2003학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시 수 리 영 역

예·체능계 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 3 | | | | 1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 수험번호와 성명을 정확하게 기입하시오.
- 답안지에 수험번호, 응시계열, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. $4\log_2\sqrt{2} + \frac{1}{2}\log_2 3 - \log_2\sqrt{6}$ 을 간단히 하면? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}+\log_2 3$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}+\log_2 3$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 공집합이 아닌 세 집합 A, B, C가 전체집합 U의 부분집합일 때, 다음 중 $(A\cup B)\cap(C\cap B^c)^c$ 와 항상 같은 집합은? [2점]

① $B-(A-C)$ ② $B\cap(A-C)$ ③ $B\cup(A\cap C)$ ④ $B\cup(A-C)$ ⑤ $(A\cup B)\cap C^c$

3. 전체집합 U의 임의의 세 부분집합 에 대하여 $A\subset B$인 것은 $A-B=\phi$이기 위한 조건이고, $A\cup B=A\cup C$인 것은 $B=C$이기 위한 조건이다. 이 때, (가), (나)에 알맞은 것은? (단, $U\neq\phi$이다.) [2점]

	(가)	(나)
①	충분	충분
②	충분	필요
③	필요	충분
④	필요	필요충분
⑤	필요충분	필요

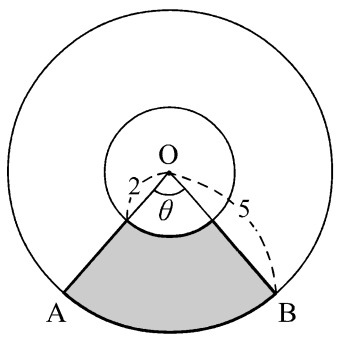
4. 자연수 n에 대하여 $f(n)=\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$이라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(19)+f(20)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$이다.) [2점]

① -20 ② -2 ③ 0 ④ ⑤

5. x, y가 실수이고 $x^2+y^2=4$일 때, $x+3y$의 최대값은? [2점]

① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{10}$
③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{2}$
⑤ $4\sqrt{10}$

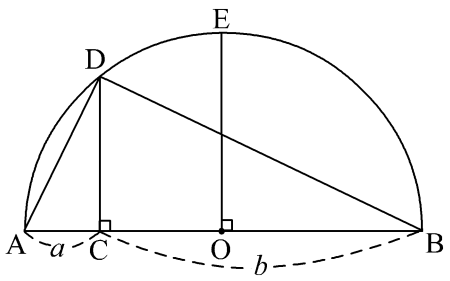
6. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 2, 5인 동심원이 있다. 어두운 부분의 둘레의 길이가 12일 때, 부채꼴 OAB의 중심각 θ의 값은? [3점]



① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

7. 다음은 양수 a, b에 대하여, $\sqrt{ab} \leqq \frac{a+b}{2}$가 성립함을 증명하는 과정이다.

<증명>



그림과 같이 O가 중심이고 선분 AB가 지름인 반원에서 $\overline{AC}=a$, $\overline{BC}=b$이고 선분 CD, 는 모두 선분 AB에 수직이다.

$\angle ADB$는 지름 AB에 대한 원주각이므로

$\triangle ADB$는 직각삼각형이다.

또한, $\triangle ACD \backsim \triangle DCB$이므로

$\boxed{\text{(가)}}^2 = \overline{AC}\cdot\overline{BC} = ab \quad \therefore \boxed{\text{(가)}}$

한편, $\boxed{\text{(나)}} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{a+b}{2}$

이 때, $\boxed{\text{(가)}} \leqq \boxed{\text{(나)}}$ 이므로 $\sqrt{ab} \leqq \frac{a+b}{2}$ 이다.

