2003학년도 10월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시 수리 영역

예 • 체능계 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 3 | | | 1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험번호, 응시계열, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ 를 간단히 하면? [2점]

① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 8

2. 이차방정식 $x^2+x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{(\alpha^2+1)(\beta^2+1)}{\alpha+\beta}$ 의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

3. $\log_2\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\log_2 9$ 를 간단히 하면? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

4. $\sin\left(\pi\cos\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ ⑤

5. 〈보기〉의 조건 중 $|x|=1$ 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 **아닌** 것을 모두 고르면? [2점]

〈 보 기 〉

ㄱ. ㄴ. ㄷ.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

6. 다음 표는 가로줄의 다항식 $P(x)$ 와 세로줄의 다항식 $Q(x)$ 를 곱한 것을 가로줄과 세로줄이 만나는 칸에 각각 나타낸 것이다.

$Q(x)$ \ $P(x)$	$x-3$	A
$x+1$	x^2-2x-3	x^2+2x+1
B	C	x^2+3x+2

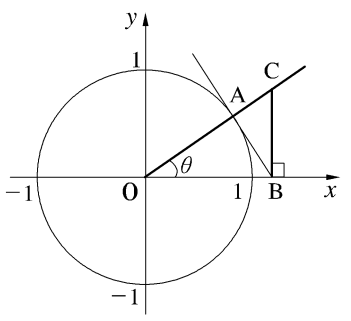
이때 빈칸 C에 들어갈 다항식은? [2점]

① x^2-x-2 ② x^2-x-6 ③ x^2+2x+3
④ x^2+4x+3 ⑤ x^2-5x+6

7. 이차함수 $f(x)=(x-a)^2+b$와 일차함수 $g(x)=2x-1$의 합성함수 $y=f(g(x))$의 그래프에서 꼭지점의 좌표가 $(3, 4)$이다. 이때 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [2점]

① 5 ② 8 ③ 9 ④ 11 ⑤ 12

8. 그림과 같이 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 제 1 사분면에 점 A가 있다. 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하고, 점 B를 지나고 x축과 수직인 직선이 선분 OA의 연장선과 만나는 점을 C라 한다. $\angle AOB=\theta$라 할 때, 〈보기〉 중 옳은 것을 모두 고르면? [2점]



〈 보 기 〉

ㄱ. $\overline{AB}=\dfrac{1}{\sin\theta}$ ㄴ. $\overline{OB}=\dfrac{1}{\cos\theta}$

ㄷ. $\overline{AC}=\tan^2\theta$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 $\{1,2\}\subset B\subset A$ 를 만족하는 집합 B의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ ⑤

10. 두 집합

$$A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=r^2,\ r=1,2,3\}$$

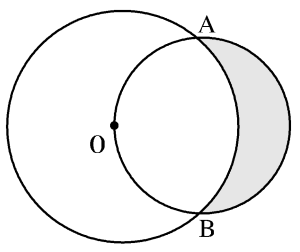
$$B=\{(x,y)\mid x+y=k,\ k\text{는 상수}\}$$

에 대하여 $n(A\cap B)$의 값이 홀수가 되도록 k의 값을 정할 때, 다음 중 k의 값이 될 수 있는 것은? (단, x, y는 실수이다.) 〔3점〕

① 1 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{5}+1$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

11. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 작은 원이 큰 원의 중심 O를 지나며, 큰 원과 두 점 A, B에서 만난다.

$\angle AOB=90°$일 때, 어두운 부분의 넓이는? 〔3점〕



① 4 ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{\pi}{2}$

12. 다음은 1보다 큰 자연수 n에 대한 어떤 시행이다.

> n이 홀수이면 n에 1을 더하고,
> n이 짝수이면 n을 2로 나눈다.

위 시행을 자연수 n이 처음으로 1이 될 때까지 반복할 때, 시행한 횟수를 $f(n)$이라 하자.

예를 들면, $14\rightarrow 7\rightarrow 8\rightarrow 4\rightarrow 2\rightarrow 1$이므로 이다.

이때 〈보기〉 중 옳은 것을 모두 고르면? 〔3점〕

〈 보 기 〉

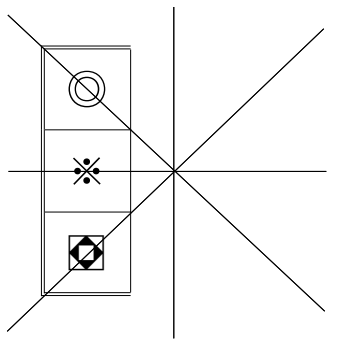
ㄱ. $f(9)=7$

ㄴ. $f(n)=5$를 성립시키는 n의 최대값은 이다.

