• 수 리 영 역 •

[“나” 형]

정 답

1	③	2	①	3	①	4	②	5	①	6	⑤	7	⑤	8	①
9	⑤	10	④	11	③	12	④	13	②	14	⑤	15	②	16	⑤
17	①	18	②	19	④	20	③	21	④	22	③	23	③	24	②
25	16	26	12	27	-13	28	-4	29	6	30	2.84				

해 설

1. **[출제의도]** 다항식의 인수분해를 할 수 있다.

$(x+2y)(x+2y-3)+2$ 를 $x+2y$에 대한 식으로 정리하여 인수분해 한다.

$$(x+2y)(x+2y-3)+2=(x+2y)^2-3(x+2y)+2$$
$$=(x+2y-1)(x+2y-2)$$

따라서 주어진 보기 중에서 인수인 것은 $x+2y-2$이다.

2. **[출제의도]** 삼각함수의 값을 구할 수 있다.

$\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$ 이므로

주어진 식에 대입하면,

$$\left(1+\sin\frac{2\pi}{3}\right)\left(1+\cos\frac{2\pi}{3}\right)=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)$$
$$=\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{4}(2+\sqrt{3})$$

3. **[출제의도]** 거듭제곱근의 값을 계산할 수 있다.

$\sqrt{3}\div\sqrt[3]{3\sqrt{3}}=\sqrt[6]{3^3}\div\sqrt[3]{\sqrt{27}}$

4. **[출제의도]** 행렬의 연산을 할 수 있다.

행렬 일 때, 를 계산하면

$$=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 4\\ -2 & 0\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}1 & 6\\ -3 & -2\end{pmatrix}$$

따라서 모든 성분의 합은 2 이다.

5. **[출제의도]** 방정식의 근의 의미를 알고 계수를 정할 수 있다.

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $1+i$이므로

주어진 방정식에 대입하면

$(1+i)^2+a(1+i)+b=0$

$(a+b)+(2+a)i=0$

a, b가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a+b=0$, $2+a=0$

$\therefore\ a=-2$, $b=2$

따라서 $ab=-4$

[별해]

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $1+i$이므로 다른 한 근은 $1-i$이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$-a=(1+i)+(1-i)=2$

$b=(1+i)(1-i)=2$

$\therefore\ a=-2$, $b=2$

따라서 $ab=-4$

6. **[출제의도]** 역함수의 의미를 이해하고 함수값을 구할 수 있다.

$g(2)=f(2\cdot 2-1)=f(3)$ 이다.

$f^{-1}(x)=3x-3=3$ 에서 $x=2$

$\therefore\ f(3)=2$

따라서 $g(2)=2$

7. **[출제의도]** 로그의 정수 부분과 소수 부분을 구할 수 있다.

$\log_2 2<\log_2 3<\log_2 4$, $1<\log_2 3<2$

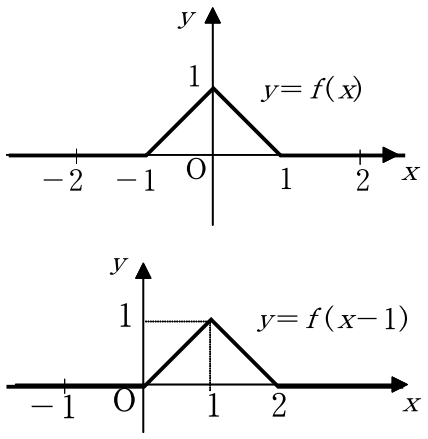
이므로

의 정수 부분은 이고 소수 부분은 이다.

8. **[출제의도]** 함수의 그래프를 그릴 수 있다.

함수 의 그래프는 의 그래프를 축의

방향으로 1만큼 평행이동시킨 것이다.



