• 2교시 수리 영역 •

'가'형 정답

1	①	2	①	3	③	4	③	5	④
6	④	7	③	8	②	9	⑤	10	①
11	②	12	③	13	①	14	⑤	15	①
16	②	17	②	18	⑤	19	③	20	④
21	⑤	22	18	23	112	24	59	25	20
26	68	27	32	28	192	29	24	30	18

해 설

1. [출제 의도] 복소수의 계산을 할 수 있다.

$(1+i)^2 = 1+2i-1 = 2i$

$\therefore (1+i)^4 = (2i)^2 = -4$

2. [출제 의도] 이차방정식의 해를 구할 수 있다.

$x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3) = 0$ 에서

$x=4$ 또는 $x=-3$ $\therefore \alpha=4,\ \beta=-3$

$\therefore \dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{-3}{4} = -\dfrac{3}{4}$

3. [출제 의도] 합성함수의 함수값을 구할 수 있다.

$f(1)=0$ 이므로

$(g\circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 1$

$\therefore\ (f\circ g\circ f)(1) = f(1) = 0$

4. [출제 의도] 행렬의 곱셈과 역행렬을 구할 수 있다.

$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 4E$

$A^8 = (A^2)^4 = 4^4 E = 2^8 E$

$\therefore\ (A^8)^{-1} = 2^{-8} E$

$\therefore\ a+d = 2^{-8} + 2^{-8} = 2\cdot 2^{-8} = 2^{-7}$

5. [출제 의도] 지수법칙을 이용하여 실수의 대소 관계를 알 수 있다.

$A = 2^{\frac{1}{4}},\ B = 9^{\frac{1}{12}},\ C = \sqrt[12]{7} = 7^{\frac{1}{12}}$ 이므로

$A^{12} = \left(2^{\frac{1}{4}}\right)^{12} = 2^3 = 8,\ B^{12} = \left(9^{\frac{1}{12}}\right)^{12} = 9,$

$C^{12} = \left(7^{\frac{1}{12}}\right)^{12} = 7 \quad \therefore\ C < A < B$이다.

6. [출제 의도] 직선의 방정식을 구할 수 있다.

두 원의 중심 $(-2,\ 1)$, $(2,\ 5)$는 직선 l에 대하여 대칭이므로 직선 l은 두 원의 중심을 연결한 선분의 수직이등분선이다.

따라서 직선 의 방정식을 라 하면

i) 두 원의 중심을 지나는 직선의 기울기가

이므로

ii) 두 원의 중심을 연결한 선분의 중점의 좌표는

에 서 이 므 로

이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은 이다.

7. [출제 의도] 연산장치를 통하여 지수의 계산을 할 수 있다.

첫 번째 연산장치 A, B에 의하여 각각

$A \to \dfrac{1}{2}x, \qquad B \to \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}$

두 번째 연산장치 A에 의하여

$2^{-\frac{3}{2}}x = 2^{\frac{1}{2}} \qquad \therefore\ x=4$

8. [출제 의도] 지수표현식을 로그표현식으로 고칠 수 있다.

각 식의 양변에 10을 밑으로 하는 로그를 취하면

$x\log 2 = \log 3,\ y\log 3 = \log 5,$

$z\log 5 = \log 2$

세 식의 변끼리 모두 곱하면 $xyz=1$ 이다.

9. [출제 의도] 행렬의 곱셈의 결과를 두 행렬의 합으로 나타낼 수 있다.

$B^2 = (A+E)^2 = A^2 + 2A + E$

$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4E$

$\therefore\ B^2 = 2A + 5E$

$B^4 = (B^2)^2 = (2A+5E)^2$

$= 4A^2 + 20A + 25E = 20A + 41E$

$\therefore\ p+q = 20+41 = 61$

10. [출제 의도] 행렬의 거듭제곱을 차례로 하여 A^n의 결과를 추정할 수 있다.

$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

$A^3 = A^2 A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

…

$A,\ A^2,\ A^3,\ \cdots$을 토대로 A^n을 추정하면

$A^n = \begin{pmatrix} 1-n & n \\ -n & n+1 \end{pmatrix}$

따라서, 제 2행의 두 성분의 차는

$n+1-(-n) = 2n+1$

$2n+1 = 25$ 이므로 $n=12$ 이다.