ㄷ. $f(n)=9$를 성립시키는 n의 최소값은 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

13. 그림과 같이 크기가 같은 9개의 도형타일이 정사각형 모양으로 벽면에 붙어있다. 가로, 세로, 대각선 방향의 네 직선 l_1, l_2, l_3, l_4에 대하여 각 도형타일의 위치를 대칭이동하되, 다음 규칙을 이용하여 재배치하고자 한다.



> 규칙 1 : 네 직선 l_1, l_2, l_3, l_4 중 한 직선에 대하여 대칭시킨다.
> 규칙 2 : 네 직선 l_1, l_2, l_3, l_4 중 임의의 두 직선에 대하여 연속하여 두 번 대칭이동시킨다.

위의 규칙1 또는 규칙2를 적용하여 벽면을 꾸밀 때, 나타나는 서로 다른 모양은 모두 몇 가지인가? (단, 처음 모양을 포함하여 센다.) 〔3점〕

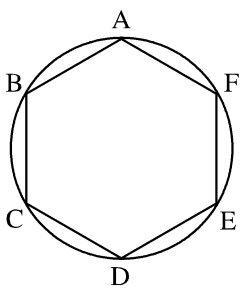
① ② ③ ④ ⑤

14. 무리함수 $f(x)=\sqrt{ax}$ (a는 상수) 의 그래프와 원 $(x-3)^2+(y-3)^2=4$ 가 두 점에서 만날 때, 두 교점을 각각 A, B 라 하고, 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프와 이 원이 만나는 두 점을 각각 C, D 라 하자. 두 직선 AB , CD 의 기울기를 각각 m_1, m_2 라 할 때, m_1, m_2 사이의 관계식은? [3점]

① $m_1m_2=-1$ ② $m_1m_2=\frac{1}{2}$ ③ $m_1m_2=1$

④ $\frac{m_2}{m_1}=\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{m_2}{m_1}=2$

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 원에 내접하는 정육각형 ABCDEF 가 있다. 6 개의 꼭지점 중에서 임의로 세 점 또는 네 점을 이어 삼각형 또는 사각형을 만들 때, 〈보기〉 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]



〈 보 기 〉

ㄱ. 삼각형의 둘레의 길이는 항상 무리수이다.
ㄴ. 사각형의 둘레의 길이는 항상 무리수이다
ㄷ. 삼각형의 넓이는 항상 무리수이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 다음은 주기함수 $f: R\to R$ (R는 실수 전체의 집합)에 대하여 집합 $\{f(n)\mid n$은 자연수 $\}$ 가 무한집합이면 함수 의 주기는 무리수임을 증명하는 과정이다.

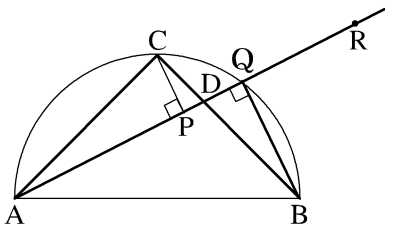
(증명)
함수 $f(x)$ 의 주기 T 가 유리수라고 가정하면
$T=\frac{a}{b}$ (단 a, b는 자연수)라 놓을 수 있다.
임의의 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+T)$ 이므로
$f(x+T)=f(x+T+T)=f(x+2T)$,
$f(x+2T)=f(x+2T+T)=f(x+3T)$,
⋮
$f(x+(b-1)T)=f(x+bT)$
$\therefore f(x)=f(x+bT)$
$\therefore f(x)=f(x+a)$
한편, 임의의 자연수 n에 대하여
$n=aq+r$ (단, $r=0, 1, 2, \cdots, a-1$)라 하면
$f(n)=f(aq+r)=$ (가)
$\therefore \{f(n)\mid n$은 자연수 $\}=$ (나)
이것은 집합 $\{f(n)\mid n$은 자연수 $\}$ 가 무한집합이라는 사실에 모순이므로, $f(x)$ 의 주기는 무리수이다.

