2004학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

수 리 영 역 (가형)

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 3 | | | | | **1**

- ○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- ○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- ○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- ○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- ○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- ○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

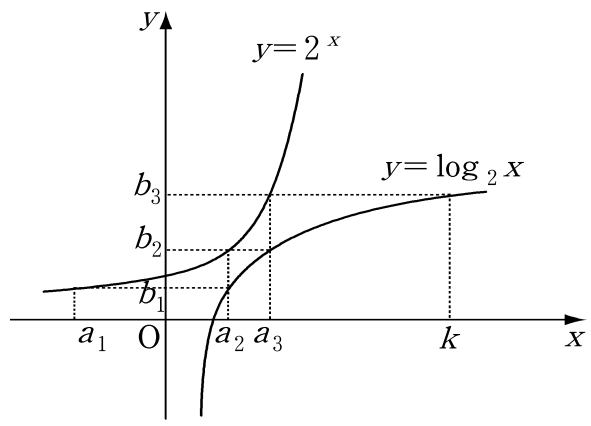
1. $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt[4]{3}$ 일 때, $\sqrt[8]{6}$ 을 a, b 로 나타내 〔2점〕

① $\sqrt[4]{a\sqrt{b}}$
② $\sqrt[3]{a\sqrt{b}}$
③ $\sqrt{a\,b}$
④ a^2b
⑤ a^4b^2

2. 표준편차가 σ 인 모집단에서 n 개의 표본을 임의추출하여 모평균을 추정할 때, 다음 중 모평균의 신뢰구간의 길이가 가장 긴 것은? 〔2점〕

① $n=36$, $\sigma=4$
② $n=36$, $\sigma=9$
③ $n=81$, $\sigma=9$
④ $n=81$, $\sigma=12$
⑤ $n=100$, $\sigma=12$

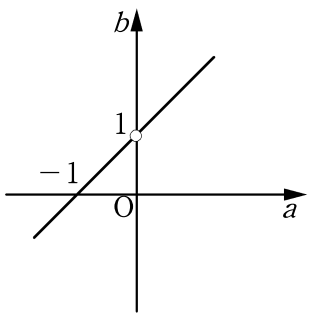
3. 그림은 두 함수 $y=2^x$ 과 $y=\log_2 x$ 의 그래프이다. $\log_2(\log_2(\log_2 k))$ 의 값과 같은 것은? (단, $k>16$, 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.) 〔2점〕



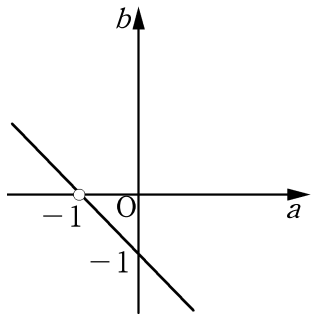
① a_1
② a_2
③ a_3
④ b_1
⑤ b_2

4. 이차정사각행렬 $\begin{pmatrix} t-1 & t+1 \\ a^2 & b+1 \end{pmatrix}$이 모든 실수 t에 대하여 역행렬이 존재할 때, 실수 a, b의 관계를 그래프로 나타내면? 〔4점〕