$x \leftarrow -1$ 일 때 $f(x)+f(x-1)=0+0=0$

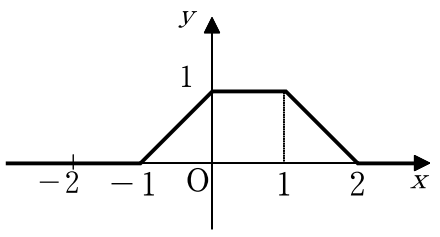
$-1 \leqq x < 0$ 일 때 $f(x)+f(x-1)=(x+1)+0=x+1$

$0 \leqq x < 1$ 일 때 $f(x)+f(x-1)=(1-x)+x=1$

$1 \leqq x < 2$ 일 때 $f(x)+f(x-1)=0+(2-x)=2-x$

$x \geqq 2$ 일 때 $f(x)+f(x-1)=0+0=0$

따라서 $y=f(x)+f(x-1)$ 의 그래프는 아래와 같다.



[별해]

두 그래프를 동시에 그려 생각해보면 구하는 그래프는 ①과 같다.

9. **[출제의도]** 표준편차가 최소가 되는 조건을 구할 수 있다.

종이 D를 넓이가 x와 $12-x$인 두 조각으로 나누었다고 하면, 넓이를 나타내는 5개의 변량 5, 5, 8, x, $12-x$에 대한 평균은

$$\frac{5+5+8+x+(12-x)}{5}=\frac{30}{5}=6$$

이므로 x와 $12-x$의 차가 작을수록 표준편차는 작아진다.

즉, 표준편차는 $x=12-x=6$ 일 때 최소이다.

따라서 넓이가 6 , 6 인 두 조각으로 나누어야 한다.

[별해]

표준편차를 라 하면

이므로 는 일 때 최소이다.

따라서 넓이가 인 두 조각으로 나누어야 한다.

[오답피하기]

같은 변량이 많이 나타날 때 표준편차가 최소가 된다고 잘못 생각하여 를 넓이가 인 두 조각으로 나눈다고 생각하지 않도록 유의한다.

10. **[출제의도]** 상용로그의 지표의 의미를 이해하고 있다.

조건 Ⅱ의 $f(2n)=1+f(n)$ 에서 $\log 2n$ 의 지표는 의 지표보다 1이 크다. 이것은 n 의 자리수보다 의 자리수가 만큼 더 커진다는 뜻이다. 예를 들면 $n=5$ 일 때 , $n=50$ 일 때 $2n=100$ 이다.

따라서 $1 < n < 100$ 인 자연수 중에서 조건에 알맞은 은

$n=5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 50,\ 51,\ \cdots,\ 99$

이므로 모두 55 개이다.

11. **[출제의도]** 행렬의 연산의 성질을 이해하고 있다.

ㄱ. $A=B+E$ 이므로

$$AB=(B+E)B=B^2+B$$
$$=B(B+E)=BA$$

따라서 옳다.

ㄴ. $A^2=E$ 에서 $AA=E$이므로

A의 역행렬 A^{-1}은 A이다.

따라서 옳다.

ㄷ. <반례>

$A=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$이면

$AB=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$이지만 $A \neq O$이고 이다

따라서 옳지 않다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

12. **[출제의도]** 연립일차방정식이 무수히 많은 해를 가질 조건을 이해하고 있다.

x, y에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix}a&1\\2&b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 가지기 위한 필요충분조건은 행렬 $\begin{pmatrix}a&1\\2&b\end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않는 것이다.

그러므로 $ab-2=0$

$\therefore ab=2$

13. **[출제의도]** 주어진 규칙을 이해하고 주어진 조건에 알맞은 상황을 추론할 수 있다.

○와 ×를 합하여 모두 (개)이므로 열의 수는

(개)이다.

제 행의 개 칸 중에서 ×는 개이므로 ×를 먼저 개 채운 후 나머지 칸에는 ○를 채운다.

주어진 방법에 따라 ○ 아래에는 ×를 채운다.

×	×	×	×	×	○	○	○	○
					×	×	×	×

○가 모두 7개이므로 제 2행의 빈칸에 3개의 ○를 채우고 나머지 빈칸에는 ×를 채운다.