위의 증명에서 (나)에 알맞은 것은? [3점]

① $\varnothing$
② $\{f(1), f(2), f(3), \cdots, f(a)\}$
③ $\{f(1), f(2), f(3), \cdots, f(b)\}$
④ $\{f(1), f(2), f(3), \cdots, f(q)\}$
⑤ $\{f(1), f(2), f(3), \cdots, f(q-1)\}$

17. 선분 AB를 지름으로 하는 반원에서 호 AB의 중점을 C라 하고, 선분 BC 위의 임의의 한 점을 D라 하자. 두 점 B, C에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, 다음은 $\overline{AP}=\overline{PQ}+\overline{QB}$ 임을 증명하는 과정이다.

(가)
(나)
(다)
(라)

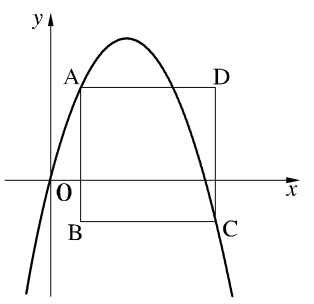


〈증명〉
(마)
그림과 같이 직선 AD 위에 한 점 R를 $\overline{QB}=\overline{QR}$ 이 되도록 정하자.
사각형 ABQC는 원에 내접하므로
$\angle CQB =$
$\angle CQR =$
$\therefore \triangle CQB \equiv$
$\overline{CR} =$ $= \overline{CA}$
따라서 $\triangle CAR$는 이등변삼각형이다.
$\overline{AP} =$ $= \overline{PQ}+\overline{QB}$

위의 증명에서 (가)~(마)에 알맞은 것이 **아닌** 것은? [3점]

① (가) : 135° ② (나) : 135° ③ (다) : $\triangle CQR$
④ (라) : $\overline{CB}$ ⑤ (마) : $\overline{DR}$

18. 그림과 같이 각 변이 x축 또는 y축에 평행한 정사각형 ABCD의 두 꼭지점 A, C가 곡선 $y=-x^2+2x$ 위에 있다. $A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$일 때, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는? [3점]



① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ ⑤

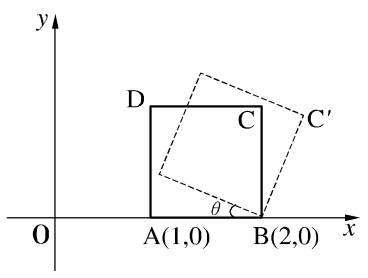
19. 일차함수 $f(x)$는 실수 x에 대하여 다음을 만족한다.

$$xf(x)+f(1-x)=x^2+2$$

이때 $f(100)$의 값은? [3점]

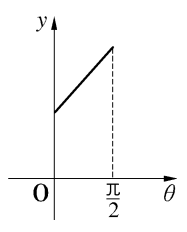
① -101 ② -100 ③ 0 ④ ⑤

20. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 A(1,0), B(2,0)을 잇는 선분을 한 변으로 하는 정사각형 ABCD를 꼭지점 B를 중심으로 시계방향으로 θ 만큼 회전시켰다.

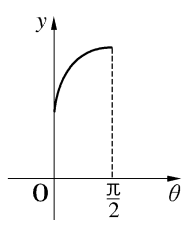


이때 점 C가 이동한 점을 C′이라 하고, 선분 OC′의 길이를 $f(\theta)$라 하자. 다음 중 함수 $y=\{f(\theta)\}^2$의 그래프의 개형으로 가장 적당한 것은? (단, $0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ 이고, 점 O는 원점이다.) 〔3점〕

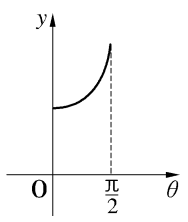
①



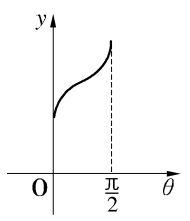
②



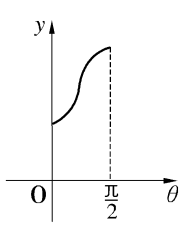
③



④



⑤



21. 좌표평면 위에서 원 $(x-1)^2+(y-1)^2=8$과 곡선 $y=\frac{k}{x}$가 서로 다른 세 점에서 만나기 위한 상수 k의 값은? 〔3점〕

① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ ⑤

22. 20개의 성냥개비가 있다. A, B 두 사람이 교대로 한 번에 1개에서 5개까지의 성냥개비를 가져갈 수 있으며 마지막으로 성냥개비를 가져가는 사람이 이기는 놀이를 하였다. 이때 A가 먼저 시작하여 A가 반드시 이기기 위해서는 다음과 같이 하면 된다.

