2004학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

수 리 영 역 (나형)

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 3 | | | | | **1**

- ○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- ○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- ○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- ○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- ○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- ○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt[4]{3}$ 일 때, $\sqrt[8]{6}$ 을 a, b 로 나타내 〔2점〕

① $\sqrt[4]{a\sqrt{b}}$
② $\sqrt[3]{a\sqrt{b}}$
③ $\sqrt{a\,b}$
④ a^2b
⑤ a^4b^2

2. $\log_5 10+2\log_5 2-\log_5 8$ 의 값은? 〔2점〕

① $\frac{1}{2}$
② 1
③ 2
④ $\log_5 2$
⑤ $\log_5 4$

3. 〈표 1〉은 어느 과학공원의 관람료, 〈표 2〉는 과학공원을 관람할 사람 수를 나타낸 것이다. 〈표 2〉와 같이 9명이 평일에 과학공원을 관람한다면 주말 관람에 비해 절약할 수 있는 금액은? 〔2점〕

〈표 1〉

구분	어른	청소년
평일	8,000원	6,000원
주말	10,000원	7,000원

〈표 2〉

대상	사람수
어른	4
청소년	5

① 7,000원
② 9,000원
③ 11,000원
④ 13,000원
⑤ 15,000원

4. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{20}$ 은 소수점 아래 n 번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다. 이 때, $\log_2 n$의 값은? (단, $\log_{10}2=0.3010$) 〔3점〕

① 2
② 4
③ 6
④ 8
⑤ 10

5. 이차정사각행렬 A, B에 대하여 옳은 것을 〈보기〉에서 모두 고르면? (단, E는 단위행렬이다.) [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $A^5 = A^7 = E$ 이면 $A = E$이다.

ㄴ. $(A+B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$

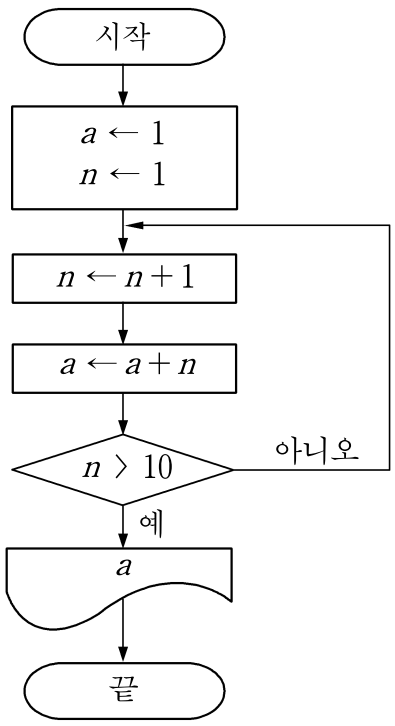
ㄷ. $(kA)B = A(kB) = k(AB)$ (단, k는 실수)

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. $x = 2^{\frac{1}{4}} + 2^{-\frac{1}{4}}$ 일 때, $\sqrt{x^2-4} + x$의 값은? [3점]

① $2^{\frac{1}{4}}$
② $2^{\frac{3}{4}}$
③ $2^{\frac{5}{4}}$
④ $2^{\frac{7}{4}}$
⑤ $2^{\frac{9}{4}}$

7. 다음 순서도에서 인쇄되는 a의 값은? [3점]



① 10
② 11
③ 46
④ 55
⑤ 66

8. $a_1 = 1$, $a_2 = 9$, $3a_{n+2} - 2a_{n+1} - a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값은? [4점]

① 6
② 7
③ 8
④ 9
⑤ 10

9. 다음은 지수법칙 $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$을 이용하여 양의 실수 x, y에 대하여 $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$가 성립함을 증명한 과정이다. (단, $a>0$, $a\neq 1$)

〈증명〉
$p = \log_a x$, $q = \log_a y$로 놓으면
$a^p =$ [(가)], $a^q =$ [(나)] 이고
$a^{p-q} = \frac{a^p}{a^q} =$ [(다)] 이다.
그러므로, 로그의 정의에 의하여
$p - q = \log_a$ [(다)] 이다.
따라서 $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$이다.