위의 <증명>과정에서 다음 중 (가), (나)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	$\overline{OE}$	$\overline{BD}$
②	$\overline{CD}$	$\overline{OE}$
③	$\overline{OE}$	$\overline{AD}$
④	$\overline{AD}$	$\overline{OE}$
⑤	$\overline{AC}$	$\overline{CD}$

8. 양수 x의 상용로그의 값이 $\log x = \overline{2}.479$ 일 때, $\log x^3$ 의 값은? [2점]

① $\overline{7}.437$ ② $\overline{6}.437$
③ $\overline{5}.437$ ④ $\overline{5}.563$
⑤ $\overline{4}.563$

9. 집합 A_n을 다음과 같이 정의한다.

$$A_n = \left\{ m \,\middle|\, \left[\frac{m}{n}\right] = 0,\ m, n\text{은 서로소인 자연수} \right\}$$

다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수이다.) [3점]

① $A_1 = \phi$ ② $A_2 \cap A_3 = A_2$
③ $A_2 \cup A_3 = A_3$ ④ $A_3 \cup A_4 = A_4$
⑤ $A_3 \cap A_4 = A_2$

10. 0 이 아닌 세 실수 a, b, c는 아래 두 조건 (가)와 (나)를 모두 만족한다.

(가) $(a-2)(b-2)(c-2) = 0$
(나) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$

이 때, $a + b + c$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ ⑤

11. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 두 근을 라 할 때, $\frac{1}{1+\alpha^3} + \frac{1}{1+\beta^3}$ 의 값은? [3점]

① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ ⑤

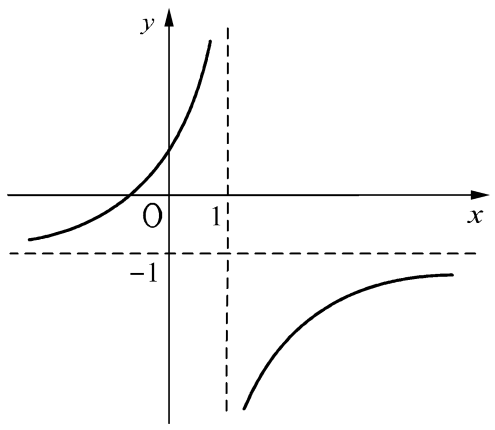
12. 수직선 위의 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점을 A◎B로 나타내기로 한다.
서로 다른 세 점 A, B, C에 대하여 (A◎B)◎C와 (B◎C)◎A가 일치할 때, 다음 중 세 점의 위치 관계로 옳은 것은? [3점]

① 점 A는 선분 BC의 중점이다.
② 점 B는 선분 AC의 중점이다.
③ 점 C는 선분 AB의 중점이다.
④ 점 A는 선분 BC를 2 : 1로 내분하는 점이다.
⑤ 점 C는 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이다.

13. 부등식 $x^2 + |x| - 2 < 0$의 해를 구하면? [3점]

① $-2 < x < 2$ ② $-1 < x < 2$
③ $-2 < x < 1$ ④ $-1 < x < 1$
⑤ $0 < x < 2$

14. 분수함수 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, a, b, c, d는 실수이다.) [3점]



< 보 기 >

ㄱ. $b = c$ ㄴ. $ab < 0$ ㄷ.

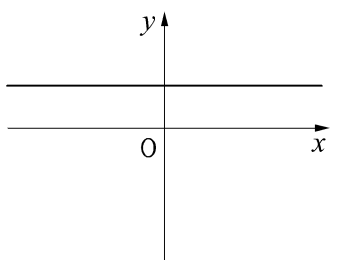
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. x의 이차방정식 $x^2 - x - k = 0$의 한 근 α가 $\frac{3}{2} \leqq \alpha < \frac{5}{2}$일 때, 정수 k의 개수는? [3점]

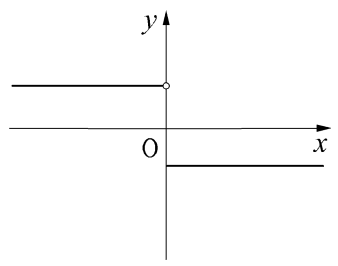
① 1 ② 2 ③ 3 ④ ⑤

16. 실수 x에 대하여 정의된 두 함수 $f(x)=x-[x]$와 $g(x)=[x]+1$에 대하여 다음 중 $y=(g\circ f)(x)$의 그래프의 개형은? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대정수이다.) [3점]

