• 제 2 교시 •
수리 영역

정 답

1	②	2	①	3	③	4	④	5	⑤	6	④	7	⑤	8	④
9	③	10	②	11	③	12	①	13	⑤	14	②	15	④	16	①
17	④	18	②	19	⑤	20	①	21	③			22	16		
23	11			24	20			25	-14			26	21		
27	52			28	15			29	3			30	12.56		

해 설

1.[출제의도] 이중근호를 정리하여 계산할 수 있다.

$$\sqrt{3+\sqrt{8}}-\sqrt{3-\sqrt{8}} = \sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$$
$$= (\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)$$
$$= 2$$

2.[출제의도] 삼각함수의 상호관계를 이해할 수 있다.

(주어진 식) $= \cos^2\theta \sec^2\theta = 1$

3.[출제의도] 나머지정리를 이용하여 나머지를 구할 수 있다.

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라고 하면
$f(-1) = 1 + (-1) + (-22) + 11$
$= -11$

4.[출제의도] 자료의 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

평균 $m = \frac{8+10+11+12+14}{5} = 11$

분산

$$s^2 = \frac{(8-11)^2 + (10-11)^2 + (11-11)^2 + (12-11)^2 + (14-11)^2}{5}$$
$$= \frac{9+1+0+1+9}{5} = 4$$

표준편차 $s = 2$
따라서 $m + s = 11 + 2 = 13$

5.[출제의도] 역함수의 정의를 이해하고 함수값을 구할 수 있다.

$f^{-1}(1) = 2$ 에서 $f(2) = 3 \cdot 2 + k = 1$
$\therefore \quad k = -5$
$\therefore$

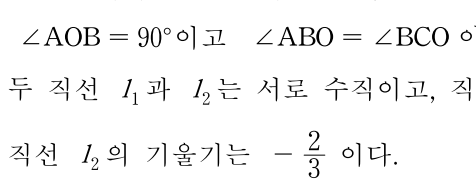
6.[출제의도] 필요조건과 집합의 포함관계를 이해할 수 있다.

가 이기 위한 필요조건이므로 이다.
$\therefore$
따라서, 의 최대값은

7.[출제의도] 연립부등식을 풀 수 있다.

㉠에서
$\Leftrightarrow$

㉡에서 $-2 < x < 2$
㉠과 ㉡의 공통범위를 나타내면 아래와 같다.



$\therefore \quad -2 < x \leq -1$

8.[출제의도] 대칭이동을 이해하고 두 원의 중심거리를 구할 수 있다.

원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$를 직선 $y = x$에 대하여 대칭이동시킨 원의 방정식은 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$이고, 이 원의 중심은 이다. 두 원의 중심거리는 두 점 $(1, 3), (3, 1)$사이의 거리와 같으므로 $\sqrt{(1-3)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2}$

9.[출제의도] 역함수의 성질을 이해할 수 있다.

ㄱ. $x \geq 0$일 때 $f(x) = x$이므로 $f(f(10)) = f(10) = 10$ $\therefore$ 참
ㄴ. $f(-1) = -2$ 이므로 $f^{-1}(-2) = -1$ $\therefore$ 참
ㄷ. $f^{-1}(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ \frac{1}{2}x & (x \leq 0) \end{cases}$ 이므로

$y = f(x)$ 의 그래프와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 인 구간에서 일치 하므로 교점은 무수히 많다. $\therefore$ 거짓

10.[출제의도] 중점의 좌표를 구하고 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

점 M의 좌표를 (a, b)라 하면
$a = \frac{-2+4}{2} = 1$, $b = \frac{2+6}{2} = 4$
이므로 M(1,4)
또한 B(1,−2), M(1,4) 이므로
선분 BM은 y축과 평행이다.
점 C에서 선분 BM에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BM} = 6, \overline{CH} = 3 - 1 = 2$
$\therefore \triangle BCM = \frac{1}{2} \cdot \overline{BM} \cdot \overline{CH} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2$
$= 6$

11.[출제의도] 수선의 방정식을 구할 수 있다.

