2005학년도 9월 고2 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수 리 영 역

'나'형

성명		수험번호						2					1

- 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\times \sqrt{4} \div \sqrt[6]{4}$ 계산하면? [2점]

① $\sqrt[3]{2}$
② $\sqrt[3]{2^7}$
③ $\sqrt[6]{2^5}$
④ $\sqrt[6]{2^7}$
⑤ $\sqrt[8]{2^9}$

2. 두 이차정사각행렬 $= \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $(A+B)^2$은? [2점]

① $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

3. 세 행렬 $A=\begin{pmatrix} 0 & \log 2 \\ \log 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & \log 5 \\ \log 5 & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $(A+B)C$는? [3점]

① $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

4. 등식 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ y & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & z \end{pmatrix}$가 성립할 때, z의 값은? [3점]

① 4
② 5
③ 6
④ 7
⑤ 8

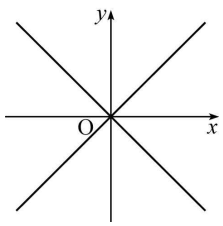
5. 이차방정식 $-4x+2=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $2^{\alpha}\cdot 2^{\beta}+\log_2\alpha+\log_2\beta$의 값은? [3점]

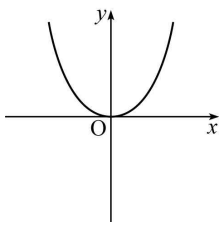
① 17
② 18
③ 19
④ 20
⑤ 21

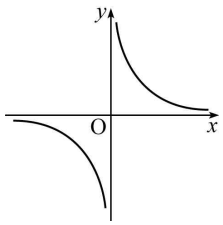
6. 상용로그 $\log x$의 가수를 $f(x)$라고 정의할 때, $f(20)+f(300)+f(5000)$의 값은? [3점]

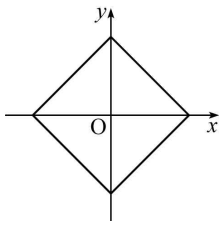
① $\log 20$
② $\log 30$
③ $\log 40$
④ $\log 50$
⑤ $\log 60$

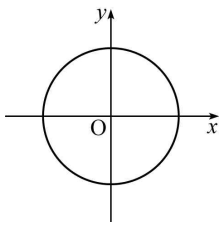
7. 이차정사각행렬 $\begin{pmatrix} x+2 & 1-y \\ 1+y & x-2 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 두 실수 x, y에 대하여 좌표평면에서 점(x, y)가 그리는 도형은? [3점]

①


②


③


④


⑤


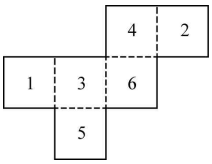
8. 두 이차정사각행렬 A, B가 $AB=-BA$를 만족할 때, 항상 성립하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $(AB)^2=A^2B^2$
ㄴ. $(A+B)^2=A^2+B^2$
ㄷ. $(A-B)^2=(A+B)^2$

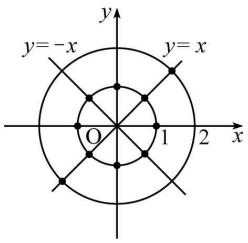
① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 오른쪽 그림은 각 면에 부터 6까지의 숫자가 하나씩 쓰인 정육면체의 전개도이다. 이 정육면체의 한 꼭지점에서 만나는 세 면에 쓰인 수의 합이 될 수 없는 것은? [3점]



① 7
② 9
③ 10
④ 12
⑤ 13

10. 원 $x^2+y^2=1$이 네 직선 $x=0$, $y=0$, $y=x$, $y=-x$와 만나는 점 중 하나를 P$(a,\ b)$, 원 $x^2+y^2=4$가 직선 $y=x$와 만나는 점 중 하나를 Q$(c,\ d)$라 하자. 두 점 P, Q의 x, y좌표를 성분으로 하는 행렬 $=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A의 역행렬이 존재하도록 하는 점 P는 모두 몇 개인가? [4점]



① 4개
② 5개
③ 6개
④ 7개
⑤ 8개

11. 집합 $A=\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix}\ k \text{ 양의 정수}\right\}$에 대하여 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

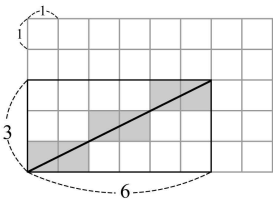
< 보 기 >

ㄱ. $P\in A$, $Q\in A$이면 $PQ\in A$이다.
ㄴ. $P\in A$이면 $P^n\in A$이다. (단, n은 양의 정수)
ㄷ. $P\in A$이면 $P^{-1}\in A$이다. (단, P^{-1}은 P의 역행렬)

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 선의 간격이 1인 모눈종이의 선을 따라 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형을 그린다. 이 직사각형의 한 대각선에 의하여 잘려지는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수를 $f(a,\ b)$라 하자. 예를 들어 그림에서 $f(6,\ 3)=6$이다.