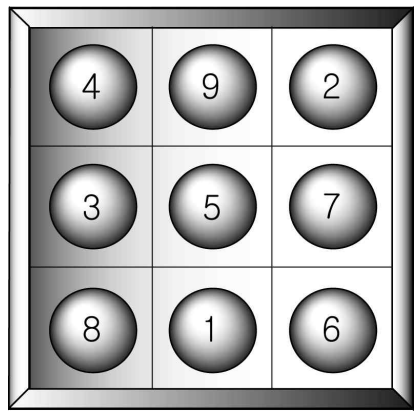
위의 빈칸 (가), (나), (다)에 들어가기에 알맞은 것은? 〔3점〕

	(가)	(나)	(다)
①	x	x	xy
②	x	y	xy
③	y	x	xy
④	x	y	$\frac{x}{y}$
⑤	y	x	$\frac{x}{y}$

10. n이 양의 정수일 때, 6^n의 양의 약수의 총합은 $T(n)$이다. 이 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{T(n)}$의 값을 구하면? 〔4점〕

① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{12}$
⑤ $\frac{1}{18}$

11. 1부터 9까지 번호가 적힌 9개의 공이 있다. 아래 그림과 같이 가로, 세로, 대각선 방향에 놓여 있는 공에 적힌 수들의 합이 각각 15가 되도록 3×3 격자판 위에 빈칸 없이 공을 배열하였다.



위와 같은 방법으로 5부터 40까지 번호가 적힌 36개의 공을 가로, 세로, 대각선 방향에 놓여있는 공에 적힌 수들의 합이 각각 m이 되도록 $n\times n$ 격자판 위에 빈 칸 없이 모두 배열할 때, $m+n$의 값은? 〔4점〕

① 137
② 139
③ 141
④ 143
⑤ 145

12. 두 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$가 $APA^{-1} = A + A^{-1}$을 만족시킬 때, 실수 x의 값들의 합은? (단, A^{-1}은 A의 역행렬이고 $x\neq 0$이다.) 〔3점〕

① 5
② 6
③ 7
④ 8
⑤ 9

13. 다음은 무한수열 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2^2}$, $\frac{3}{2^3}$, …, $\frac{n}{2^n}$, … 이 수렴함을 증명하는 과정이다.

〈증명〉

먼저 $n \geqq 5$인 모든 자연수 n에 대하여, $2^n > n^2$ ……㉠이 성립함을 증명하자.

(ⅰ) $n=5$일 때,

(좌변) $= 2^5 = 32$, (우변) $= 5^2 = 25$이므로 ㉠이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$($k \geqq 5$)일 때, $2^k > k^2$이 성립한다고 가정하면

$$2^{k+1} - (k+1)^2 = 2 \cdot 2^k - (k+1)^2$$
$$> 2 \cdot \boxed{\text{(가)}} - (k^2+2k+1)$$
$$= k^2 - 2k - 1 > 0$$

$\therefore\ 2^{k+1} > (k+1)^2$

그러므로 ㉠은 $n=k+1$일 때도 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $n \geqq 5$인 모든 자연수 n에 대하여 $2^n > n^2$이 성립한다.

위에서 $2^n > n^2$이므로 $0 < \frac{n}{2^n} < \boxed{\text{(나)}}$이다.

$\therefore\ \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2^n} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

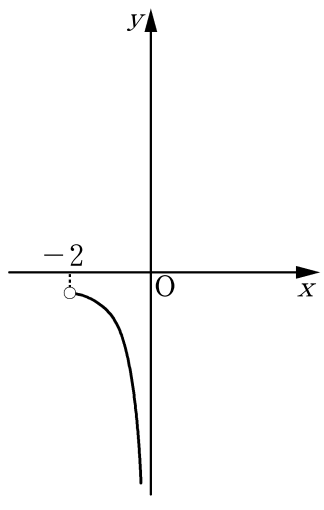
따라서 무한수열 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2^2}$, $\frac{3}{2^3}$, …, $\frac{n}{2^n}$, … 은 수렴한다.