11. [출제 의도] 근과 계수의 관계를 이용하여 두 행렬 A, B의 역행렬의 곱을 구할 수 있다.

근과 계수의 관계에서 $\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=1$

$AB = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & -\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \beta & -1 \\ 0 & -\beta \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \alpha\beta & -(\alpha+\beta) \\ 0 & \alpha\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\therefore\ B^{-1}A^{-1} = (AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

12. [출제 의도] 규칙에 따라 조건을 만족하는 수를 추론할 수 있다.

ㄱ. 제 행을 규칙에 따라 써 보면 제 열이 이다. $\therefore$ 참

ㄴ. 제 6 열에서 7은 제 행부터 나타나고 은 소수이므로 제 7 행까지만 계속된다. 따라서 모두 번 나타난다. $\therefore$ 참

ㄷ. 제 22 열은 제 2 행부터 이 나타나며 은 소수이므로 제 23 행까지 계속되고 제 행에서 처음으로 24가 나타난다. $\therefore$ 거짓

13. [출제 의도] 평면도형의 성질을 이용하여 완성형의 증명을 할 수 있다.

□ADPF 에서 $\angle DPF + \angle A = 180°$

□BEPD 에서 $\angle DPE + \angle B = 180°$

따라서

$\angle DPF + \angle DPE = 360° - (\angle A + \angle B)$

$\angle FPE = \angle A + \angle B$

$\therefore\ \angle FPE + \angle C = 180°$

따라서 세 점 C, F, E를 지나는 원을 라 할 때, 세 원 C_1, C_2, C_3는 한 점 에서 만난다.

14. [출제 의도] 약수와 배수의 성질을 이용하여 완성형의 증명을 할 수 있다.

(i) $a-1 = 3n$일 때, 이면 은 소수가 아니고 $n=1$이면 ,

$a+1=5$, $a^2+3=19$ 이므로 주어진 조건을 만족한다.

(ii) $a-1 = 3n-1$일 때, 이므로

$a^2+3 = 9n^2+3 = 3(3n^2+1)$ 은 의 배수이므로 소수가 아니다.

(iii) $a-1 = 3n-2$일 때, 이므로

$n \geqq 2$이면 $a+1$ 이 소수가 아니고 이면 $a-1=1$이다.

이상에서 주어진 조건을 만족시키는 자연수 는 4뿐이다.

15. [출제 의도] 행렬의 성질을 이용하여 완성형의 증명을 할 수 있다.

$A+B=E,\ AB=O$이므로

$BA = (E-A)A = A - A^2$

$= A(E-A) = AB = O$

따라서 $A^{10} + B^{10} = A^9 A + B^9 B$

$= A^9(E-B) + B^9(E-A)$

$= A^9 + B^9 - A^9 B - B^9 A$

$= A^9 + B^9 - A^8 AB - B^8 BA$

$= A^9 + B^9$ 임을 알 수 있다.

같은 방법으로 계속해 나가면

$A^{10} + B^{10} = A^9 + B^9 = A^8 + B^8$

$= \cdots = A + B = E$ 이다.

16. [출제 의도] 이차함수의 최대값을 구할 수 있다.

이므로

이므로 일 때,

의 최대값은

17. [출제 의도] 지수법칙을 이용하여 외적인 상황에서 문제를 해결할 수 있다.

처음 도형의 넓이를 A, 확대 배율을 a라 놓으면 5회째 복사본에서 도형의 넓이는

$A \cdot a^5$이므로 $A \cdot a^5 = 2A$에서 $a^5 = 2$

$\therefore a = \sqrt[5]{2}$

7회째 복사본에서 도형의 넓이는 $A \cdot a^7$,

4회째 복사본에서 도형의 넓이는 $A \cdot a^4$

이므로

$$\frac{A \cdot a^7}{A \cdot a^4} = a^3 = (\sqrt[5]{2})^3 = \sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5]{8}$$

18. [출제 의도] 인수분해 공식을 이용하여 주어진 수를 소인수분해 한 후 이를 주어진 조건으로 나타낼 수 있다.