×	×	×	×	×	○	○	○	○
×	×	○	○	○	×	×	×	×

따라서 제 1행과 제 2행이 모두 ×인 열의 개수는 2이다.

14. **[출제의도]** 주어진 조건에 알맞은 이진법의 수의 개수를 구할 수 있다.

조건 Ⅰ, Ⅱ에서 N은 $abcdcba_{(2)}$의 꼴이다.

이 때, a, b, c, d는 0 또는 1이다.

맨 앞자리의 수는 0이 아니므로 $a=1$이다.

또, b, c, d는 각각 0 또는 1이므로 가능한 N의 개수는

$2\times2\times2=8$ (개)이다.

15. **[출제의도]** 점의 이동에서 규칙성을 발견할 수 있다.

$A_2, B_2, A_3, B_3, \cdots$를 차례로 구하여 보면

$A_1(1, 0) \rightarrow B_1(0, 1) \rightarrow A_2(1, 1) \rightarrow B_2(1, 1) \rightarrow$

$A_3(2, 1) \rightarrow B_3(1, 2) \rightarrow A_4(2, 2) \rightarrow B_4(2, 2) \rightarrow$

$A_5(3, 2) \rightarrow B_5(2, 3) \rightarrow A_6(3, 3) \rightarrow B_6(3, 3) \rightarrow$

……

……

이므로

$A_1(1, 0)$, $A_3(2, 1)$, $A_5(3, 2)$, $A_7(4, 3)$, …

따라서 점 A_{2003}의 좌표는 $(1002, 1001)$

16. **[출제의도]** 합성함수의 함수값의 집합을 구할 수 있다.

$$f\left(\frac{1}{9}\right)=\frac{2}{9}-\left[\frac{2}{9}\right]=\frac{2}{9}$$

$$f\left(f\left(\frac{1}{9}\right)\right)=f\left(\frac{2}{9}\right)=\frac{4}{9}-\left[\frac{4}{9}\right]=\frac{4}{9}$$

$$f\left(f\left(f\left(\frac{1}{9}\right)\right)\right)=f\left(\frac{4}{9}\right)=\frac{8}{9}-\left[\frac{8}{9}\right]=\frac{8}{9}$$

같은 방법으로 계속하면

$$f\left(\frac{8}{9}\right)=\frac{16}{9}-\left[\frac{16}{9}\right]=\frac{7}{9}$$

$$f\left(\frac{7}{9}\right)=\frac{14}{9}-\left[\frac{14}{9}\right]=\frac{5}{9}$$

즉, 6개의 수 이 반복된다.

따라서 이므로 집합 의 원소의 개수는 이다.

17. **[출제의도]** 주어진 조건에 알맞은 소수의 존재성을 증명할 수 있다.

등식 을 만족하는 소수인 자연수 가 존재한다고 가정하자.

$y^3=z^4-x^2=(z^2-x)(z^2+x)$ 에서 $z^2-x<z^2+x$ 이므로

$z^2-x=1$, $z^2+x=y^3$ 또는 $z^2-x=y$, $z^2+x=y^2$ 이다.

i) $z^2-x=1$, $z^2+x=y^3$ 인 경우

두 식을 더하면 $2z^2=y^3+1$ …㉠

㉠에서 좌변이 짝수이므로 $y\neq2$ $\therefore y>2$

$2z^2=(y+1)(y^2-y+1)$

에서 $\boxed{y+1=z}$ 이고 $y^2-y+1=2z$

그러나, $y(y-1), 2z$는 모두 짝수이므로 등식

$y^2-y+1=2z$는 성립할 수 없다.

ii) $z^2-x=y$, $z^2+x=y^2$ 인 경우

$2z^2=y^2+y=y(y+1)$ 에서

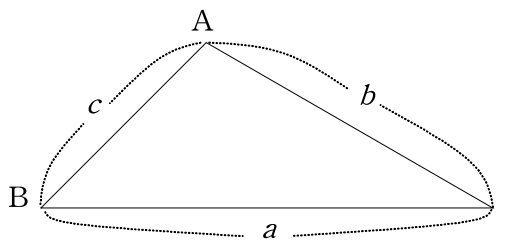
$y=z$이고 $\boxed{y+1=2z}$

$\therefore z=$ $\boxed{1}$

이것은 가정에 모순이다.

i), ii)에서 등식 $x^2+y^3=z^4$을 만족하는 소수인 자연수는 존재하지 않는다.