이 때, $f(16,\ 14)$의 값은? [4점]



① 27
② 28
③ 29
④ 30
⑤ 31

13. 다음은 상용로그 log 의 가수가 이 아닐 때, $\log 10A$의 지표와 $\log \frac{10}{A}$의 지표의 합은 A의 값에 관계없이 항상 일정함을 증명한 것이다.

(증명)
$\log A$의 지표를 n, 가수를 $\alpha\,(0 \quad \alpha < 1)$라 하면,
$\log A = n + \alpha$이다.
$\log 10A = \log 10 + \log A = 1 + n + \alpha$
에서 $\log 10A$의 지표는 (가)이다.
또, $\log \frac{10}{A} = \log 10 - \log A = 1 - n - \alpha$
에서 $\log \frac{10}{A}$의 지표는 (나)이다.
따라서 $\log 10A$와 $\log \frac{10}{A}$의 지표의 합은 항상 (다)이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	n	$-n$	
②	n	$1-n$	1
③	$1-n$	$1+n$	2
④	$1+n$	$-n$	1
⑤	$1+n$	$1-n$	2

14. 다음은 $2 + \sqrt[3]{4}$가 무리수임을 증명하는 과정이다.

(증명)
$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} = m$ (m은 유리수)라 가정하면
$m = \frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수)로 놓을 수 있다.

$m = (\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})^3 = 6($ (가) $)$ ····· ㉠

$m = \frac{q}{p}$를 ㉠에 대입하여 정리하면
$q^3 =$ (나) $\cdot p^2(p+q)$ ····· ㉡
이므로 q^3은 (나)의 배수가 된다.
따라서 $q =$ (나) k (k 는 자연수) ····· ㉢
로 놓을 수 있으므로 ㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$p^2(6k+p) = 36k^3$

그런데 p, q가 모두 짝수가 되므로 p, q가 서로소라는 가정에 모순이다.
그러므로 $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$는 무리수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)
①	$m-1$	3
②	$m-1$	6
③	$m+1$	2
④	$m+1$	3
⑤	$m+1$	6

15. 행렬 $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$의 역행렬이 $A^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [4점]

① $-\frac{4}{3}$
② $-\frac{3}{4}$
③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{2}{3}$
⑤ $\frac{3}{4}$

16. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$에 대하여 $AX=kX$를 만족하는 두 양수 x, y가 존재하도록 하는 상수 k의 값은? [4점]

① -2
② -1
③ 3
④ 6
⑤ 9

17. 행렬 $A=\begin{pmatrix} t-a & -1 \\ 1 & 2t-a \end{pmatrix}$일 때, 임의의 실수 t에 대하여 A의 역행렬이 존재하도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

① 4
② 5
③ 6
④ 7
⑤ 8

18. 다음 표는 어떤 전자 회사의 '갑', '을' 두 공장에서 만들어진 제품 A와 B의 작년도 생산량이다.

공장 \ 제품	A	B
갑	20	30
을	25	15

올해 '갑' 공장에서는 작년에 비하여 두 제품 모두 생산량을 40% 증가시킬 계획이고, '을' 공장에서는 제품 A, B의 생산량을 각각 30%, 20% 증가시킬 계획이다.

행렬 P, Q를

$$P=\begin{pmatrix} 20 & 30 \\ 25 & 15 \end{pmatrix},\ Q=\begin{pmatrix} 1.4 & 1.3 \\ 1.4 & 1.2 \end{pmatrix}$$

라고 할 때, 다음 중 행렬 PQ의 $(2, 2)$ 성분이 나타내는 것은? [4점]

① '갑' 공장에서 올해 계획한 제품 B의 생산량
② '갑' 공장에서 올해 계획한 제품 A와 B의 생산량의 합
③ '을' 공장에서 올해 계획한 제품 B의 생산량
④ '을' 공장에서 올해 계획한 제품 A와 B의 생산량의 합
⑤ '갑', '을' 공장에서 올해 계획한 제품 B의 생산량의 합

19. 열이 드나들지 못하도록 절연재료로 가두어진 상태에서 기체가 팽창 또는 압축되는 것을 단열과정이라 한다. 산소 기체의 단열과정에서 부피 V와 압력 P사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\cdot V^{.5} \quad C \text{ (단, } C\text{는 상수)}$$

이 단열과정에서 산소 기체의 부피가 처음의 4배가 되면 압력은 처음의 몇 배가 되겠는가? [3점]

① $\frac{1}{8}$
② $\frac{1}{6}$
③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$
⑤ $\frac{1}{2}$

20. 천체의 거리를 표현하는 방법의 하나로 별의 겉보기등급과 절대등급과의 차이인 '거리지수'라는 것이 있다. 어떤 별의 겉보기등급을 m등급, 절대등급을 M등급, 지구로부터의 거리를 r(단위 pc)라 하면,

$$\text{(거리지수)} = m - M = a + 5\log_{10} r \text{ (단, } a\text{는 상수)}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 거문고자리의 직녀성은 겉보기등급이 0.0등급, 절대등급이 0.5등급이고, 지구로부터의 거리는 $10^{0.9}$(pc)이다.