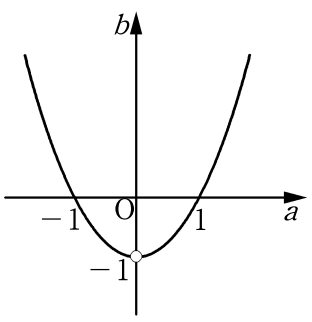
①



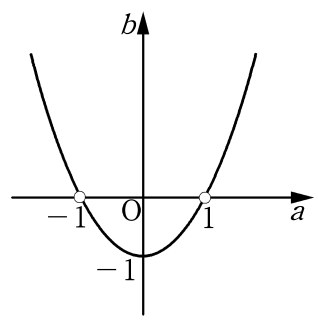
②



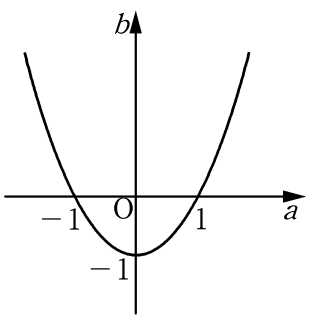
③



④



⑤



5. 〈보기〉 중 개구간 (0, 1)에서 적어도 한 개의 실근을 갖는 것을 모두 고르면? 〔3점〕

〈보 기〉

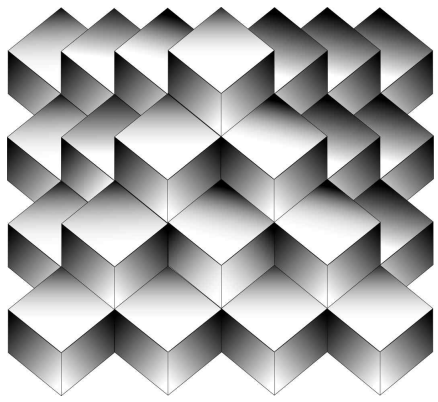
ㄱ. $\cos \pi x - x = 0$
ㄴ. $2^x + x - 2 = 0$
ㄷ. $\log_2(x+1) + x - 1 = 0$

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 함수 $f(x) = \log_3 x$에 대하여 $f(a) = m$, $f(b) = n$이고 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라고 할 때, $g(m) + g(n)$을 a, b로 나타내면? (단, a, b, m, n은 양의 실수) [3점]

① $\frac{a}{b}$
② ab
③ $a+b$
④ a^2+b^2
⑤ a^3+b^3

7. 그림과 같은 모양의 4층 탑을 쌓았을 때, 크기가 같은 44개의 정육면체가 필요하였다. 이와 같은 규칙으로 10층 탑을 쌓으려고 할 때, 필요한 정육면체의 총 개수를 구하면? [4점]



① 650
② 670
③ 690
④ 710
⑤ 730

8. 다음은 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n, p)$를 따를 때, X의 평균이 $\mathrm{E}(X)=np$임을 증명하는 과정이다.
(단, $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times2\times1$)

〈증명〉
확률 $\mathrm{P}(X=k)={}_nC_k p^k q^{n-k}$
(단, $q=1-p$, $k=0, 1, 2, \cdots, n$)이므로

$$\mathrm{E}(X) = \sum_{k=0}^{n} \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \boxed{\text{(가)}}$$

여기서,

$$k\,{}_nC_k = k\times\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$= n\times\frac{(n-1)!}{(k-1)!\{(n-1)-(k-1)\}!}$$

$$= n\,\boxed{\text{(나)}}$$

이므로,

$$\mathrm{E}(X) = \sum_{k=1}^{n} n\,{}_{n-1}C_{k-1}p^k q^{n-k}$$

$$= np\sum_{k=1}^{n} {}_{n-1}C_{k-1}p^{k-1}q^{(n-1)-(k-1)}$$

$$= np(\boxed{\text{(다)}})^{n-1}$$

$$= np$$

따라서 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n, p)$를 따를 때, X의 평균은 $\mathrm{E}(X)=np$이다.

위의 빈칸 (가), (나), (다)에 들어가기에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$k\mathrm{P}(X=k)$	${}_{n-1}C_{k-1}$	$p+q$
②	$k\mathrm{P}(X=k)$	${}_{n-1}C_{k}$	$p+q$
③	$k\mathrm{P}(X=k)$	${}_{n-1}C_{k-1}$	$p-q$
④	$\mathrm{P}(X=k)$	${}_{n}C_{k-1}$	$p-q$
⑤	$\mathrm{P}(X=k)$	${}_{n-1}C_{k-1}$	$p+q$

9. n이 양의 정수일 때, 6^n의 양의 약수의 총합은 $T(n)$이다. 이 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{6^n}{T(n)}$의 값을 구하면? [4점]

① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{12}$
⑤ $\frac{1}{18}$

10. 어느 학교에서 수학 여행지를 결정하기 위해 A반 25명, B반 22명의 학생을 대상으로 경주, 설악산 중 반드시 한 곳만을 선택하도록 하는 설문조사를 실시하였다. 그 결과 A반에서는 경주 10명, 설악산 15명인 반면, B반에서는 경주 12명, 설악산 10명으로 조사되었다. A, B 두 학급 학생들 중에서 임의로 뽑힌 한 명의 학생이 설악산을 선택한 학생일 때, 그 학생이 B반 학생일 확률은? [3점]

① $\frac{2}{5}$
② $\frac{3}{5}$
③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{5}{7}$
⑤ $\frac{6}{7}$

11. 다음은 무한수열 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2^2}$, $\frac{3}{2^3}$, …, $\frac{n}{2^n}$, … 이 수렴함을 증명하는 과정이다.

〈증명〉

먼저 $n\geq 5$인 모든 자연수 n에 대하여, $2^n > n^2$ ……㉠이 성립함을 증명하자.

(ⅰ) $n=5$일 때,

(좌변) $=2^5=32$, (우변) $=5^2=25$이므로 ㉠이 성립한다.

(ⅱ) $n=k(k\geq 5)$일 때, $2^k > k^2$이 성립한다고 가정하면

$$2^{k+1}-(k+1)^2 = 2\cdot 2^k-(k+1)^2$$
$$> 2\cdot \boxed{\text{(가)}} -(k^2+2k+1)$$
$$= k^2-2k-1 > 0$$

$\therefore\ 2^{k+1} > (k+1)^2$

그러므로 ㉠은 $n=k+1$일 때도 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $n\geq 5$인 모든 자연수 n에 대하여 $2^n > n^2$이 성립한다.

위에서 $2^n > n^2$이므로 $0 < \frac{n}{2^n} < \boxed{\text{(나)}}$이다.

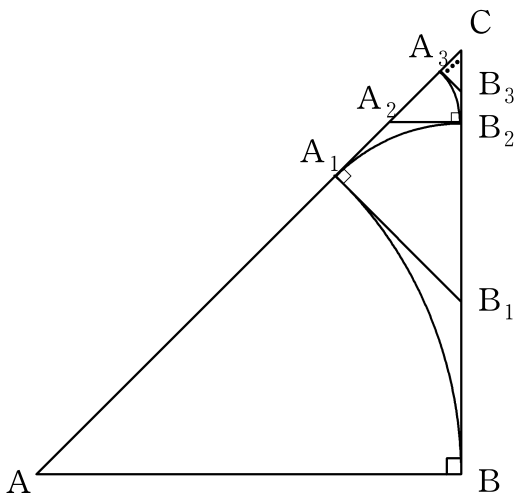
$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{n}{2^n} = \boxed{\text{(다)}}$이다.

따라서 무한수열 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2^2}$, $\frac{3}{2^3}$, …, $\frac{n}{2^n}$, … 은 수렴한다.

위의 빈칸 (가), (나), (다)에 들어가기에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	k	$\frac{1}{n}$	0
②	k	$\frac{1}{n^2}$	1
③	k^2	$\frac{1}{n}$	0
④	k^2	$\frac{1}{n}$	1
⑤	k^2	$\frac{1}{n^2}$	0

12. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC에서 꼭지점 A를 중심, $\overline{AB}$를 반지름으로 하는 원을 그렸을 때, $\overline{AC}$와 만나는 점을 A_1, $\overline{AC}\perp\overline{A_1B_1}$이면서 $\overline{BC}$위에 있는 점을 B_1, 다시 꼭지점 B_1을 중심, $\overline{A_1B_1}$을 반지름으로 하는 원을 그렸을 때, $\overline{CB_1}$과 만나는 점을 B_2, $\overline{CB_1}\perp\overline{A_2B_2}$이면서 $\overline{A_1C}$ 위에 있는 점을 A_2라고 정하기로 한다.