위의 빈칸 (가), (나), (다)에 들어가기에 알맞은 것은? 〔4점〕

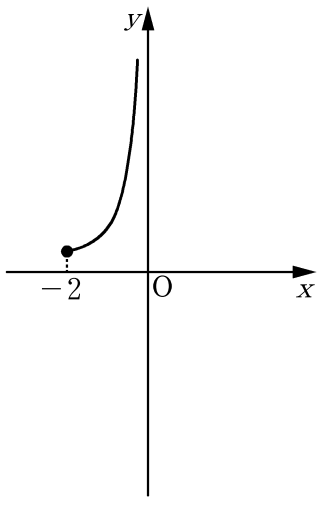
	(가)	(나)	(다)
①	k	$\frac{1}{n}$	0
②	k	$\frac{1}{n^2}$	1
③	k^2	$\frac{1}{n}$	0
④	k^2	$\frac{1}{n}$	1
⑤	k^2	$\frac{1}{n^2}$	0

14. 무한급수 $1+(x+1)+(x+1)^2+\cdots+(x+1)^{n-1}+\cdots$가 수렴할 때, 그 합을 $f(x)$라고 하자. 이 때, $y=f(x)$의 그래프는? 〔3점〕

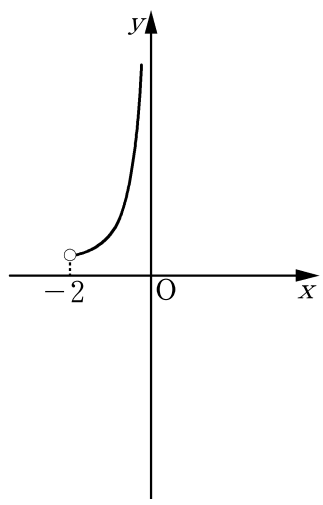
①



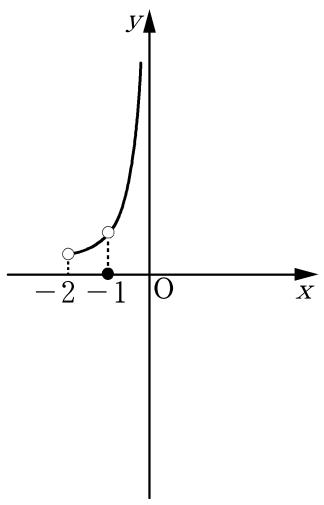
②



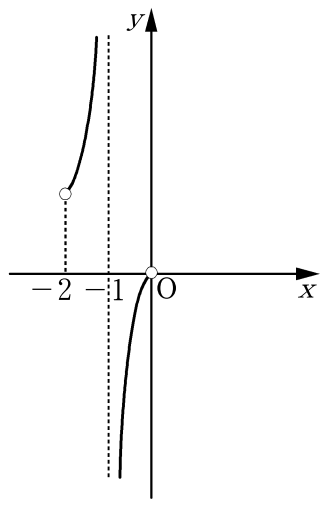
③



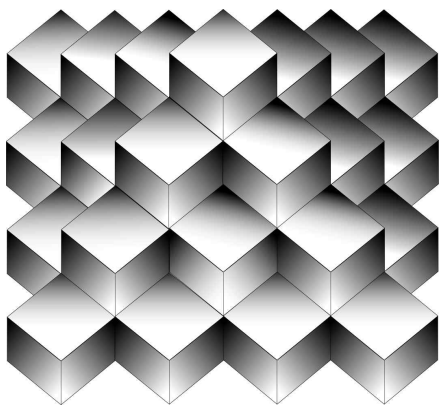
④



⑤



15. 그림과 같은 모양의 4층 탑을 쌓았을 때, 크기가 같은 44개의 정육면체가 필요하였다. 이와 같은 규칙으로 10층 탑을 쌓으려고 할 때, 필요한 정육면체의 총 개수를 구하면? 〔4점〕



① 650
② 670
③ 690
④ 710
⑤ 730

16. 행렬 A, B에 대하여 연산 ◎을 $A◎B=AB-BA$로 정의할 때, 옳은 것을 〈보기〉에서 모두 고르면? (단, 행렬 A, B, C는 이차정사각행렬이다.) 〔3점〕

〈보 기〉

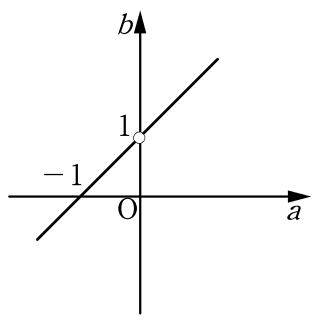
ㄱ. $A◎B=B◎A$
ㄴ. $3A◎2B=6(A◎B)$
ㄷ. $(A-B)◎C=(A◎C)-(B◎C)$