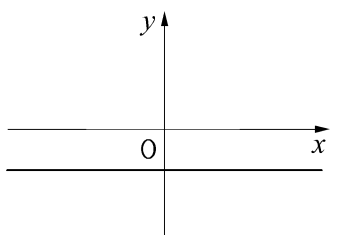
①



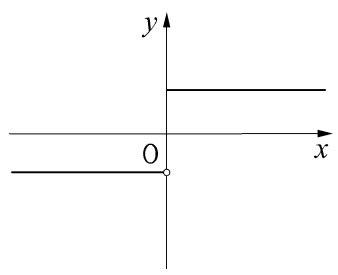
②



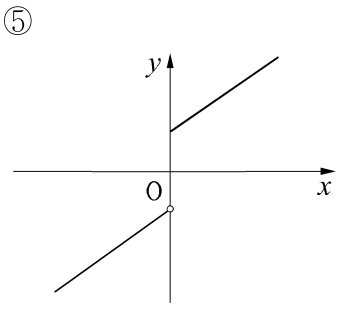
③



④



⑤



17. 다음 함수 중 주기함수가 <u>아닌</u> 것은? [3점]

① $y=|\sin x|$ ② $y=|\cos x|$
③ $y=|\tan x|$ ④ $y=\sin|x|$
⑤ $y=\cos|x|$

18. 어떤 농장에서 현재 토끼를 200마리 사육하고 있다. 매달마다 전 달에 비하여 그 수가 씩 증가할 때, 토끼 수가 처음으로 3000마리 이상 되는 것은 몇 개월 후인가? (단, , $\log_{10}1.5=0.18$로 계산한다.) [3점]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ ⑤

19. 자연수 전체의 집합 N에서 N으로의 함수 를
$f(n)=(n$의 모든 양의 약수의 곱$)$
으로 정의할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. p가 소수이면 $f(p)=p$
ㄴ. $m<n$이면 $f(m)<f(n)$
ㄷ. m, n이 서로소이면 $f(mn)=f(m)f(n)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

20. $23p+1$이 완전제곱수가 되는 소수 p가 존재하지 않음을 증명한 과정이다.

<증명>

$23p+1$이 완전제곱수가 되는 소수 p가 존재한다면 어떤 자연수 n에 대하여 $23p+1=n^2$꼴로 나타낼 수 있다.

$23p=(n-1)(n+1)$ ····· ①

23이 소수이므로 $n-1$과 $n+1$중 적어도 하나는 23의 배수이다.

i) $n-1$이 23의 배수일 때,

$n-1=23s$ (s는 자연수)로 놓고 이 식을 ①에 대입하면

$p=s(23s+2)$ ····· ②

그런데 p가 소수이므로 $s=$ [A]

이 값을 ②에 대입하면, $p=$ [B]

∴ p는 소수가 아니다.

ii) $n+1$이 23의 배수일 때,

$n+1=23t$ (t는 자연수)로 놓고 이 식을 ①에 대입하면

$p=t(23t-2)$ ····· ③

그런데 p가 소수이므로 $t=$ [A]

이 값을 ③에 대입하면, $p=$ [C]

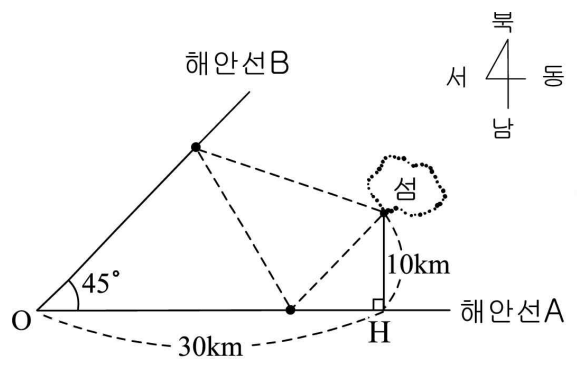
∴ p는 소수가 아니다.

따라서, $23p+1$이 완전제곱수가 되는 소수 p가 존재하지 않는다.