$F_0 = 2+1$, $F_1 = 2^2+1$,

$F_2 = 2^{2^2}+1 = 2^4+1$, $F_3 = 2^{2^3}+1 = 2^8+1$,

$F_4 = 2^{2^4}+1 = 2^{16}+1$ 이므로

$N = 2^{32}-1 = (2^{16}-1)(2^{16}+1)$

$= (2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

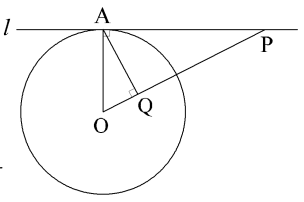
$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= F_0 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4$

$N = F_0 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4$이므로 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 N의 약수이다.

19. [출제 의도] 원의 성질을 이용하여 점의 자취를 구할 수 있다.



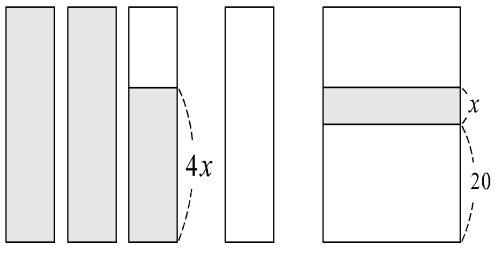
삼각형 OAP는 직각삼각형이므로 점 A에서 직선 OP에 내린 수선의 발을 Q라 하면

$\triangle OAP \sim \triangle OQA$이다.

따라서 $\overline{OP} \cdot \overline{OQ} = \overline{OA}^2 = r^2$이 성립하므로 점 Q는 P′과 일치한다.

$\angle OP'A = 90°$이므로 점 P′는 선분 OA를 지름으로 하는 원 위의 점이다.

20. [출제 의도] 외적인 상황에서 방정식을 세워 문제해결을 할 수 있다.



유리관 에 물이 차오르는 속도는 유리관 에 물이 차오르는 속도의 4배이다. 유리관의 높이를 40으로 놓으면 두 유리관 에 물이 가득찰 때 유리관 의 높이는 20이 된다. 유리관 의 높이가 만큼 더 차오를 때 유리관의 높이는 이므로

에서

따라서 이 때까지 유리관 의 높이는

$20 + \frac{20}{3} = \frac{80}{3}$ 이므로 높이가 같아지는 시간은

$\frac{80}{3}$ 분이다

21. [출제 의도] 로그식을 이용하여 외적인 상황을 해결할 수 있다.

$D_0 = 20(℃)$ 이므로

$\log D(t) = -kt + \log 20$ …㉠

$D(1) = 10(℃)$ 이므로

㉠의 양변에 $t = 1$을 대입하면

$\log D(1) = -k + \log 20$

즉, $\log 10 = -k + \log 20$, $k = \log 2$

따라서 $\log D(t) = (-\log 2) \times t + \log 20$ 이다

이 식의 양변에 $t = 3$을 대입하면

$\log D(3) = (-\log 2) \times 3 + \log 20$

$= \log \frac{20}{8} = \log \frac{5}{2}$

따라서, $D(3) = \frac{5}{2} = 2.5(℃)$

그러므로 3시간 후 물체의 온도는

$35 - 2.5 = 32.5(℃)$이다.

22. [출제 의도] 주어진 행렬의 덧셈과 곱셈을 할 수할 수 있다.

$$X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$$

$$X^2 - 2Y = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 18 \\ 5 & 24 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 $X^2 - 2Y$의 $(1, 2)$ 성분은 18이다.

23. [출제 의도] 주어진 수들의 분산을 구할 수 있다.

평균 : $m = \frac{1+3+5+7+9+11+13}{7} = 7$

분산 : $\sigma^2 = \frac{1}{7}\{(1-7)^2 + (3-7)^2$

$+ (5-7)^2 + (9-7)^2 + (11-7)^2 + (13-7)^2\}$

$= \frac{112}{7}$

$\therefore 7\sigma^2 = 7 \cdot \frac{112}{7} = 112$

24. [출제 의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 식의 값을 구할 수 있다.

$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = \frac{3}{4}$,

$\sin^2 B = 1 - \cos^2 B = \frac{8}{9}$

$\therefore 36(\cos^2 A + \sin^2 B) = 36\left(\frac{3}{4} + \frac{8}{9}\right)$

25. [출제 의도] 지수법칙과 로그의 성질을 활용하여 식의 값을 구할 수 있다.