① ㄴ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

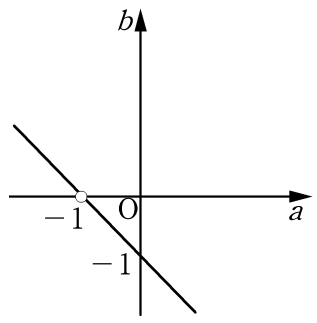
17. 이차정사각행렬 $\begin{pmatrix} t-1 & t+1 \\ a^2 & b+1 \end{pmatrix}$이 모든 실수 t에 대하여 역행렬이 존재할 때, 실수 a, b의 관계를 그래프로 나타내면?

〔4점〕

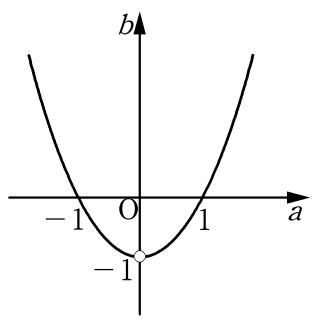
①



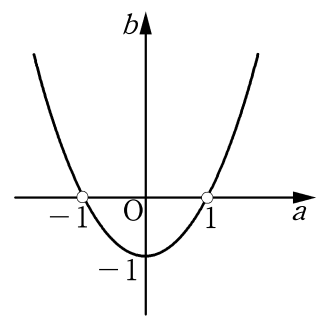
②



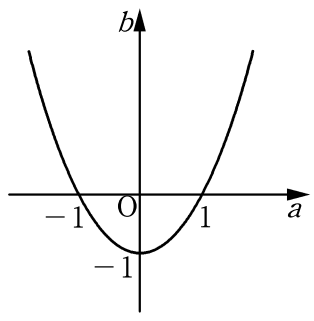
③



④



⑤



18. 다음과 같이 어떤 규칙에 의하여 0 부터 6까지의 정수를 각 칸에 써 넣을 때, 위로부터 12 번째, 왼쪽에서 3 번째 칸에 있는 수는? 〔4점〕

4	5	6	0	1	2	…
0	1	2	3	4	5	…
3	4	5	6	0	1	…
6	0	1	2	3	4	…
2	3	4	5	6	0	…
5	6	0	1	2	3	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

19. 프로야구 선수 A , B는 매년 초마다 전년도의 연봉에 대한 인상률을 적용하여 연봉을 받기로 소속 구단과 아래 표와 같이 계약하였다. 2005 년부터 인상률을 적용시킬 때, A 의 연봉이 처음으로 B 의 연봉을 초과하는 연도는?
(단, $\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$) 〔4점〕

구분	2004년 초 연봉	인상률
A	6 천만원	28%
B	8 천만원	20%

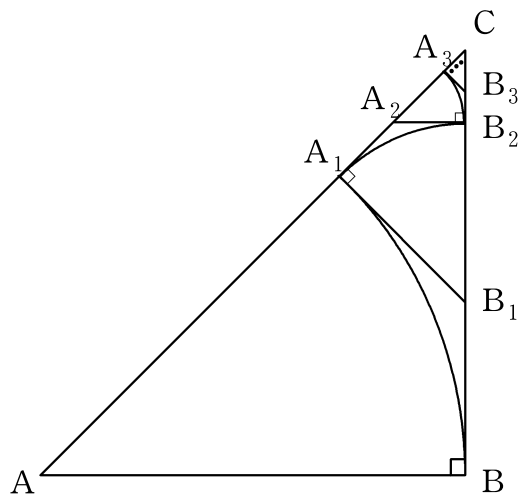
① 2009 년
② 2010 년
③ 2011 년
④ 2012 년
⑤ 2013 년