위의 <증명>과정에서 A+B+C의 값은? [3점]

① 43 ② 44 ③ 45 ④ 46 ⑤ 47

21. 그림과 같이 지점 O에서 해안선 를 따라 동쪽으로 30 km 떨어진 지점 H에서 북쪽으로 떨어진 곳에 섬이 있다. 이 섬을 출발하여 해안선 에 있는 선착장을 거쳐 해안선 B에 있는 선착장을 경유하여 되돌아오는 유람선을 운행하려고 한다. 유람선의 항해 거리가 최소가 되도록 해안선 A와 해안선 에 선착장을 만들려고 할 때, 해안선 A에 있는 선착장은 에서 얼마나 떨어진 지점에 만들어야 하는가? (단, 해안선 A와 해안선 B가 이루는 각은 이다.) [3점]



① 15 km ② 17 km
③ 20 km ④ 23 km
⑤ 25 km

22. $0 \leqq x \leqq 2\pi$일 때, 방정식 $\sin x=\frac{3}{5}$의 모든 실근의 합은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{2}{3}\pi$ ④ ⑤

23. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(x) = 2^{x-1} - 2^{-x-1}$, $g(x) = 2^{x-1} + 2^{-x-1}$ 일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $g(x) \geqq 1$

ㄴ. $g(-x) = g(x)$

ㄷ. $f(-x) = -f(x)$

ㄹ. $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 1$

① ㄱ, ㄴ ② ㄷ, ㄹ

③ ㄱ, ㄴ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

24. 어느 제과점의 사탕과 초콜릿의 하루 최대 공급량이 사탕은 68 개이고 초콜릿은 49 개이다. 아래 표와 같이 사탕과 초콜릿을 넣은 A, B 두 종류의 상품을 팔기로 하였다. A 상품 1 개를 팔면 이익금은 600 원이고, B 상품 1 개를 팔면 이익금은 400 원이다. 이 제과점에서 하루에 A, B 상품을 팔아 얻을 수 있는 최대 이익금은 얼마인가? [3점]

상품	사탕	초콜릿
A	8 개	4 개
B	4 개	5 개

① 5,400 원 ② 5,600 원

③ 5,800 원 ④ 6,000 원

⑤ 6,200 원

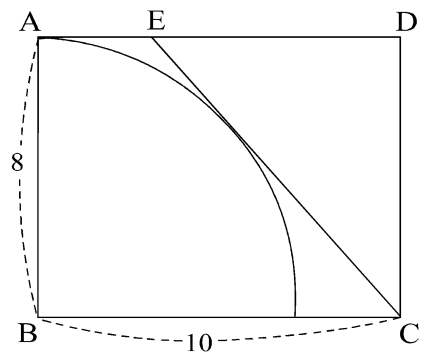
주관식 문항 (25 ~ 30)

25. $x = \dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

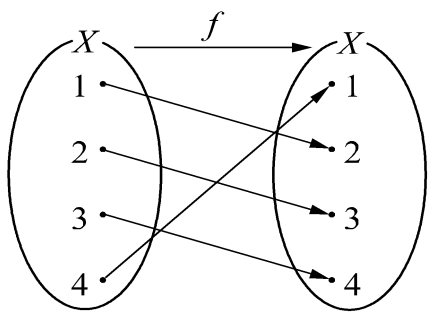
26. $\dfrac{7}{13}$ 을 번분수 $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{n}}}$ 로 나타낼 때, 자연수 n 의 값을 구하시오. [2점]

27. 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=4$ 가 성립한다. 이 때, $f(x+3)=0$ 의 두 근의 합을 구하시오. [2점]

28. 그림과 같이 두 변의 길이가 각각 10, 8인 직사각형 ABCD가 있다. 점 B가 중심이고 선분 AB를 반지름으로 하는 사분원을 그린 후, 점 C에서 이 사분원에 접선을 그어 선분 AD와 만난 점을 E라 할 때, $\overline{AE}$의 길이를 구하시오. [2점]



29. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 함수를 다음과 같이 정의하였다.



함수 $g: X\to X$에 대하여 이고, $f\circ g=g\circ f$가 성립할 때, $g(2)+g(3)$의 값을 구하시오. [3점]

30. 삼각형의 세 꼭지점에서 각각의 대변 또는 그 연장선에 내린 수선의 길이의 비가 2 : 3 : 4이다. 이 삼각형의 내각 중 최대각을 θ라 할 때, 의 값을 반올림하여 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지

확인하시오.