이 때, 겉보기등급은 2등급이고 절대등급이 -4.5등급인 별의 지구로부터의 거리는? [4점]

① $10^{1.5}$(pc)
② $10^{1.8}$(pc)
③ $10^{2.3}$(pc)
④ $0^{.6}$(pc)
⑤ $10^{2.8}$(pc)

21. 행렬을 이용하여 한글의 각 음절을 다음 순서에 따라 암호화하려고 한다.

Ⅰ. 음절의 자음과 모음을 표기 순서에 따라 아래 표를 이용하여 수로 대응시킨다.
Ⅱ. 음절에 대응하는 수가 차례로 a, b, c, d 이면
행렬 $A = \begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$)를 만든다.
이 때, 대응되는 숫자가 2개인 경우는 $c = d = 0$, 3개인 경우는 $d = 0$으로 한다.
Ⅲ. 위에서 만든 행렬 A에 어떤 이차정사각행렬 X를 곱한 AX의 성분으로 최종 암호화한다.

	ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ	ㅎ	ㄲ	ㄸ	ㅃ	ㅆ	ㅉ
숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

모음	ㅏ	ㅑ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ	ㅐ	ㅒ	ㅔ	ㅖ	ㅘ	ㅙ	ㅚ	ㅝ	ㅞ	ㅟ
숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

예를 들어 '사건'의 각 음절에 해당하는 행렬은 각각 $\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$이고, 행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$를 곱하여 암호화 하면,

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{햐,}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{뇰}$$

이므로 '사건'은 '햐뇰'로 암호화된다

행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$을 곱하여 암호화할 때, '인컬'로 암호화되는 글자는? [4점]

① 성분
② 직선
③ 원뿔
④ 진법
⑤ 실근

(22~30)

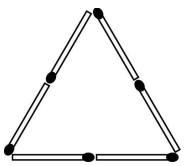
22. $=5$일 때, 4^x+8^x의 값을 구하시오. [2점]

23. 행렬 $=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$의 역행렬이 $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$일 때, 두 직선 $ax+by=3$, $cx+dy=5$의 교점의 좌표를 (p, q)라 하자.
이 때, $p+q$의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\cdots+\log\frac{n}{n+1}=-2$일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

25. 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A^{100}의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 성냥개비 6개를 이용하여 정삼각형 모양을 만들었다. 그리고 성냥개비 $3n$개를 추가하여 각 변에 놓인 성냥개비의 수가 $n+2$개가 되도록 정삼각형을 다시 만들었더니, 그 넓이가 처음 정삼각형 넓이의 36배가 되었다.
이 때, n의 값을 구하시오. [3점]



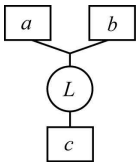
8 수 리 영 역

'나'형

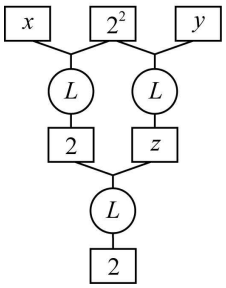
27. 이 아닌 두 양수 a, b에 대하여

$$\log\ b = c$$

를 오른쪽 그림과 같이 나타내기로 한다.



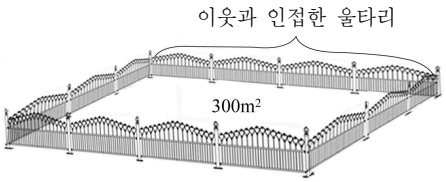
아래 그림의 x, y, z의 값에 대하여 $x+y+z$의 값을 구하시오. [4점]



28. $\log 1.5 = 0.1761$, $\log 2.4 = 0.3802$일 때, $\log\ \ = 2.5563$을 만족시키는 A의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 양의 정수 m, n에 대하여 $a=3^m$, $b=3^n$이라 할 때, 등식 $\log_3 \frac{b}{a} = \frac{\log_3 b}{\log_3 a}$가 성립한다. 이 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

30. 주영이는 이웃과 인접한 땅에 울타리를 설치하는 데 울타리로 둘러싸인 땅은 넓이가 300m 인 직사각형 모양이 되게 하려고 한다. 울타리의 설치 비용은 1m당 1만 원이고, 이웃과 인접한 한 쪽 울타리의 설치 비용은 이웃과 절반씩 나누어 내기로 한다. 이 때, 울타리를 설치하는 데 주영이가 지불해야 할 최소 비용은 ☐ 만 원이다. ☐ 안에 알맞은 값을 구하시오. [4점]



확인 사항

○ 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.