제2교시 수리영역

[정답]

1. ④	2. ③	3. ①	4. ④	5. ④	6. ⑤	7. ③	8. ②
9. ②	10. ②	11. ①	12. ③	13. ④	14. ④	15. ③	16. ④
17. ③	18. ⑤	19. ⑤	20. ①	21. ③	22. ⑤	23. ①	24. ②
25. 5	26. -16	27. 11	28. 10	29. 13	30. 2.75		

1. [출제의도] 무리식의 계산을 할 수 있다.

$$\frac{2}{\sqrt{5}+1}+\frac{2}{\sqrt{5}-1}=\frac{2(\sqrt{5}-1)+2(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

$$=\frac{4\sqrt{5}}{5-1}=\sqrt{5}$$

2. [출제의도] 식의 값을 계산할 수 있다.

$x+y=3$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=3$ 에서

$\frac{x+y}{xy}=\frac{3}{xy}=3$이므로 $xy=1$

3. [출제의도] 이차부등식의 해를 구할 수 있다.

이차항의 계수가 1이고 해가 $-4<x<b$인 이차부등식은

$(x+4)(x-b)<0$

$\therefore\ x^2+(4-b)x-4b<0$

이 부등식이 $x^2+2x+a<0$과 같으므로

$4-b=2$, $-4b=a$

$\therefore\ a=-8$, $b=2$

$\therefore\ a+b=-6$

4. [출제의도] 표준편차를 구할 수 있다.

$$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+2^2+0^2+(-1)^2+1^2}{5}=2$$

$\therefore$ (표준편차) $=\sqrt{2}$(점)

5. [출제의도] 다항식의 최대공약수를 구할 수 있다.

$$x^3+2x^2-x-2=x^2(x+2)-(x+2)$$

$$=(x+2)(x^2-1)$$

$$=(x+2)(x+1)(x-1)$$

$$x^3-x^2-4x+4=x^2(x-1)-4(x-1)$$

따라서, 두 다항식의 최대공약수는 이다.

6. [출제의도] 비례식을 이해할 수 있다.

그림에서 △ADE ∽ △ABC이므로

,

$\therefore$

7. [출제의도] 이차함수 그래프의 대칭성을 이해할 수 있다.

$f(x)=x^2+ax+b$에서 $f(-4)=f(2)$ 이므로

$y=f(x)$의 그래프에서 대칭축은 $x=\frac{(-4)+2}{2}=-1$

따라서, $f(x)$의 최소값은 $f(-1)$이다.

8. [출제의도] 표준편차를 이해할 수 있다.

표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어져 있을수록 크므로

A, B의 표준편차는 같고 C의 표준편차는 보다 크다.

즉, $a=b<c$이다.

9. [출제의도] 항등식을 이해할 수 있다.

$x=0$을 대입하면, $-4=-2a$ $\therefore$ $a=2$

$x=-1$을 대입하면, $4-3-4=3b$ $\therefore$ $b=-1$

$x=2$를 대입하면, $16+6-4=6c$ $\therefore$ $c=3$

$\therefore\ abc=-6$

10. [출제의도] 복소수의 연산을 이용하여 추론할 수 있다.

z_2, z_3, z_4, z_5, …를 차례로 구해보면

$z_2=\overline{z_1}+(1+i)=1-2i+(1+i)=2-i$

$z_3=\overline{z_2}+(1+i)=2+i+(1+i)=3+2i$

$z_4=\overline{z_3}+(1+i)=3-2i+(1+i)=4-i$

$z_5=\overline{z_4}+(1+i)=4+i+(1+i)=5+2i$

.....

실수부분은 2,3,4,5,…로 나타나고,

허수부분은 -1, 2가 반복되어 나타난다.

$\therefore\ z_{100}=100-i$

11. [출제의도] 삼차방정식을 풀 수 있다.

$x=1$이 주어진 방정식의 근이므로 대입하면

$1-a+3+2=0$ $\therefore$ $a=6$

주어진 방정식은

$x^3-6x^2+3x+2=0$, $(x-1)(x^2-5x-2)=0$

따라서, α, β는 방정식 $x^2-5x-2=0$의 두 근이다.

$\therefore\ \alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=-2$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=25-2(-2)=29$

12. [출제의도] 함수의 그래프를 이해할 수 있다.

