2005학년도 9월 고2 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수 리 영 역

'가'형

성명		수험번호						2					1

- 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\times \sqrt{4} \div \sqrt[6]{4}$ 계산하면? [2점]

① $\sqrt[3]{2}$
② $\sqrt[3]{2^7}$
③ $\sqrt[6]{2^5}$
④ $\sqrt[6]{2^7}$
⑤ $\sqrt[8]{2^9}$

2. 두 이차정사각행렬 $= \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $(A+B)^2$은? [2점]

① $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

3. $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+3}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}\right)$의 값은? [3점]

① 1
② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{4}$
⑤ 0

4. 등식 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ y & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & z \end{pmatrix}$가 성립할 때, z의 값은? [3점]

① 4
② 5
③ 6
④ 7
⑤ 8

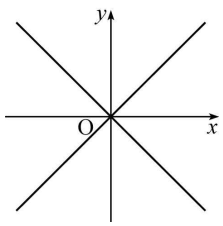
5. 이차방정식 $-4x+2=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $2^{\alpha}\cdot 2^{\beta}+\log_2\alpha+\log_2\beta$의 값은? [3점]

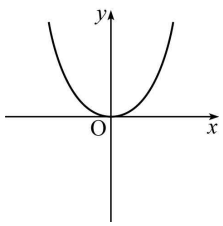
① 17
② 18
③ 19
④ 20
⑤ 21

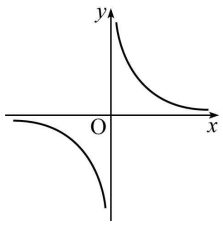
6. 상용로그 $\log x$의 가수를 $f(x)$라고 정의할 때, $f(20)+f(300)+f(5000)$의 값은? [3점]

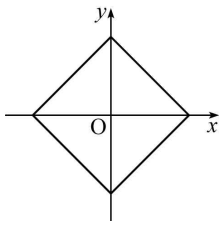
① $\log 20$
② $\log 30$
③ $\log 40$
④ $\log 50$
⑤ $\log 60$

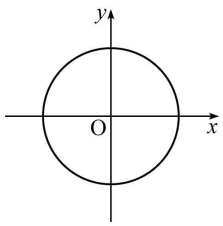
7. 이차정사각행렬 $\begin{pmatrix} x+2 & 1-y \\ 1+y & x-2 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 두 실수 x, y에 대하여 좌표평면에서 점(x, y)가 그리는 도형은? [3점]

①


②


③


④


⑤


8. 두 이차정사각행렬 A, B가 $AB=-BA$를 만족할 때, 항상 성립하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $(AB)^2=A^2B^2$
ㄴ. $(A+B)^2=A^2+B^2$
ㄷ. $(A-B)^2=(A+B)^2$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 다음은 연속하는 $n+1$개의 자연수 a , a_2, $a_3, \cdots$, a_{2n+1}에 대하여

$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{n+1}^2=a_{n+2}^2+a_{n+3}^2+a_{n+4}^2+\ \cdots\ +a_{2n+1}^2$

이 성립할 때, a_{n+1}을 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 것은?(단, n은 자연수) [3점]

$a_{n+1}=x$로 놓으면 x는 연속하는 $2n+1$개의 자연수 중에서 가운데 수이므로

$$x^2+\sum_{k=1}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2$$

$$x^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2-\sum_{k=1}^{n}(x-k)^2$$