$\angle AOB = 90°$이고 $\angle ABO = \angle BCO$ 이므로 이다.
두 직선 l_1과 l_2는 서로 수직이고, 직선 l_1의 기울기가 이므로
직선 l_2의 기울기는 $-\frac{2}{3}$ 이다.
따라서, 직선 l_2의 방정식은 $y = -\frac{2}{3}x + 3$ 이므로
이다.

12.[출제의도] 분산을 계산할 수 있다.

자료 의 평균과 분산을 각각 라 하면

자료 의 평균과 분산을 각각 라 하면

$v_B = \dfrac{(b-2b)^2\cdot 4+(2b-2b)^2\cdot 2+(3b-2b)^2\cdot 4}{10}$

$= \dfrac{4}{5}b^2$

$v_A = v_B$ 이므로 $\dfrac{4}{5}a^2 = \dfrac{4}{5}b^2$

$a = b$ ($\because$ a 와 b는 모두 양수)

따라서 $\dfrac{a}{b} = 1$

13.[출제의도] 정수의 성질을 이용한 증명 과정을 이해할 수 있다.

$\sqrt{n(n+1)}$ 이 유리수라면

$\sqrt{n(n+1)} = \dfrac{a}{b}$ (a, b 는 서로 소인 자연수)로 놓을 수 있다.

양변을 제곱하면 $n(n+1) = \dfrac{a^2}{b^2}$ ····· ㉠

그런데 이 식의 좌변은 자연수이므로 우변도 자연수이어야 한다.

a와 b는 서로소이므로 $b^2 =$ [1] ····· ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $n(n+1) = a^2$

양변에 4를 곱하여 정리하면

$4n^2+4n = 4a^2$

$(2n+1)^2-4a^2 =$ [1]

$(2n+1+2a)(2n+1-2a) =$ [1]

따라서 $2n+1+2a$, $2n+1-2a$ 는 [모두 1이거나 모두 -1 이다.]

이 때, 어느 경우에나 모순이므로 $\sqrt{n(n+1)}$ 은 유리수가 아니다.

14.[출제의도] 도형에 대한 증명 과정을 이해할 수 있다.

두 직선 AP, EF의 교점을 G라 하면

$\overline{AD} // \overline{GF}$, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{GE} = \overline{EF}$

또 $\overline{EF} =$ [$\overline{AE}$] 이므로 $\overline{GE} =$ [$\overline{AE}$]

따라서, $\triangle EGA$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle EGA = \angle EAG$ 이고

$\angle EGA + \angle EAG = \angle AEF$,

$\angle AEO = \angle OEF$ 이므로

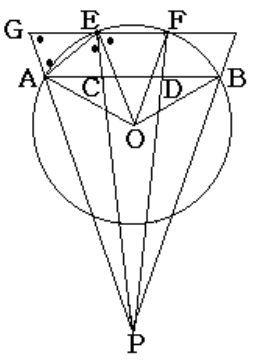
$\angle EGA =$ [$\angle OEF$] (동위각)이므로

$\overline{PA} // \overline{OE}$

같은 방법으로 $\overline{PB} // \overline{OF}$

$\therefore$ $\angle APB =$ [$\angle EOF$] $= \dfrac{1}{3}\angle AOB$

$\therefore$ $\angle AOB = 3\angle APB$



15.[출제의도] 근의 성질을 이해할 수 있다.

$(x-1)(x^2+x+1)=0$ 이므로

$\omega^3 = 1$, $\omega^2+\omega+1=0$ 이다.

$\omega+\omega^3+\omega^5+\omega^7+\omega^9+\omega^{11}+\omega^{13}+\omega^{15}$

16.[출제의도] 점의 좌표를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다.

이므로 점 는 의 수직이등분선 위에 있다. 또한, 의 수직이등분선은 그림의 어두운 부분의 넓이를 이등분하므로 구하는 직선은 의 이등분선이고 그 방정식은

(∵ 의 중점은 이고, 의 기울기는 이다.)