위와 같은 과정을 계속 반복해 나갈 때,

$\overline{AB}+\overline{A_1B_1}+\overline{A_2B_2}+\cdots$의 값은? (단, $\overline{AB}=2$) 〔4점〕

① $2+\frac{\sqrt{2}}{2}$
② $4-\sqrt{2}$
③ $2\sqrt{2}$
④ $2+\sqrt{2}$
⑤ $2+2\sqrt{2}$

13. 갑, 을, 병 세 사람이 갑, 을, 병의 순서로 주사위를 던져서 가장 먼저 3의 눈이 나오는 사람이 승자가 되는 게임을 하고자 한다. 갑이 먼저 시작하여 3의 눈이 나올 때까지 주사위를 던진다고 할 때, 을이 승자가 될 확률은? (단, 주사위의 각 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이다.) 〔3점〕

① $\frac{1}{4}$
② $\frac{5}{36}$
③ $\frac{30}{91}$
④ $\frac{75}{154}$
⑤ $\frac{25}{216}$

14. 어느 대학의 2004학년도 합격자 1차 등록 비율은 75%이었다. 그 합격자들 중에서 임의로 192명을 뽑아 등록 여부를 조사하였을 때, 132명 이상이 등록했을 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하면? 〔3점〕

〔 표준정규분포표 〕

z	$P(0\leq Z\leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915
② 0.7745
③ 0.8413
④ 0.9332
⑤ 0.9772

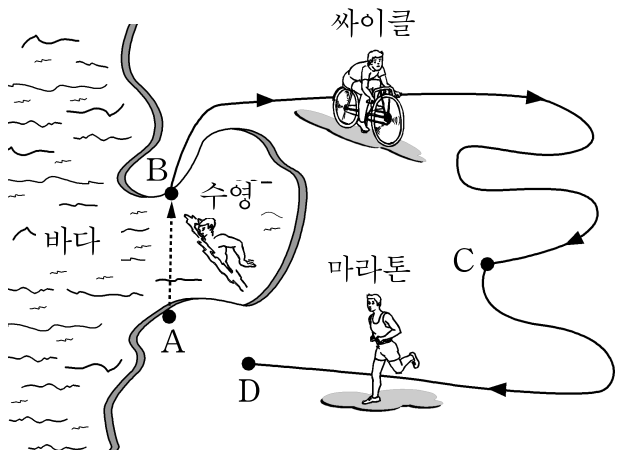
15. 부등식 $x^4 - x^3 < x^2 + 2x$를 만족시키는 모든 실수 x에 대하여 이차함수 $f(x) = -x^2 + x + k$가 항상 양의 값을 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위는? [3점]

① $k > 2$
② $k \geq 2$
③ $0 < k < 2$
④ $0 \leq k < 2$
⑤ $0 < k \leq 2$

16. 6명이 타고 있는 버스가 세 정류장 A, B, C를 순서대로 경유한다. 3개의 정류장 A, B, C 중 2개의 정류장에 승객이 모두 내릴 수 있는 경우의 수는? (단, 새로 타는 승객은 없다.) [4점]

① 90
② 126
③ 150
④ 186
⑤ 246

17. 다음은 어느 3종경기의 진행과정과 종목별 구간거리를 나타낸 것이다.



구간	종목	거리(km)
A → B	수영	1.5
B → C	싸이클	40
C → D	마라톤	10

어느 선수의 경기 출전 기록인 120분을 분석한 결과 싸이클에서의 평균속력이 수영에서의 평균속력보다 10배 빨랐고 마라톤에서의 평균속력은 수영에서의 평균속력보다 0.2 km/분이 더 빠른 것으로 나타났다. 이 때, 싸이클에서의 평균속력은? (단, 도구와 장비의 교환시간은 무시한다.) [4점]

① $\frac{1}{4}$ km/분
② $\frac{1}{3}$ km/분
③ $\frac{1}{2}$ km/분
④ $\frac{2}{3}$ km/분
⑤ $\frac{3}{4}$ km/분

단답형

18. x에 대한 분수부등식 $\frac{x^2+ax+b}{x-c} \leqq 0$의 해가 $x \leqq 1$ 또는 $2 \leqq x < 3$일 때, $a+b+c$의 값을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y=3-\sqrt{2-x}$와 직선 $y=-x-1$이 만나는 점을 $P(a, b)$라 할 때, $b-a$의 값을 구하시오. [3점]

20. 지수함수 $f(x)=a^x\,(a>0,\ a\neq 1)$이 $f(x+3)-3f(x+1)=2f(x+2)$를 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오. 〔3점〕

21. 로그방정식 $\log_2 x^2+\log_2 y^2=\log_{\sqrt{2}}(x+y+3)$을 만족시키는 양의 정수 x, y에 대하여 x^2+2y^2의 최소값을 구하시오.