이 식을 정리하면

$x^2=\square\,x$

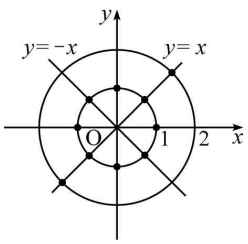
그런데 $x\neq 0$이므로 $x=\square$

따라서 $a_{n+1}=\square$

① $\dfrac{n(n-1)}{2}$ ② $\dfrac{n(n+1)}{2}$ ③ $n(n+3)$

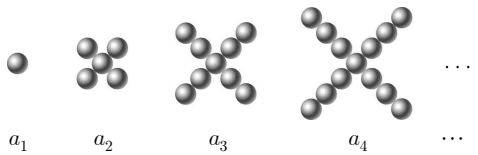
④ $2n(n-1)$ ⑤ $2n(n+1)$

10. 원 $x^2+y^2=1$이 네 직선 $x=0$, $y=0$, $y=x$, $y=-x$와 만나는 점 중 하나를 $\mathrm{P}(a,\ b)$, 원 $x^2+y^2=4$가 직선 $y=x$와 만나는 점 중 하나를 $\mathrm{Q}(c,\ d)$라 하자. 두 점 P, Q의 x, y좌표를 성분으로 하는 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A의 역행렬이 존재하도록 하는 점 P는 모두 몇 개인가? [4점]



① 4개
② 5개
③ 6개
④ 7개
⑤ 8개

11. 다음 그림과 같은 규칙으로 개수를 증가시키면서 구슬을 배열해 나갈 때, 구슬의 개수를 왼쪽부터 차례로 a_1, a_2, a_3, a_4, ... 라 하자.



이 때, 수열 $\{a_n\}$에 대하여 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $a_{n+1}-a_n=4\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

ㄴ. $a_{20}=75$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{10}a_k=190$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

12. 자연수 n에 대하여 4^n을 10으로 나눈 나머지를 a_n이라 하자.

이 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n}{10^n}$의 합은? [4점]

① $\dfrac{23}{90}$
② $\dfrac{47}{90}$
③ $\dfrac{23}{99}$
④ $\dfrac{46}{99}$
⑤ $\dfrac{91}{99}$

13. 다음은 상용로그 log 의 가수가 이 아닐 때, $\log 10A$의 지표와 $\log \frac{10}{A}$의 지표의 합은 A의 값에 관계없이 항상 일정함을 증명한 것이다.

(증명)
$\log A$의 지표를 n, 가수를 $\alpha(0 \quad \alpha < 1)$라 하면,
$\log A = n + \alpha$이다.
$\log 10A = \log 10 + \log A = 1 + n + \alpha$
에서 $\log 10A$의 지표는 [(가)]이다.
또, $\log \frac{10}{A} = \log 10 - \log A = 1 - n - \alpha$
에서 $\log \frac{10}{A}$의 지표는 [(나)]이다.
따라서 $\log 10A$와 $\log \frac{10}{A}$의 지표의 합은 항상 [(다)]이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	n	$-n$	
②	n	$1-n$	1
③	$1-n$	$1+n$	2
④	$1+n$	$-n$	1
⑤	$1+n$	$1-n$	2

14. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 등식

$$\sum_{=1}^{n} k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3)$$

이 성립함을 수학적귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(증명)
(i) $n = 1$일 때
(좌변)$= 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, (우변)$= \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 6$
이므로 주어진 등식이 성립한다.
(ii) $n = i(i \geq 1)$일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면
$$\sum_{k=1}^{i} k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3) \cdots\cdots ㉠$$
㉠의 양변에 [(가)]을(를) 더하면
$$\sum_{k=1}^{i+1} k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3) + [(가)]$$
$$= [(나)]$$
따라서 $n = i+1$일 때에도 주어진 등식이 성립한다.
(i), (ii)에 의해 모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)
①	$i(i+1)(i+2)$	$\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$
②	$\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)$	$\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$
③	$\frac{1}{4}(i+1)(i+2)(i+3)$	$\frac{1}{4}(i+1)(i+2)(i+3)(i+4)$
④	$(i+1)(i+2)(i+3)$	$\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$
⑤	$(i+1)(i+2)(i+3)$	$\frac{1}{4}(i+1)(i+2)(i+3)(i+4)$

15. 수열의 극한에 대한 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 수열 $\{a_n+2\}$가 수렴하면 수열 $\{a_n\}$도 수렴한다.

ㄴ. 수열 $\{|a_n|\}$이 수렴하면 수열 $\{a_n\}$도 수렴한다.

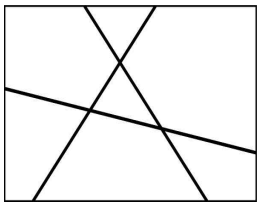
ㄷ. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$이 수렴하면 수열 $\{a_n\}$도 수렴한다.