위 식을 정리하면 $x+2y=8$ 이다.

17.[출제의도] 합성함수가 갖는 규칙성을 찾을 수 있다.

$f(x) = \dfrac{x}{x+1}$

$f^2(x) = f(f(x)) = \dfrac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1}+1} = \dfrac{x}{2x+1}$

$f^3(x) = f(f^2(x)) = \dfrac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1}+1} = \dfrac{x}{3x+1}$

……

$f^{10}(x) = \dfrac{x}{10x+1}$ 으로 추정할 수 있다.

따라서, $f^{10}(1) = \dfrac{1}{11}$

<다른풀이>

$f(1) = \dfrac{1}{2}$

$f^2(1) = f(f(1)) = f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{3}$

$f^3(1) = f(f^2(1)) = f\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{1}{4}$

……

$f^{10}(1) = \dfrac{1}{11}$

18.[출제의도] 이차부등식의 성질을 이해할 수 있다.

임의의 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2+2ax+2b-b^2 \geqq 0$ 이므로

$\dfrac{D}{4} = a^2-(2b-b^2) \leqq 0$,

$a^2+b^2-2b \leqq 0$

$\therefore$ $a^2+(b-1)^2 \leqq 1$

이것을 좌표평면에 나타내면 ②번이다.

19.[출제의도] 산술평균, 기하평균의 관계를 이용하여 최소값을 찾을 수 있다.

창고의 가로의 길이를 a (m), 세로의 길이를 (m)로 놓으면

창고의 넓이 $ab = 35\,(m^2)$ ··· ㉠

또 벽을 쌓는데 $10a+10b$(만원), 칸막이를 쌓는데 (만원)이 필요하므로

창고를 만드는데 필요한 경비는 $10a+14b$(만원)이다.

따라서 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$10a+14b \geqq 2\sqrt{10a\cdot 14b} = 4\sqrt{35ab}$ ··· ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$10a+14b \geqq 4\sqrt{35\cdot 35} = 140$ (단, 등호는 일 때 성립)

따라서, 창고를 만들 때의 최소비용은 140 (만원)이다.

20.[출제의도] 함수값을 그래프로 나타낼 수 있다.

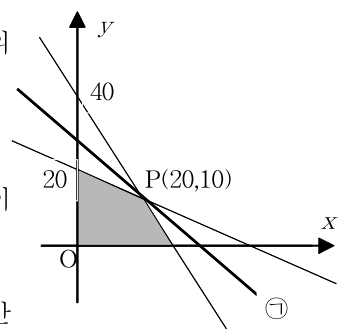
햇빛이 지면과 를 이루므로 평지에서 그림자의 길이는 키의 길이와 같고, 그림자가 계단에 걸칠 때에도 그림처럼 그림자의 길이는 항상 키의 길이와 같음을 알 수 있다.

21.[출제의도] 일차부등식을 이용하여 최대값을 구할 수 있다.

제품 A, B를 각각 x개, y개 만든다고 하면
$x \geqq 0$, $y \geqq 0$, $x+2y \leqq 40$, $3x+2y \leqq 80$
이므로 이 연립부등식의 영역은 그림의 어두운 부분이다.
이익을 k(만원)이라고 하면

$$20x+30y=k \quad \cdots \ ㉠$$

이고 k가 최대가 되는 경우는 직선 ㉠이 교점 P(20 , 10)을 지날 때이다.
따라서 $x=20$, $y=10$일 때
최대 이익 $k=20\cdot 20+30\cdot 10=700$(만원)



22.[출제의도] 부분집합의 개수를 구할 수 있다.

5를 원소로 갖는 A의 부분집합의 개수는 집합 {1, 2, 3, 4}의 부분집합의 개수와 같으므로
구하는 개수는 $2^4=16$(개)이다.