〔3점〕

22. 이차정사각행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$에 대하여

$A-A^2+A^3-A^4+\cdots+A^{1003}-A^{1004}=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$일 때,

$a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, $A^n=A^{n-1}A$) 〔4점〕

23. 다음 세 조건을 동시에 만족시키는 양의 실수 x, y가 있다.

Ⅰ. $\log_{10} x^2y^3=12.5$이다.

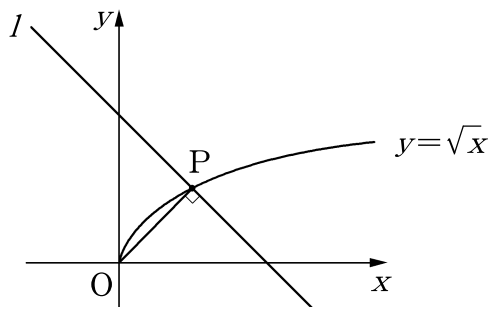
Ⅱ. x와 y의 상용로그의 지표는 같다.

Ⅲ. x와 $\frac{1}{y}$의 상용로그의 가수는 같다.

이 때, $\frac{x}{y}$의 값을 구하시오. 〔4점〕

수리 영역 (가형)

24. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ \sqrt{t}\ )$를 지나고 선분 OP에 수직인 직선 l의 x절편과 y절편을 각각 $f(t)$, $g(t)$라고 할 때, $\lim_{t\to\infty}\dfrac{g(t)-f(t)}{g(t)+f(t)}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점, $t\neq 0$) [4점]



25. x에 대한 분수방정식 $\dfrac{b}{x^2-a^2}-\dfrac{1}{x+a}=\dfrac{2}{x-a}$가 근을 갖지 <u>않을</u> 때, $\dfrac{b}{a}$의 값을 구하시오. (단, $ab>0$) [4점]

이제 공통 문제는 끝났습니다. 26번 문제부터는 본인이 선택한 과목의 문제를 풀고, 그 답을 답안지에 기입하시오.

미분과 적분

26. 함수 $y=\sqrt{3}\sin x-3\cos x$의 주기를 a, 최대값을 b, 최소값을 c라 할 때, abc의 값은? [3점]

① -24π
② -12π
③ 0
④ 12π
⑤ 24π

27. 삼각방정식 $\sin(\pi\cos x)=0$의 해의 개수는? (단, $0 \leq x < 2\pi$) [4점]

① 0
② 1
③ 2
④ 3
⑤ 4

28. $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ 일 때, $\tan\frac{\alpha}{2}$ 의 값은? (단, α 는 제4 사분면의 각이다.) [3점]

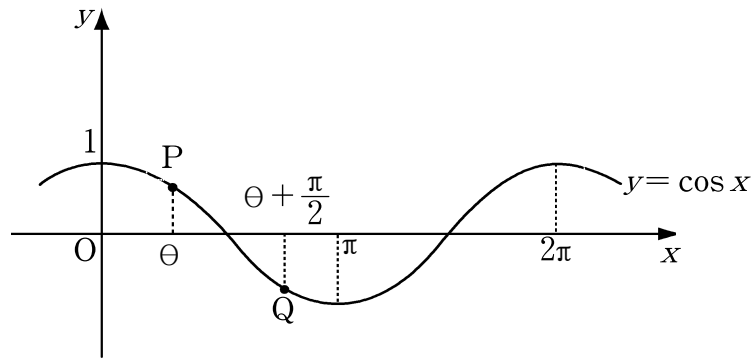
① -1
② $-\frac{1}{3}$
③ $\frac{1}{3}$
④ 1
⑤ $\sqrt{3}$