20. 다음과 같이 4 와 109 사이에 k개의 수를 넣어 항의 개수가 $k+2$인 등차수열을 만들려고 한다. 만들 수 있는 등차수열 중 공차가 1 이 아닌 최소의 자연수일 때, k의 값은? 〔3점〕

$$4,\ \overbrace{\square,\ \square,\ \cdots,\ \square}^{k\text{개}},\ 109$$

① 26
② 28
③ 30
④ 32
⑤ 34

21. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 에서 꼭지점 A 를 중심, $\overline{AB}$를 반지름으로 하는 원을 그렸을 때, $\overline{AC}$와 만나는 점을 A_1, $\overline{AC}\perp\overline{A_1B_1}$이면서 $\overline{BC}$위에 있는 점을 B_1, 다시 꼭지점 B_1을 중심, $\overline{A_1B_1}$을 반지름으로 하는 원을 그렸을 때, $\overline{CB_1}$과 만나는 점을 B_2, $\overline{CB_1}\perp\overline{A_2B_2}$이면서 $\overline{A_1C}$ 위에 있는 점을 A_2라고 정하기로 한다.



위와 같은 과정을 계속 반복해 나갈 때,
$\overline{AB}+\overline{A_1B_1}+\overline{A_2B_2}+\cdots$ 의 값은? (단, $\overline{AB}=2$) 〔4점〕

① $2+\frac{\sqrt{2}}{2}$
② $4-\sqrt{2}$
③ $2\sqrt{2}$
④ $2+\sqrt{2}$
⑤ $2+2\sqrt{2}$

단답형

22. $(a^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}} \div a^3 \times (\sqrt[3]{a})^6 = a^k$ 일 때, k의 값을 구하시오. (단, $a > 0$, $a \neq 1$) 〔3점〕

23. $\log_{(x-2)}(-x^2+5x+14)$가 정의되도록 하는 모든 양의 정수 x의 합을 구하시오. 〔3점〕

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} a_n = -2$, $\lim_{n\to\infty} b_n = 2$ 일 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{2a_n - b_n}{a_n b_n + 1}$의 값을 구하시오. 〔3점〕

25. 이차정사각행렬 A, B가 $A-3B = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$, $2A-B = \begin{pmatrix} 13 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$을 만족시킬 때, 행렬 $A-B$의 모든 성분의 합을 구하시오. 〔3점〕

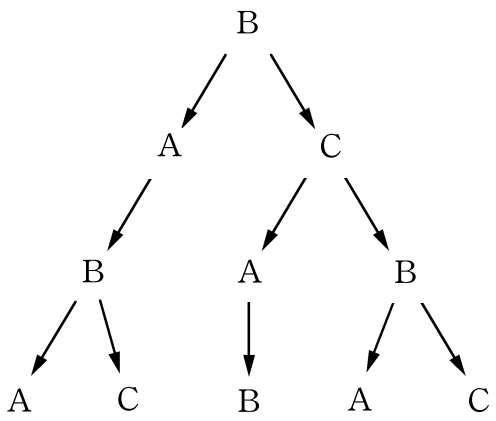
26. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항에서 제 n 항까지의 합 S_n이 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때, a_{15}를 구하시오. 〔3점〕

수리 영역 (나형)

27. A, B, C 세 사람은 아래와 같은 규칙으로 전자우편을 보내기로 하였다.

Ⅰ. A는 B에게만 보낸다.
Ⅱ. B는 A와 C 모두에게 각각 한 통씩 보낸다.
Ⅲ. C는 A와 B 모두에게 각각 한 통씩 보낸다.

아래 그림과 같이 B부터 전자우편을 보내기 시작할 때, 〔1단계〕, 〔2단계〕, 〔3단계〕에서 A가 받은 전자우편의 개수를 각각 a_1, a_2, a_3라 할 때, a_{10}의 값을 구하시오. (예를 들면 $a_3=2$ 이며, 전자우편의 개수와 용량은 제한하지 않는다.) 〔4점〕



……〔1단계〕
……〔2단계〕
……〔3단계〕

28. 이차정사각행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$A-A^2+A^3-A^4+\cdots+A^{1003}-A^{1004}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때,

$a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, $A^n=A^{n-1}A$) 〔4점〕

29. 양의 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2+3n+1}$ 의 소수부분을 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} 100a_n$의 값을 구하시오. 〔4점〕

30. 다음 세 조건을 동시에 만족시키는 양의 실수 x, y가 있다.

Ⅰ. $\log_{10} x^2y^3=12.5$이다.
Ⅱ. x와 y의 상용로그의 지표는 같다.
Ⅲ. x와 $\frac{1}{y}$의 상용로그의 가수는 같다.

이 때, $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하시오. 〔4점〕

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.