23.[출제의도] 복소수가 서로 같을 조건을 이해할 수 있다.

$(x+y)+(x-y)i=4+2i$에서
$x+y=4$, $x-y=2$
연립하여 풀면 $x=3$, $y=1$
따라서 $3x+2y=3\cdot 3+2\cdot 1=11$

24.[출제의도] 근과 계수의 관계를 이해할 수 있다.

근과 계수의 관계에서
$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=2$

$$\therefore \ \frac{\alpha^2}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha}=\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$$

$$=\frac{4^3-3\cdot 2\cdot 4}{2}=20$$

25.[출제의도] 원의 방정식을 구할 수 있다.

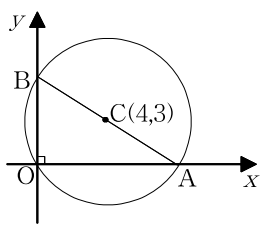
$\angle AOB=90^\circ$ 이므로 선분 AB는 외접원의 지름이다.
$\overline{AB}=10$ 이고 원의 중심은 C(4,3)이므로
원의 방정식은

$$(x-4)^2+(y-3)^2=5^2$$

이 식을 정리하면

$$x^2+y^2-8x-6y=0$$

$\therefore \ a+b+c=(-8)+(-6)+0=-14$



26.[출제의도] 제한변역이 있는 경우 이차함수의 최대값을 구할 수 있다.

$x^2-5x+4=0$에서 $(x-1)(x-4)=0$이므로 $x=1, 4$
$\therefore$ A(0 , 4), B(1 , 0), C(4 , 0)
점 는 곡선 위의 점이므로 를 대입하면

이므로 구하는 최대값은 일 때 이다.

27.[출제의도] 연립방정식을 세우고 풀 수 있다.

볼록렌즈, 오목렌즈, 도수가 없는 렌즈의 개수를 각각 라 하면

㉠
㉡
㉢

㉢을 간단히 하면 ㉣

㉡을 ㉠에 대입하면 $2x+z=220$ … ㉤
㉡을 ㉣에 대입하면 $9x+2z=860$ … ㉥
㉤과 ㉥을 연립하여 풀면 $x=84$
$\therefore \ y=104$, $z=52$
따라서 도수가 없는 렌즈의 개수는 52 개

28.[출제의도] 연립방정식을 세우고 풀 수 있다.

A, B, AB, O 형인 학생의 수를 각각 x, y, , , 라 하면

$y+w=25$ … ㉠
$x+w=20$ … ㉡
$z+w=20$ … ㉢
$x+y+z+w=35$ … ㉣

㉠+㉡+㉢에서 $(x+y+z+w)+2w=65$
㉣을 이 식에 대입하면 $2w=30$
$\therefore \ w=15$
따라서 O형인 학생의 수는 15 명이다.

29.[출제의도] 평행이동을 이해하고 두 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.

두 정사각형의 한 변의 길이는 1이므로
그림과 같이 두 꼭지점 C와 R은 각각 직선

$4(x-1)-3(y+1)+11=0$
$4(x+1)-3(y-1)-18=0$

즉, $4x-3y+4=0$ 과 $4x-3y-11=0$ 위를 움직이게 된다. 이때, 구하는 최소거리는 두 평행한 직선 $4x-3y+4=0$ 과 $4x-3y-11=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서, 구하는 거리는 직선 $4x-3y+4=0$ 위의 점 에서 직선 $4x-3y-11=0$ 까지의 거리 d와 같으므로

$$d=\frac{|-4-11|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=3$$

30.[출제의도] 삼각방정식을 풀 수 있다.

$2\cos\frac{x}{3}=1$ 에서 $\cos\frac{x}{3}=\frac{1}{2}$ 이므로

$\frac{x}{3}=\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{5\pi}{3}$
$\therefore \ x=\pi$ 또는 5π
따라서,
$\overline{PQ}=5\pi-\pi=4\pi=4\times 3.14$
$=12.56$