29. 삼각형 ABC 에서 $\sin(A+B)\sin(A-B) = \sin^2 C$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는? [4점]

① $\frac{\pi}{6}$
② $\frac{\pi}{4}$
③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{2}$
⑤ $\frac{3\pi}{4}$

단답형

30. 그림과 같이 곡선 $y=\cos x\ (0 \leqq x \leqq 2\pi)$ 위의 두 점 $P(\theta,\ \cos\theta)$, $Q\left(\theta+\frac{\pi}{2},\ \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)\right)$에 대하여 선분 PQ의 길이를 l이라고 할 때, l^2 의 최대값과 최소값의 차를 구하시오. [3점]



※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

1. 다음은 어느 학급 학생 35명이 1분 동안에 실시한 윗몸 일으키기 횟수를 조사하여 만든 줄기와 잎 그림이다.

(줄기단위 : 10, 잎단위 : 1)

줄기	잎
1	6
2	2 3 5 7
3	1 1 2 4 6 8 9 9
4	0 1 3 3 4 5 6 7 7 7 8
5	1 2 2 4 5 5 7 7 9
6	0 2

이 그림에서 중앙값을 M_e, 최빈값을 M_o라 할 때, $M_e - M_o$의 값은? [3점]

① -5
② -3
③ 0
④ 3
⑤ 5

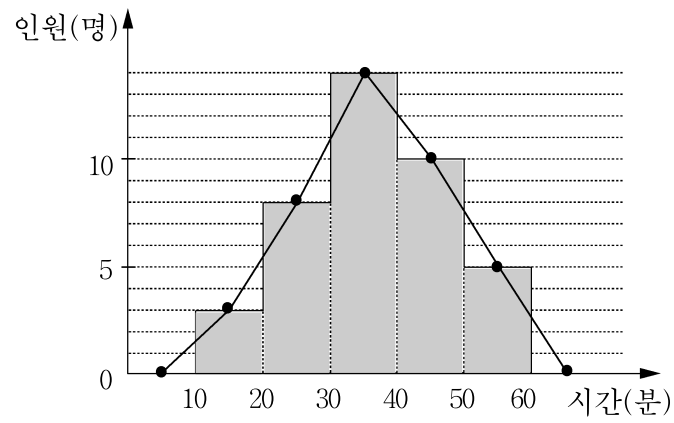
2. 철수네 가족은 연휴 기간 동안 자동차 여행을 다니면서 다음과 같이 휘발유를 넣었다.

주유소	가격(원/리터)	주유량(리터)
A	1300	40
B	1350	30
C	1400	30

철수네 가족이 여행하는 도중, 주유한 휘발유 1리터의 평균가격은? [3점]

① 1330 원
② 1335 원
③ 1340 원
④ 1345 원
⑤ 1350 원

3. 그림은 주말에 어느 학급 학생 40명의 인터넷 사용시간을 조사하여 나타낸 도수분포다각형과 히스토그램이다. 이것에 대한 설명으로 옳은 것을 〈보기〉에서 모두 고르면? [4점]



〈보 기〉

ㄱ. 중앙값은 계급 30 이상 40 미만 사이에 존재한다.
ㄴ. 최빈값은 계급 30 이상 40 미만 사이에 존재한다.
ㄷ. 상대 도수가 가장 높은 계급의 계급값은 35 (분)이다.
ㄹ. 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 히스토그램의 직사각형 넓이의 합은 같다.

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

4. 다음은 어떤 학생이 1점에서 5점까지 점수가 표시된 과녁에 10발의 화살을 쏘아서 얻은 점수를 나타낸 것이다.

(단위 : 점)

2	5	3	x	1	4	4	3	2	4

이 자료의 평균이 3일 때, 표준편차는? [4점]

① 1
② $\sqrt{1.1}$
③ $\sqrt{1.2}$
④ $\sqrt{1.3}$
⑤ $\sqrt{1.4}$

단답형

5. 2003년 4월 1일부터 2주간 서울 지역의 일별 최고 기온을 조사한 다음 자료에서 10℃부터 계급의 폭을 2℃로 하여 도수분포표를 만들고자 한다.