18. **[출제의도]** 삼각형의 넓이를 구하는 공식을 증명할 수 있다.



△ABC의 넓이는 $S=\frac{1}{2}ab\times$ $\boxed{\sin C}$ 이다.

사인법칙 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ 에서

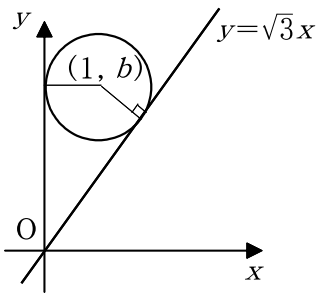
$b=a\times\frac{\boxed{\sin B}}{\sin A}$ 이고

$\therefore S=\frac{a^2\sin B\sin C}{2\sin A}$

에서 이므로

따라서

19. **[출제의도]** 원과 직선이 접하는 조건을 구할 수 있다.



원이 y축에 접하므로 중심의 x좌표는 1이다.

$\therefore\ a=1$

중심 $(1,\ b)$에서 직선 $\sqrt{3}x-y=0$ 까지의 거리가 원의 반지름의 길이와 같으므로

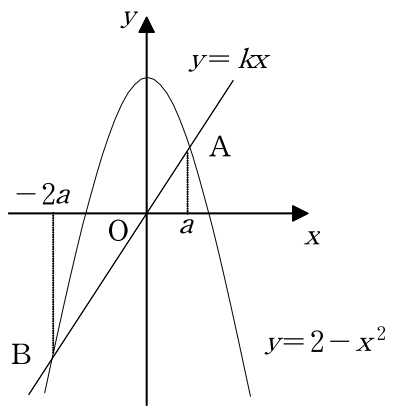
$$\frac{|\sqrt{3}-b|}{\sqrt{3+1}}=1,\ \sqrt{3}-b=\pm 2$$

$b>0$ 이므로 $b=2+\sqrt{3}$

따라서 $a+b=3+\sqrt{3}$

20. **[출제의도]** 두 함수의 그래프의 교점의 좌표를 구할 수 있다.

$\overline{OA}:\overline{OB}=1:2$ 이므로 교점 A, B의 x좌표를 각각 a, $-2a$ $(a>0)$로 놓을 수 있다.



a, $-2a$ 는 방정식 $2-x^2=kx$, 즉 $x^2+kx-2=0$ 의 두 실근이므로 근과 계수의 관계에서

$a+(-2a)=-k,\ a(-2a)=-2$

$a^2=1$ 에서 $a>0$이므로 $a=1$

따라서 $k=1$

21. **[출제의도]** 역행렬을 이용하여 두 직선의 교점의 좌표를 구할 수 있다.

두 직선 $ax+by=1$, $cx+dy=1$ 의 교점의 좌표가 (α,β)이므로 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=1 \end{cases}$ 의 해는 $x=\alpha$, $y=\beta$ 이다.

에서

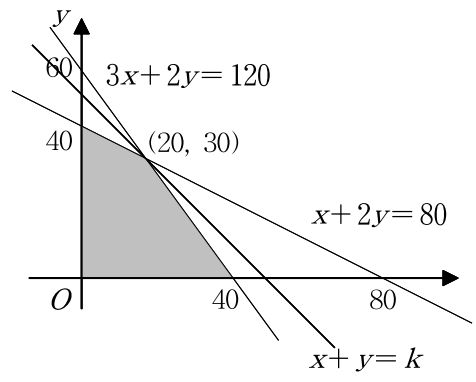
따라서 , 이므로 이다.

22. **[출제의도]** 주어진 상황을 좌표평면 위에 영역으로 나타내어 최적조건을 구할 수 있다.