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

16. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 8 & 3\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$에 대하여 $AX=kX$를 만족하는 두 양수 x, y가 존재하도록 하는 상수 k의 값은? [4점]

① -2
② -1
③ 3
④ 6
⑤ 9

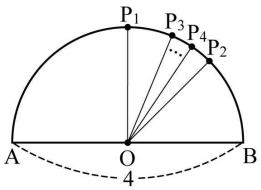
17. 영희는 선분으로 도화지를 몇 개의 영역으로 분할하고, 각 영역에 한 가지 색으로 칠한 구성 작품을 만들려고 한다. 그림과 같이 도화지에 3개의 선분을 그렸더니, 도화지가 7개의 영역으로 분할되어 7가지 색을 칠한 작품을 만들 수 있었다.



29가지 색을 칠한 구성 작품을 만들려면 도화지에 최소한 몇 개의 선분을 그려야 하는가?
(단, 선분의 시작과 끝은 항상 도화지의 가장자리이다.) [4점]

① 5개
② 6개
③ 7개
④ 8개
⑤ 9개

18. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB가 지름이고 점 O가 중심인 반원이 있다. 호 AB의 이등분점을 P_1, 호 $\widehat{BP_1}$의 이등분점을 P_2, 호 P_1P_2의 이등분점을 P_3이라 하자.



이와 같은 방법으로 계속하여 호 P_nP_{n+1} $(n=1,2,3,\cdots)$의 이등분점을 P_{n+2}라 하자. 부채꼴 AOP_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은? (단, 부채꼴에서 중심각의 이등분선이 호와 만나는 점을 호의 이등분점이라 한다.) [4점]

① $\frac{6}{5}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{7}{5}\pi$ ④ $\frac{8}{5}\pi$ ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

6 수 리 영 역

'가'형

19. 열이 드나들지 못하도록 절연재료로 가두어진 상태에서 기체가 팽창 또는 압축되는 것을 단열과정이라 한다. 산소 기체의 단열과정에서 부피 V와 압력 P사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\cdot V^{.5} \quad C \text{ (단, } C\text{는 상수)}$$

이 단열과정에서 산소 기체의 부피가 처음의 4배가 되면 압력은 처음의 몇 배가 되겠는가? [3점]

① $\frac{1}{8}$
② $\frac{1}{6}$
③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$
⑤ $\frac{1}{2}$

20. 천체의 거리를 표현하는 방법의 하나로 별의 겉보기등급과 절대등급과의 차이인 '거리지수'라는 것이 있다. 어떤 별의 겉보기등급을 m등급, 절대등급을 M등급, 지구로부터의 거리를 r(단위 pc)라 하면,

$$\text{(거리지수)} = m - M = a + 5\log_{10} r \text{ (단, } a\text{는 상수)}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 거문고자리의 직녀성은 겉보기등급이 0.0등급, 절대등급이 0.5등급이고, 지구로부터의 거리는 $10^{0.9}$(pc)이다.

이 때, 겉보기등급은 2등급이고 절대등급이 -4.5등급인 별의 지구로부터의 거리는? [4점]

① $10^{1.5}$(pc)
② $10^{1.8}$(pc)
③ $10^{2.3}$(pc)
④ $0^{.6}$(pc)
⑤ $10^{2.8}$(pc)

21. 행렬을 이용하여 한글의 각 음절을 다음 순서에 따라 암호화하려고 한다.

> Ⅰ. 음절의 자음과 모음을 표기 순서에 따라 아래 표를 이용하여 수로 대응시킨다.
> Ⅱ. 음절에 대응하는 수가 차례로 a, b, c, d 이면
> 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$를 만든다.
> 이 때, 대응되는 숫자가 2개인 경우는 $c = d = 0$, 3개인 경우는 $d = 0$으로 한다.
> Ⅲ. 위에서 만든 행렬 A에 어떤 이차정사각행렬 X를 곱한 AX의 성분으로 최종 암호화한다.

	ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ	ㅎ	ㄲ	ㄸ	ㅃ	ㅆ	ㅉ
숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

모음	ㅏ	ㅑ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ	ㅐ	ㅒ	ㅔ	ㅖ	ㅘ	ㅙ	ㅚ	ㅝ	ㅞ	ㅟ
숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

예를 들어 '사건'의 각 음절에 해당하는 행렬은 각각 $\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$이고, 행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$를 곱하여 암호화 하면,

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{햐,}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{뇰}$$

이므로 '사건'은 '햐뇰'로 암호화된다

행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$을 곱하여 암호화할 때, '인컬'로 암호화되는 글자는? [4점]

① 성분
② 직선
③ 원뿔
④ 진법
⑤ 실근

(22~30)

22. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10}(3a_k+2)$의 값을 구하시오. [2점]

23. 두 무한수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴하고

$$\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)=6,\ \lim_{n\to\infty}a_nb_n=2$$

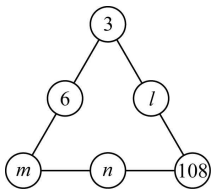
일 때, $\lim_{n\to\infty}(a_n^2+b_n^2)$의 값을 구하시오. [3점]

24. 다음과 같이 자연수 n의 세제곱을 n개의 연속한 홀수의 합으로 나타낼 수 있다. 22^3을 22개의 연속한 홀수의 합으로 나타낼 때, 가장 작은 홀수 a와 가장 큰 홀수 b의 합 $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

$$1^3 = 1$$
$$2^3 = 3+5$$
$$3^3 = 7+9+11$$
$$4^3 = 13+15+17+19$$
$$\vdots$$
$$22^3 = a+(a+2)+\cdots+(b-2)+b$$
$$\vdots$$

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A^{100}의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

26. 오른쪽 그림은 6개의 자연수를 정삼각형의 꼭지점과 각 변의 중점에 배열한 것이다. 각 변의 중점에 놓인 수가 그 변의 양 끝점에 놓인 두 수의 등비중항일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]



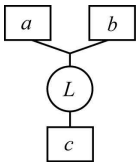
수 리 영 역

'가'형

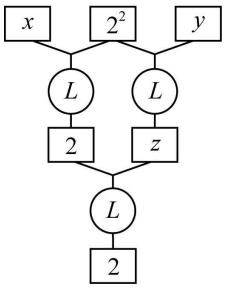
27. 이 아닌 두 양수 a, b에 대하여

$$\log\ b = c$$

를 오른쪽 그림과 같이 나타내기로 한다.



아래 그림의 x, y, z의 값에 대하여 $x+y+z$의 값을 구하시오. [4점]



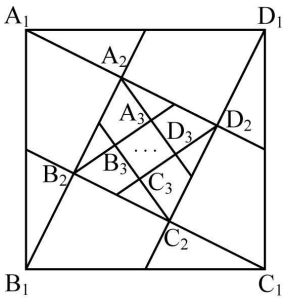
28. $\log 1.5 = 0.1761$, $\log 2.4 = 0.3802$일 때,

$\log\ \ = 2.5563$을 만족시키는 A의 값을 구하시오. [4점]

29. 이차방정식 $x^2 - \frac{1}{2}ax + 1 = 0$의 두 근을 $\alpha, \beta\ (\alpha\ \ \beta)$라 하고, 이차방정식 $x^2 - \frac{1}{2}bx + 2 = 0$의 두 근을 p, $q\ (p < q)$라 하자. 네 수 α, p, β, q가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 두 양수 a, b의 값을 정할 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 넓이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 각 변의 중점과 꼭지점을 이은 선분으로 둘러싸인 정사각형을 $A_2B_2C_2D_2$라 하고, 다시 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 각 변의 중점과 꼭지점을 이은 선분으로 둘러싸인 정사각형을 $A_3B_3C_3D_3$이라 하자.

이와 같은 방법으로 계속하여 만든 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$의 넓이를 S_n이라 할 때, $100\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값을 구하시오. [4점]



확인 사항

○ 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.