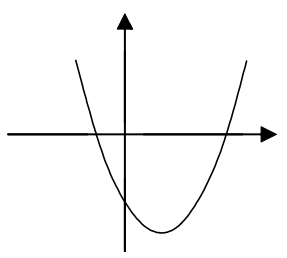
주어진 일차함수의 그래프에서 기울기와 y절편을 조사하면

$a>0$, $b<0$, $c<0$임을 알 수 있다. 따라서, 이차함수의 그래프는

(ⅰ) 이차항의 계수: $a>0$

(ⅱ) 대칭축: $x=-\frac{b}{2a}>0$

(ⅲ) y절편: $c<0$



이므로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의

그래프의 개형은 오른쪽 그림과 같다.

13. [출제의도] 복소수의 연산을 이해할 수 있다.

ㄱ. 이므로

ㄴ. 라 하면

$\therefore$

ㄷ.

$\therefore$

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

14. [출제의도] 방정식을 이해하고 문제를 해결할 수 있다.

ㄱ. $a=1$, $b=1$, $c=2$이면 주어진 방정식은

$(x-1)(x+1)(x-2)=(x+1)(x-1)(x+2)$

이므로 $x=1$, -1인 실근을 갖는다. 따라서 거짓이다.

ㄴ. $a=0$이면 $x(x+b)(x-c)=x(x-b)(x+c)$이므로

$x=0$인 실근을 갖는다.

$b=0$, $c=0$일 때도 같은 방법으로 $x=0$인 실근을 갖는다.

따라서, 참이다.

ㄷ. $abc\neq 0$이고 $a=b=c$이면 주어진 방정식은

$(x-a)^2(x+a)=(x+a)^2(x-a)$

$2a(x-a)(x+a)=0$

$a\neq 0$이므로 $x=a$, $-a$의 두 실근을 갖는다. 따라서, 참이다.

그러므로, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

15. [출제의도] 원과 직선을 이해하고 문제를 해결할 수 있다.

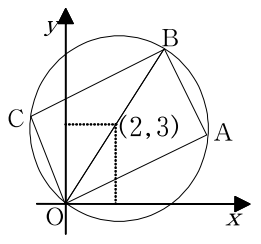
$x^2+y^2-4x-6y=0$에서 원은 원점 O를 지나고

$(x-2)^2+(y-3)^2=13$ 이므로

중심이 $(2,3)$이고 반지름의 길이가 $\sqrt{13}$인 원이다.

오른쪽 그림에서

원에 내접하는 직사각형 OABC의 대각선 OB는 원의 중심을 지나므로 직선 OB의 기울기는 두 점 $(0,0)$, $(2,3)$을 지나는 직선의 기울기와 같다.



$\therefore$ (직선 OB의 기울기) $=\frac{3}{2}$

16. [출제의도] 자연수의 성질을 추론할 수 있다.

칸 안의 수로 나누어 떨어지는 경우에만 오른쪽으로 이동하고 그 이외에는 아래쪽으로 이동하므로 A_3에 도착할 수 있는 카드는 오른쪽으로 이동한 횟수가 2번뿐인 카드이다. 즉, 카드에 적힌 수는 1을 제외하고 두 수로만 나누어 떨어지는 수이다.

1부터 100까지의 자연수 중에서 1을 제외하고 두 수로만 나누어떨어지는 수는 1을 제외한 약수의 개수가 2개인 수이므로 p^2(p는 소수)의 형태이다. 따라서, A_3에 도착할 수 있는 카드는 2^2, 3^2, 5^2, 7^2 즉, 4, 9, 25, 49가 적힌 4장뿐이다.

17. [출제의도] 정수의 성질을 이용하여 증명할 수 있다.

$a=2m+1$, $b=2n+1$ (m,n은 정수)라 하면

$A=\frac{ab-1}{2}=\boxed{2mn}+m+n$ ----------(가)

$B=\frac{a-1}{2}+\frac{b-1}{2}=m+n$

$\therefore$ $A-B=\boxed{2mn}$ ----------(가)

따라서, $\boxed{A,B\text{는 모두 짝수이거나 모두 홀수}}$ 이다. --(나)

18. [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 증명할 수 있다.

점 C를 중심으로 시계방향으로 삼각형 ABP를 60° 회전이동한 것을 삼각형 BOQ라 하자. 이 때, ∠BPC의 크기는 호 BC에 대한 중심각이

이므로 원주각의 성질에 의하여

∠BPC 이다. 또, ,

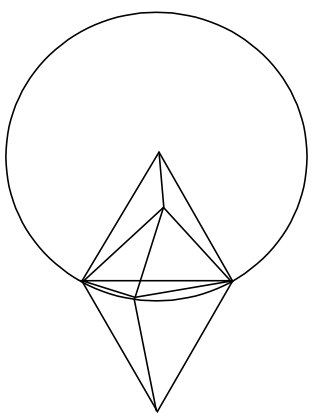
= 이므로 삼각형 CPQ는

이다.