A 과자를 x개, B 과자를 y개 만든다고 하면

	설탕	밀가루	
A 과자	1g	3g	
B 과자	2g	2g	
제한량	80g	120g	

주어진 조건에서 $x\geqq 0$, $y\geqq 0$, $x+2y\leqq 80$, $3x+2y\leqq 120$ 이다. 이 연립부등식의 영역을 그림으로 나타내면 아래 그림의 어두운 부분이다.



과자의 총 개수를 k라 하면, $x+y=k$

k의 값이 최대가 되는 경우는 직선 가 두 직선 $x+2y=80$, $3x+2y=120$ 의 교점 $(20,\ 30)$을 지날 때이다.

따라서 만들 수 있는 과자 개수의 최대값은 이다.

23. **[출제의도]** 연립방정식을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

주어진 조건에 알맞은 연립방정식을 세우면

$2250=100k+f$ …㉠

$2360=144k+f$ …㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$k=\frac{5}{2}$, $f=2000$

$3000=\frac{5}{2}R^2+2000$ 에서 $R^2=400$

따라서 $R=20$

24. **[출제의도]** 삼각함수를 활용하여 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있다.

서울을 O, 평양을 A, 김천을 B, 삼척을 C, $\overline{OA}=x$라고 하고, O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 라고 하면

에서

따라서 서울에서 평양까지의 거리는 약 이다.

25. **[출제의도]** 복소수의 계산을 할 수 있다.

$(1+i)^2-(1-i)^2 = 1+2i+i^2-1+2i-i^2$

$= 4i$

$= a+bi$

$\therefore\ a=0,\ b=4$

따라서 $a^2+b^2=16$

26. **[출제의도]** 주어진 조건에 알맞은 집합을 구할 수 있다.

$A=\{1,3,4,5\}$, $A\cap X=\{1,3\}$ 에서

$1\in X,\ 3\in X,\ 4\notin X,\ 5\notin X$

$B=\{1,4,5\}$, $B\cup X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 에서

$2\in X,\ 6\in X,\ X\subset\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

따라서 $X=\{1,2,3,6\}$ 이므로, 원소의 합은 12 이다.

27. **[출제의도]** 다항식의 나눗셈에서 나머지를 구할 수 있다.

다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫이 x^2+x+2 이고 나머지가 3 이므로

$f(x)=(x-2)(x^2+x+2)+3$ …㉠

$f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지는 $f(-2)$ 이므로 ㉠에서

$f(-2)=(-2-2)(4-2+2)+3=-13$

따라서 $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지는 -13 이다.

28. **[출제의도]** 이항연산으로 나타내어진 방정식의 해를 구할 수 있는가

ⅰ) $x^2\geqq 6x$ 일 때

즉, $x(x-6)\geqq 0$, $x\leqq 0$ 또는 $x\geqq 6$ 일 때

$x^2+6x=40$, $(x+10)(x-4)=0$

$\therefore\ x=-10$

ⅱ) $x^2<6x$일 때

즉, $x(x-6)<0$, $0<x<6$ 일 때

$x^2-6x+48=40$, $x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$

$\therefore\ x=2,\ 4$

ⅰ), ⅱ)에서 $x=-10,\ 2,\ 4$

따라서 x의 값들의 총합은 -4 이다.

29. **[출제의도]** 원과 축의 두 교점 사이의 거리를 구할 수 있다.

원 이 축과 만나는 두 점의 좌표는 원의 방정식과 을 연립한 방정식 의 두 근이다.

$\therefore$

따라서 두 점 , 의 좌표가 각각 이므로 선분 의 길이는 이다.

30. **[출제의도]** 상용로그를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

기어를 1 단씩 올릴 때마다 속력은 11%씩 증가하므로 단 기어일 때의 속력은 1 단 기어일 때의 속력의 배이다.

