25$의 지표와 가수를 각각 x좌표, y좌표로 하는 점을 A, $\log \frac{1}{25}$의 지표와 가수를 각각 x좌표, y좌표로 하는 점을 B라 하자. 이 때, 두 점 A, B의 중점의 좌표는? (단, 로그는 상용로그이다.) [3점]

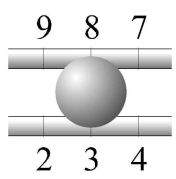
① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ ② $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ ③ $(0, 0)$
④ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ⑤ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

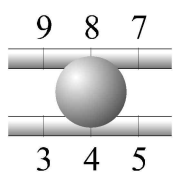
18. 그림과 같이 1㎝ 간격인 눈금에 숫자가 규칙적으로 표시되어 있는 평행한 두 막대 사이에 공이 정지되어 있다. 이 공이 오른쪽 방향으로 4㎝/초의 일정한 속도로 두 막대 사이를 굴러갈 때, 구르기 시작한 후 초일 때의 순간의 공의 위치는? [4점]

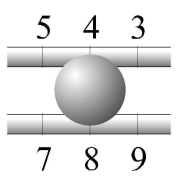


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

19. 어떤 공장의 기름 탱크에 $1000\,l$의 기름이 들어있다. 매일 기계를 가동하여 작업하는 동안 기름 탱크에 들어있는 기름의 양의 $\frac{1}{2}$을 사용하고, 작업이 끝나면 $100\,l$의 기름을 보충한 후 기름 탱크에 들어있는 기름의 양을 기록한다고 한다. 이와 같은 과정을 한없이 반복할 때, 기록되는 기름의 양의 극한값은? (단, 단위는 l이다.) [4점]

① 150 ② 180 ③ 200
④ 220 ⑤ 250

20. 다음은 기원전 17세기경 이집트 수학책『린드 파피루스』에 실려 있던 수학 퍼즐의 일부이다.

> 일곱 채의 집이 있다.
> 집집마다 각각 일곱 마리의 고양이가 있다.
> 고양이들은 각각 일곱 마리의 쥐를 잡았다.
> 쥐들은 각각 일곱 개의 밀알을 먹었다.
> ⋮

이 퍼즐에 나오는 고양이의 수와 밀알의 수를 곱한 값을 a라 할 때, $\log_7 a$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

21. 그림과 같이 두 선분에 의해 4등분된 원판 위에 시계 반대방향으로 숫자 $2, 4, 8, 16$이 쓰여져 있다. 원판이 원점을 중심으로 회전하여 정지한 후, 원판의 제2사분면의 위치에 있는 수를 m, 제i사분면의 위치에 있는 수를 $a_i\,(i=1,2,3,4)$라 할 때, 이에 대응되는 행렬을

$$\begin{pmatrix} \log_m a_2 & \log_m a_1 \\ \log_m a_3 & \log_m a_4 \end{pmatrix}$$

라 하자.

예를 들면, 제2사분면의 위치에 있는 수가 $\quad$ 일 때 대응되는 행렬은 $\begin{pmatrix} \log_2 2 & \log_2 16 \\ \log_2 4 & \log_2 8 \end{pmatrix}$이다.

제2사분면의 위치에 있는 수가 2, $\quad$ 일 때, 대응되는 행렬을 각각 A, B라 하자. 이 때, 행렬 $\quad$의 모든 성분의 합은? (단, 원판이 정지할 때 원판에 그려진 두 선분은 반드시 좌표축 위에 놓여진다.) [4점]

① 9 ② $\frac{19}{2}$ ③
④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 11

단답형(22~30)

22. 부등식 $\quad$ 을 만족하는 정수 $\quad$의 개수를 구하시오. [3점]

23. 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 A^n의 모든 성분의 합이 100일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2=4$, $a_6=16$을 만족할 때, a_{20}의 값을 구하시오. [3점]

25. 자연수 1, 2, 3, … 에서 2의 배수, 의 배수를 제외하고 남은 수들을 작은 수부터 차례로 나열하여 얻어진 수열

1, 3, 7, 9, 11, …

을 $\{a_n\}$이라 하자. 이 때, a_{50}의 값을 구하시오. [4점]

26. 이차 정사각행렬 A의 (i, j)성분 a_{ij}(, , , 2)는 곡선 $y=|\sin x|$와 직선 $y=\frac{1}{(i+j)\pi}x$의 교점의 개수를 나타낼 때, 행렬 A의 모든 성분의 합을 구하시오.

[4점]

27. 다섯 개의 수 4, 7, 11, 13, 15의 평균과 표준편차의 합을 구하시오. [3점]

28. 무한급수 $P(x) = x + x^2 + \cdots + x^n + \cdots$ 와 이 무한급수의 제 n항까지의 부분합 $P_n(x) = x + x^2 + \cdots + x^n$에 대하여

$$P\left(\frac{1}{2}\right) - P_n\left(\frac{1}{2}\right) < \frac{1}{10^{10}}$$

을 만족하는 자연수 n의 최소값을 구하시오.
(단, $\log 2 = 0.3010$로 계산한다.) [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$을 다음과 같이 정의한다.

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{1 - a_n} \ (n = 1, \ , \ , \cdots)$$

이 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_k = 6$을 만족하는 자연수 k의 값을 구하시오. [4점]

30. 빛이 물질을 통과할 때 흡수나 산란 등에 의하여 빛의 세기가 변하는 정도를 흡광도라 한다. 흡광도는 입사광의 세기와 투사광의 세기의 비로 정의되는 투과도의 역수에 대한 상용로그값이다. 즉,

$$(\text{흡광도}) = \log \frac{1}{(\text{투과도})}$$

이러한 흡광도는 각종 화학 물질의 분석에 사용되는데, 같은 물질이라도 입사광의 파장에 따라 그 값이 달라진다.

투과도가 α일 때 흡광도가 0.316인 용액에 대해 투과도가 $\frac{\alpha}{4}$가 되도록 입사광의 파장을 변화시켰을 때의 흡광도를 A라 하자. 이 때, $1000A$의 값을 구하시오.
(단, $\log 2 = 0.301$로 계산한다.) [4점]

※ 사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.