이므로 …㉠

의 양변에 상용로그를 취하면

이므로

, …㉡

㉠, ㉡에서 ∴ ,

∴

26. [출제 의도] 조건제시법으로 주어진 집합의 원소를 구할 수 있다.

$\left| \frac{x}{n} - 2 \right| \leqq 1$에서

$-1 \leqq \frac{x}{n} - 2 \leqq 1$,

$\therefore n \leqq x \leqq 3n$

따라서

$A_1 = \{1, 2, 3\}$, $A_2 = \{2, 3, 4, 5, 6\}$,

$A_3 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$이므로

$S_1 = 6$, $S_2 = 20$, $S_3 = 42$

$\therefore S_1 + S_2 + S_3 = 6 + 20 + 42 = 68$

27. [출제 의도] 분수함수의 그래프에서 함수식을 구할 수 있다.

$y = \frac{x+p}{x+q} = \frac{p-q}{x+q} + 1$ 에서

점근선이 $x = 4$이고, 점 를 지나므로

$p = -8$, $q = -4$

$\therefore pq = (-8) \cdot (-4) = 32$

28. [출제 의도] 사인법칙을 이용하여 삼각형의 외접원의 반지름을 구할 수 있다.

공통현 AB를 한 변으로 하는 두 삼각형에 대하여 사인법칙을 적용하면

원 C_1에서 $\frac{\overline{AB}}{\sin 60°} = \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R_1$

$\therefore R_1 = 4\sqrt{3}$

원 C_2에서 $\frac{\overline{AB}}{\sin 30°} = \frac{12}{\frac{1}{2}} = 2R_2$

$\therefore R_2 = 12$

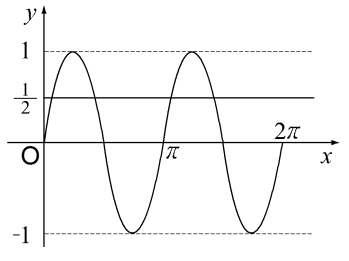
$\therefore R_1^2 + R_2^2 = 48 + 144 = 192$

29. [출제 의도] 삼각방정식의 해를 이용하여 행렬의 각 성분을 구할 수 있다.

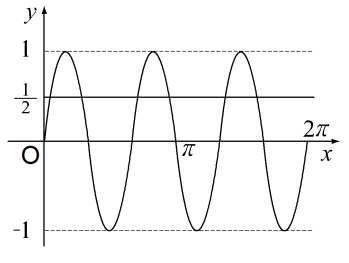
$0 \leqq x \leqq 2\pi$에서 두 그래프 ,

$y = \frac{1}{2}$ 의 교점의 개수를 조사한다.

(ⅰ) $i = 1$, $j = 1$: 교점 개

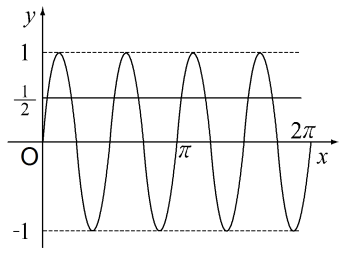


(ⅱ) $i = 1$, $j = 2$: 교점 개



(ⅲ) , : 교점 개

(iv) $i=2$, $j=2$: 교점 8개



$\therefore\ A=\begin{pmatrix}4 & 6\\ 6 & 8\end{pmatrix}$

따라서, 행렬 A의 모든 성분의 합은 24이다.

30. [출제 의도] 외적인 상황에서 로그식을 세워 문제를 해결할 수 있다.

현재의 버스요금을 x(원)이라 하면

1년 후 버스요금은 $x+x\times0.04=x\times1.04$(원)

2년 후 버스요금은

$x\times1.04+x\times1.04\times0.04=x\times1.04^2$(원)

…

n년 후 버스요금은 $x\times1.04^n$(원) 이다.

따라서 k년 후 버스요금이 현재의 두 배가 된다면 $1.04^k\cdot x=2x\quad 1.04^k=2$

양변에 상용로그를 취하면 $k\log 1.04=\log 2$

$k=\dfrac{\log 2}{\log 1.04}=\dfrac{0.301}{0.017}=17.7\times\times\times$

따라서 버스요금이 처음으로 지금의 두 배를 넘게 될 때는 현재부터 18년 후 이다.