$1.11^{10}=x$의 양변에 상용로그를 취하면

$\log x = \log 1.11^{10} = 10\log 1.11$

$= 10\times 0.0453$

$= 0.453$

또, $\log 2.83=0.4518$, $\log 2.84=0.4533$ 이므로

$\log x \fallingdotseq \log 2.84$

$\therefore\ x\fallingdotseq 2.84$

따라서 11 단 기어일 때의 속력은 1 단 기어일 때의 속력의 약 2.84 배이다.

[“가” 형]

정 답

1	③	2	①	3	①	4	②	5	①	6
9	⑤	10	④	11	③	12	④	13	②	14
17	①	18	②	19	④	20	③	21	④	22
25	16	26	12	27	7	28	-4	29	6	30

해 설

※ “가”형 문항 중 해설이 없는 문항은 “나”형 문항과 같음

9. **[출제의도]** 표준편차의 의미를 이해하고 있다.

5 개의 변량 5, 6, 7, x, $12-x$ 의 평균은

$$\frac{5+6+7+x+(12-x)}{5}=\frac{30}{5}=6$$

이다. 변량의 값이 평균에 가까울수록 표준편차가 작아지므로 부등식 $f(x)<f(4)$ 을 만족시키기 위해서는 의 값의 범위가 보다 평균인 6 에 가까워야 한다.

따라서 $4<x<8$ …㉠

또, $12-x$인 경우에도 마찬가지이므로

…㉡

㉠, ㉡에서 구하는 의 범위는

[별해]

이므로 이다.

$$= \frac{2x^2-24x+74}{5}$$

$\{f(x)\}^2 < \{f(4)\}^2$ 에서 $\frac{2x^2-24x+74}{5} < 2$

$x^2-12x+32<0$, $(x-4)(x-8)<0$

따라서 구하는 x의 범위는 $4<x<8$

12. **[출제의도]** 두 연립방정식의 해가 같게 되는 조건을 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ k \end{pmatrix}$$

따라서 $k=14$

[별해]

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4y=6 & \cdots ㉠ \\ 4x+5y=8 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4y=6 & \cdots ㉠ \\ 7x+9y=14 & \cdots ㉠+㉡ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$\therefore$ $k=14$

20. **[출제의도]** 이차방정식이 항상 실근을 가질 조건을 구할 수 있다.

주어진 이차방정식을 정리하면

$$x^2-kx+(2k-a)=0$$

실근을 가지려면 판별식 $D \geqq 0$ 이어야 한다.

$$k^2-4(2k-a) \geqq 0$$

$$k^2-8k+4a \geqq 0$$

$$(k-4)^2+4a-16 \geqq 0$$

실수 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$4a-16 \geqq 0$$

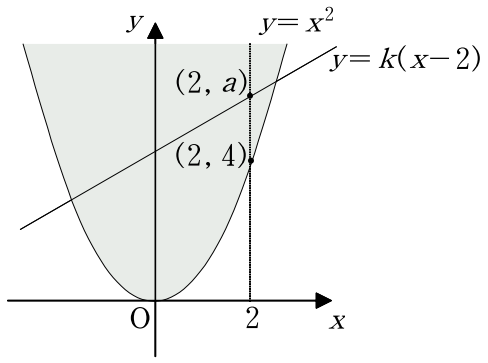
따라서 $a \geqq 4$

[별해]

이차방정식 이 실수 에 관계없이 항상 실근을 가지려면, 곡선 과 직선 가 에 관계없이 항상 만나야 한다.

그런데, 직선 는 항상 점 를 지나므로 점 가 곡선 의 위쪽에 있으면 직선과 곡선은 항상 만난다.

따라서



27. **[출제의도]** 다항식의 나눗셈에서 나머지를 구할 수 있다.

$f(1)=-3$ 에서 $f(x)=(x-1)g(x)+3$ 이다.

$g(1)=-2$ 에서 $g(x)=(x-1)Q(x)-2$ 라고 하면

$$f(x)=(x-1)\{(x-1)Q(x)-2\}+3$$

$$=(x-1)^2Q(x)-2(x-1)+3$$

$\therefore$ $R(x)=-2(x-1)+3=-2x+5$

$\therefore$ $R(-1)=-2(-1)+5=7$