따라서, 삼각형 QBP는 직각삼각형이므로

이 성립한다.

그런데, , 이므로 이다.



19. [출제의도] 부분집합의 개수를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

집합 A_1, A_2, $\cdots$ A_{31} 중에서

(ⅰ) 최소인 원소가 1인 집합은

1만 속하는 집합이므로 부분집합의 개수는 (개)

(ⅱ) 최소인 원소가 $\frac{1}{2}$인 집합은

$\frac{1}{2}$은 속하고 $\frac{1}{2^2}$, $\frac{1}{2^3}$, $\frac{1}{2^4}$은 속하지 않는 집합

이므로 부분집합의 개수는 $2^1=2$(개)

(ⅲ) 최소인 원소가 $\frac{1}{2^2}$인 집합은

$\frac{1}{2^2}$은 속하고 $\frac{1}{2^3}$, $\frac{1}{2^4}$은 속하지 않는 집합

이므로 부분집합의 개수는 $2^2=4$(개)

(ⅳ) 최소인 원소가 $\frac{1}{2^3}$인 집합은

$\frac{1}{2^3}$은 속하고 $\frac{1}{2^4}$은 속하지 않는 집합

이므로 부분집합의 개수는 $2^3=8$(개)

(ⅴ) 최소인 원소가 $\frac{1}{2^4}$인 집합은

$\frac{1}{2^4}$이 속하는 집합이므로 부분집합의 개수는 (개)

따라서, 최소인 원소들의 합은

$1\times 1+\frac{1}{2}\times 2+\frac{1}{2^2}\times 4+\frac{1}{2^3}\times 8+\frac{1}{2^4}\times 16=5$

20. [출제의도] 이차방정식을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

삼각형 APQ는 정삼각형이므로 $\overline{AP}=\overline{PQ}$이고,

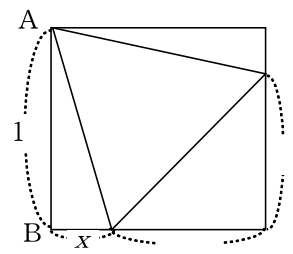
$\overline{AB}=1$이므로 $\overline{BP}=x$라 하면 $\overline{CP}=\overline{CQ}=1-x$ 이다.

$\overline{AP}^2=\overline{PQ}^2$ 에서

$1+x^2=(1-x)^2+(1-x)^2$

$x^2-4x+1=0$

$\therefore$ $x=2-\sqrt{3}$ ($\because 0<x<1$)



21. [출제의도] 정수의 성질을 이용하여 추론할 수 있다.

주어진 성질에 따라 a^2, b^2을 4로 나눈 나머지는 또는 이다.

따라서, a^2+b^2을 4로 나눈 나머지는 0, 1, 2 중의 하나이다.

보기 중에서 4로 나눈 나머지가 0, 1, 2가 아닌 수는

$295=4\cdot 73+3$

이므로 295는 a^2+b^2의 값이 될 수 없다.

[참고] $116=4^2+10^2$

$202=9^2+11^2$

$369=12^2+15^2$

$421=14^2+15^2$

22. [출제의도] 도형을 이용하여 외적문제를 해결할 수 있다.

매점이 A와 B만 있다고 가정하면 오른쪽 그림과 같이 현 AB의 수직이등분선을 경계로 A, B를 이용하는 사람들이 갈라진다. 이런 원리를 생각하면 매점 D를 A와 C 사이(B가 없는 쪽)에 세울 때, D에 오는 사람들은 최대가 됨이 분명하다. (A, C사이의 어느 지점이든 상관없다.)

오른쪽 그림에서 D에 오는 사람들은 어두운 부분에 해당되고 그 비율은 에서 30%이다.

23. [출제의도] 부등식의 영역을 이용하여 외적문제를 해결할

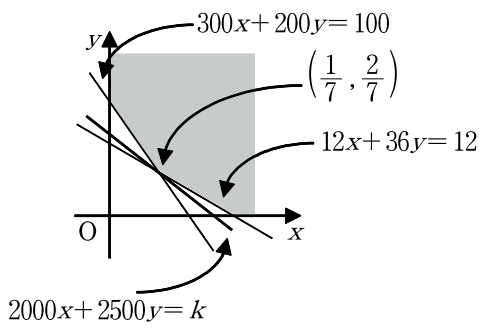
수 있다.

식품A의 양을 x(kg), 식품B의 양을 y(kg)라 하면 단백질과 철분의 양은 각각 $300x+200y$, $12x+36y$이다.