'나'형 정답

1	①	2	①	3	③	4	②	5	④
6	④	7	③	8	②	9	③	10	②
11	④	12	③	13	①	14	⑤	15	④
16	②	17	②	18	⑤	19	③	20	④
21	⑤	22	32	23	112	24	59	25	20
26	68	27	32	28	192	29	27	30	18

해 설

1~3 '가'형과 같음.

4. [출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산할 수 있다.

$\dfrac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{2}+\dfrac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

$=\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}=3^{\square}\quad\therefore$

5~8 '가'형과 같음.

9. [출제 의도] 상용로그표를 이용하여 거듭제곱근의 값을 계산할 수 있다.

상용로그표에서 비례부분을 이용하여 계산하면

$$\begin{array}{r} 8\leftarrow\quad 26\\ \hline \log 1.308=\ 0.1165\end{array}$$

$\therefore\ \log\sqrt[6]{5}=0.1165=\log 1.308$

$\therefore\ \sqrt[6]{5}=1.308$

10. [출제 의도] 함수의 그래프로 함수의 성질, 일대일대응 등을 찾을 수 있다.

ㄱ. 원점에 대하여 대칭이므로

$f(-x)=-f(x)$ 이다. $\therefore$ 거짓

ㄴ. i) $f(-1)=1, f(0)=0, f(1)=-1$

ii) $f(-1)=0, f(0)=0, f(1)=0$

iii) $f(-1)=-1, f(0)=0, f(1)=1$

로 3개이다. $\therefore$ 참

ㄷ. 위 ㄴ에서 ii)는 일대일대응이 아니므로 역함수를 갖지 않는다. $\therefore$ 거짓

11. [출제 의도] 삼각함수의 식에서 최대값, 최소값, 주기, 대칭성을 구할 수 있다.

ㄱ. $-1\leqq\cos\left(3x-\dfrac{\pi}{3}\right)\leqq 1$ 이므로

$-1\leqq f(x)\leqq 3$ 이다. $\therefore$ 참

ㄴ. $f(x)$의 주기는 $\dfrac{2\pi}{3}$ 이므로

$f\left(x+\dfrac{2\pi}{3}\right)=f(x)$ 이다. $\therefore$ 거짓

ㄷ. $f(x)=2\cos 3\left(x-\dfrac{\pi}{9}\right)+1$ 의 그래프는 $y=2\cos 3x$의 그래프를 x축 방향으로 $\dfrac{\pi}{9}$ 만큼, y축 방향으로 1만큼 평행이동 하였으므로 직선 $x=\dfrac{\pi}{9}$에 대하여 대칭이다. $\therefore$ 참

12~14 '가'형과 같음

15. [출제 의도] 지수법칙과 로그의 성질을 이용하여 완성형의 문제해결을 할 수 있다.

부등식 $2^{k-1}\leqq x<2^k$ ($k=1,2,\cdots,10$)을 만족시키는 정수 x의 개수는

$2^k-2^{k-1}=2\cdot 2^{k-1}-2^{k-1}=2^{k-1}$이다.

$\log_2 2^{k-1}=k-1$, $\log_2 2^k=k$이므로

$0,1,2,\cdots,k-1$에서 y의 개수는 k이다.

따라서 $2^{k-1}\leqq x<2^k$을 만족하는 2^{k-1}개의 각 x에 대하여 $0\leqq y\leqq\log_2 x$을 만족시키는 정수 y는 k개이므로 이 때 순서쌍 (x,y)의 개수는 $2^{k-1}\cdot k$이다.

그런데 자연수 k는 1부터 10까지의 값을 취할 수 있으므로 각각의 k값을 대입하여 그 합을 구하면 이다.

16~21 '가'형과 같음.

22. [출제 의도] 근과 계수의 관계를 이용하여 식의 값을 계산할 수 있다.

에서 ,

$=\dfrac{3^2-2\cdot\dfrac{1}{2}}{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=32$

23~28 '가'형과 같음.

29. [출제 의도] 로그의 성질을 알 수 있다.

$\log_5 50=\log_5(5^2\cdot 2)=2+\log_5 2$

$\therefore\ n=2$, $\alpha=\log_5 2$ ($\because$)

$\therefore\ 5^n+5^{\alpha}=5^2+5^{\log_5 2}=25+2=27$

30. '가'형과 같음.