> A는 처음에 (가)개의 성냥개비를 가져가고, 그 다음 순번부터는 바로 직전에 B가 가져간 성냥개비의 개수와 합하여 (나)가(이) 되는 개수만큼 성냥개비를 가져가면 된다.

위의 (가), (나)에 알맞은 값을 차례대로 나열하면? 〔3점〕

① 1, 5 ② 2, 6 ③

④ 4, 6 ⑤ 5, 6

23. 어떤 컴퓨터 바이러스는 마우스를 한 번 클릭할 때마다 자신의 파일 크기를 2 배로 증가시키고, 하드디스크에 더 이상 여유 공간이 부족하여 파일의 크기를 2 배로 증가시킬 수 없으면 시스템을 다운시킨다고 한다.

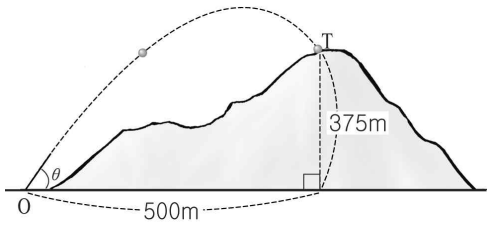
파일의 크기가 1000 바이트인 이 바이러스 하나가 하드디스크의 빈 공간이 5 기가바이트인 어느 컴퓨터에 침입하였다. 이때 마우스를 몇 번 클릭하면 시스템이 다운되겠는가? (단, $\log 2 = 0.3010$, 1 기가바이트는 10^9 바이트로 계산한다.)〔3점〕

① 23 번 ② 25 번 ③ 33 번 ④ 35 번 ⑤ 43 번

24. 대포를 쏘아 상대편 대포를 맞추는 컴퓨터게임이 있다. 지면과 대포가 이루는 발사각의 크기를 θ, 포탄의 처음 속도를 vm/초라 하고, 발사 후 t초 동안 포탄이 날아간 수평거리를 xm, 포탄의 높이를 ym라 하면

$$x = vt\cos\theta, \quad y = vt\sin\theta - 5t^2$$

이 성립한다고 한다. 그림과 같이 대포 O로부터 수평으로 500 m, 높이 375 m만큼 떨어진 곳에 있는 대포 T를 맞추기 위해 포탄을 발사했더니 정확히 초 후에 명중하였다. 이 때의 처음 속도 와 발사각의 크기 의 값을 각각 m/초, 라디안이라 할 때, 의 값은? (단,)〔3점〕



① ② ③
④ ⑤

주관식(25～30)

25. 이차항의 계수가 1인 이차식 $f(x)$에 대하여 가 $x-1$과 $x+2$로 각각 나누어 떨어질 때, 의 값을 구하시오.〔2점〕

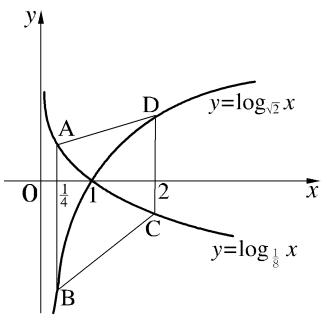
26. 사차방정식 $x^4 - 6x^2 + 25 = 0$은 네 허근 α, $\overline{\alpha}$, β, $\overline{\beta}$를 갖는다. 이때 $\alpha\overline{\alpha} + \beta\overline{\beta}$의 값을 구하시오. (단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수)〔2점〕

27. 이진법의 수로 표시했을 때 n 자리수가 되는 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 정의한다.
이때 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 세 변의 길이가 모두 자연수인 삼각형 중에서 한 변의 길이가 20 이고 둘레의 길이가 60 인 삼각형의 개수를 구하시오. (단, 서로 합동인 삼각형은 한 개로 센다.) [3점]

29. $3n^2+2n-1$ 이 3 의 배수가 되는 두 자리 자연수 의 개수를 구하시오. [3점]

30. 그림과 같이 두 곡선 $y=\log_{\frac{1}{8}}x$, 와 두 직선 $x=\frac{1}{4}$, $x=2$ 의 교점을 각각 A, B 와 라 하자.



사다리꼴 ABCD 의 넓이를 S 라 할 때, 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.