따라서 주어진 조건에 의해 $x\geqq 0$, $y\geqq 0$ 이고

$$\begin{cases} 300x+200y\geqq 100 \\ 12x+36y\geqq 12 \end{cases}$$

$2000x+2500y=k$라 놓으면

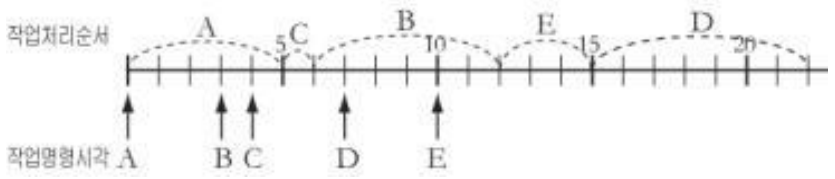


위 그림에서 두 직선의 교점을 지날 때, 최소가 된다.

교점의 좌표는 $\left(\frac{1}{7},\frac{2}{7}\right)$ 이므로 최소비용은 1000원이다.

24. [출제의도] 주어진 상황을 수학적으로 분석하여 외적문제를 해결할 수 있다.

각 작업명령시각과 시간에 따른 처리과정을 수직선 위에 나타내면 그림과 같다.



그림에서 보듯이 제일 먼저 작업 A가 처리된다. 그동안 작업 B와 작업 C의 작업명령이 들어오고, 작업 A가 끝난 후 처리시간이 짧은 작업 C가 먼저 처리된다.

작업 C가 끝난 후 남아 있는 작업은 작업 B 하나 뿐이므로 작업 B가 처리된다. 작업 B 처리 중 두 개의 작업 D, E가 들어와 있고, 작업 B가 끝난 후 작업시간이 짧은 작업 E가 처리되고 마지막으로 작업 D가 처리된다.

따라서, 작업처리순서는 A→C→B→E→D 이다.

25. [출제의도] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

두 점 A(7,2), B(3,5)사이의 거리는

$\overline{AB}=\sqrt{(3-7)^2+(5-2)^2}$

$=\sqrt{16+9}$

$=5$

26. [출제의도] 평행이동과 대칭이동을 이해할 수 있다.

점 을 축의 방향으로 만큼, 축의 방향으로 만큼 평행이동하면 가 되고 다시 직선 에 대하여 대칭이동하면 가 된다.

,

∴

27. [출제의도] 역함수의 성질을 이해할 수 있다.

$f^{-1}(15)=2$ 에서 $f(2)=15$ 이므로

$f(2)=2a+b=15$

$f(-1)=-a+b=3$

연립하여 풀면

$a=4$, $b=7$

$\therefore\ a+b=11$

28. [출제의도] 이차방정식을 이용하여 이차함수의 최소값을 구할 수 있다.

a가 실수이고, 방정식 $x^2-2ax+15-2a^2=0$ 이 실근을 가지므로

$\frac{D}{4}=a^2-(15-2a^2)$

$=3a^2-15\geqq 0$

$\therefore\ a^2\geqq 5$ … ㉠

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2a$, $\alpha\beta=15-2a^2$ … ㉡

㉠, ㉡ 으로부터

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=4a^2-30+4a^2$ ($\because$㉡)

$=8a^2-30\geqq 10$ ($\because$㉠)

(단, 등호는 $a^2=5$ 일 때 성립)

따라서, $\alpha^2+\beta^2$의 최소값은 10 이다.

29. [출제의도] 정수의 성질을 이용하여 외적문제를 해결할 수 있다.

x, y, z를 각각 1점 슛, 2점 슛, 3점 슛의 성공 횟수라고 하자. 그러면 다음과 같은 등식이 성립한다.

$$\begin{cases} x+y+z=25 \\ x+2y+3z=51 \end{cases}$$

이 식을 이용하면 $x=z-1$, $y=26-2z$을 얻는다. 는 음이 아닌 정수이므로 z는 1부터 13까지의 값을 갖는다. 이것을 표로 나타내면 다음과 같다.

x	y	z
0	24	1
1	22	2
2	20	3
3	18	4
4	16	5
5	14	6
6	12	7
7	10	8
8	8	9
9	6	10
10	4	11
11	2	12
12	0	13

따라서 모두 13 가지의 방법이 있다.

30. [출제의도] 내분점의 좌표를 구할 수 있다.

△OCD와 △BCD의 넓이가 같으므로 $\overline{OC}:\overline{BC}=1:1$

즉, 점 C는 선분 OB의 중점이므로,

또, △OAD와 △OCD의 넓이가 같으므로

즉, 점 D는 선분 AC의 중점이므로

따라서, 점 D의 좌표와 좌표의 합은