(단위 : ℃)

22.4	21.0	19.8	19.3	17.7	18.3	17.1
14.4	11.6	18.1	12.7	13.4	17.8	19.3

〈 출처:http://www.kma.go.kr 〉

도수가 가장 많은 계급의 도수를 a, 16℃이상 18℃미만인 계급의 누적도수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

〔3점〕

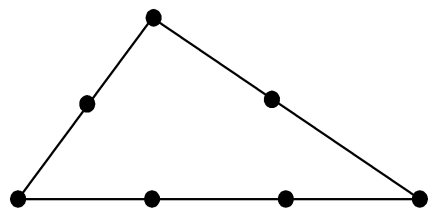
※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수리 영역 (가형)

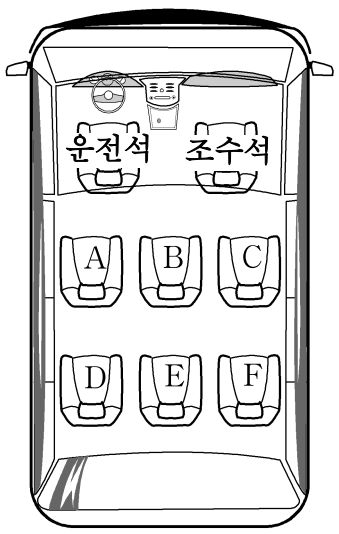
이산수학

1. 그림과 같이 삼각형 위에 7개의 점이 있다. 이 중 두 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수는? [3점]



① 12
② 13
③ 14
④ 15
⑤ 16

2. 운전기사가 별도로 정해진 8인승 승합차에 탁구부 감독 1명은 조수석에 앉기로 하고, 4명의 탁구선수가 타려고 한다. 4명의 선수가 A, B, C, D, E, F의 6개의 좌석 중에 임의로 한 좌석씩 앉는 방법의 수는? [3점]



① 15
② 60
③ 180
④ 360
⑤ 720

3. 1부터 9까지 각각 양의 정수가 적힌 9장의 카드가 있다. 두 장의 카드를 임의로 뽑아 큰 수는 십의 자리, 작은 수는 일의 자리에 배열하여 만든 두 자리의 정수를 A, 한편 A의 십의 자리와 일의 자리를 바꾸어 만든 두 자리의 정수를 B라고 할 때, $A+B$가 짝수가 되는 경우의 수는? [4점]

① 13
② 14
③ 16
④ 20
⑤ 30

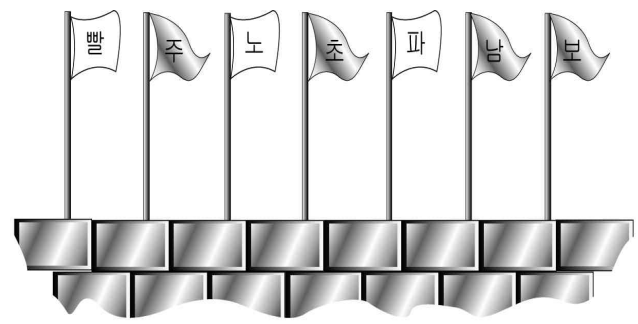
4. 각 면에 1에서부터 6까지의 정수가 적힌 정육면체의 주사위를 세 번 던져서 나온 수를 차례로 x, y, z라 할 때, $x+2y+3z=15$를 만족시키는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는?

[4점]

① 9
② 10
③ 11
④ 12
⑤ 13

단답형

5. 그림과 같이 '빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라' 색깔의 깃발이 각각 하나씩 있다. 7개의 깃발을 모두 일렬로 배열할 때, 빨강이 노랑의 왼쪽에, 노랑은 파랑의 왼쪽에 위치하도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 깃발은 한 쪽 방향에서만 바라본다.) [3점]



※ 확인사항

○ 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.