2004학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수 리 영 역

‘나’형	성명		수험번호						3					1

◦먼저 수험생이 선택한 응시유형의 문제인지 확인하시오.
◦문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
◦답안지에 수험번호, 응시유형, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
◦단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
◦문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
◦계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. $\log_2 20 - \dfrac{1}{\log_5 2}$ 을 간단히 하면? [2점]

① 1 ② $\dfrac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\dfrac{5}{2}$ ⑤ 3

2. 등식 $\dfrac{\sqrt[4]{a^6}}{\sqrt{a}\,\sqrt[3]{a}} = a^{\square}$ 을 만족하는 □의 값은? (단, $a > 0$) [2점]

① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{2}{3}$

3. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB-A$ 는? [2점]

① $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

4. 극한 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^2-2005}-n}{n-\sqrt{n^2-2004}}$ 의 값은? [3점]

① $-\dfrac{2005}{2004}$ ② $-\dfrac{2004}{2005}$ ③ $-\dfrac{1002}{2005}$
④ $\dfrac{2005}{2004}$ ⑤ $\dfrac{2004}{2005}$

5. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ 이

$$A=(pA+qE)^{-1}$$

를 만족하도록 상수 p, q의 값을 정할 때, $p+q$의 값은? [3점]

① 3 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

6. 세 수

$$\sqrt[3]{6} \quad \sqrt[4]{8}, \quad \sqrt[6]{12}$$

를 작은 것부터 차례로 나열한 것은? [3점]

① $\sqrt[3]{6}$ $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[6]{12}$

② $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[3]{6}$ $\sqrt[6]{12}$

③ $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[3]{6}$ $\sqrt[4]{8}$

④ $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[3]{6}$

⑤ $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[3]{6}$

7. $\log x$의 지표가 3이고, $\log x$의 가수와 $\log\sqrt{x}$의 가수의 합이 $\frac{3}{4}$ 이다. 이때 $\log\sqrt{x}$의 가수는? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

8. 좌표평면 위의 점 (x,y)를 행렬$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$로 나타내기로 하자.

영역 $D=\{(x,y)\mid 0\leqq x\leqq 1,\ 0\leqq y\leqq 1\}$에 속하는 임의의 두 점 (a,b), (c,d)에 대응하는 행렬

$A=\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}c\\ d\end{pmatrix}$에 대하여 $A+B=\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}$ 라 할 때,

점 (p,q)가 나타내는 영역의 넓이는? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

9. 이차정사각행렬 A에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, O는 영행렬, E는 단위행렬) [3점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $(A+E)(A-E)=A^2-E$

ㄴ. $A(A+E)=O$이고 $A\neq -E$이면 $A=O$이다.

ㄷ. $A(A+E)=E$이면 A^2의 역행렬이 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 다음 순서도에서 인쇄되는 S의 값은? [3점]

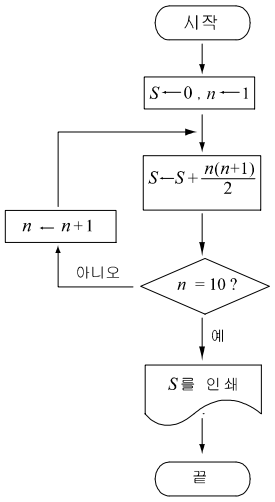
① 110

② 220

③ 330

④ 440

⑤ 550



11. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 극한에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $a_n < b_n$이고 $\lim_{n\to\infty} a_n=\infty$ 이면 $\lim_{n\to\infty} b_n=\infty$이다.

ㄴ. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴할 때 $a_n < b_n$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n < \lim_{n\to\infty} b_n$이다.

ㄷ. $\lim_{n\to\infty} a_n b_n=0$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n=0$ 또는 $\lim_{n\to\infty} b_n=0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

12. 그림과 같이 1부터 100까지의 자연수가 배열되어 있는 숫자판에 9개의 수(1, 2, 3, 11, 12, 13, 21, 22, 23)를 포함하는 어두운 정사각형이 놓여있다. 이 어두운 정사각형을 오른쪽으로 m칸, 아래쪽으로 n칸 이동하였을 때, 이동된 정사각형 내부의 자연수의 합을 $S(m, n)$이라 하자.

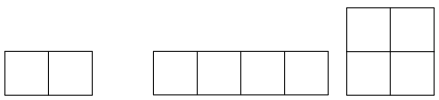
예를 들면 $S(2,1)$은 9개의 수(13, 14, 15, 23, 24, 25, 33, 34, 35)의 합이다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

이때 $S(m, n)=513$을 만족하는 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?(단, m, n은 7이하의 자연수) [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

13. 평면 위에서 같은 크기의 정사각형 n개를 붙여서 만들 수 있는 서로 다른 모양의 직사각형의 개수를 a_n이라 하자.
예를 들면 $a_2=1$, $a_4=2$이다.



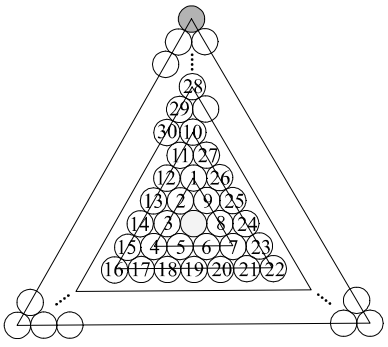
이때 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $a_6=2$
ㄴ. n이 소수이면 $a_n=1$이다.
ㄷ. $a_n=2$인 한 자리 자연수 n은 3개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 맨 안쪽 정삼각형에서부터 바깥쪽 정삼각형의 순서로 정삼각형의 변을 따라 자연수가 적힌 원을 차례로 배열한다. 이때 10번째 정삼각형의 맨 위의 꼭지점에 있는 원에 적힌 수는? [4점]



① 401 ② 406 ③ 411
④ 416 ⑤ 421

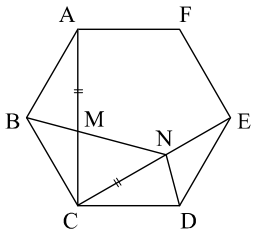
15. 다음은 이차정사각행렬 A가 $A^2+E=O$를 만족시킬 때, 임의의 실수 k에 대하여 $A+kE$의 역행렬이 존재함을 증명하는 과정이다. (단, O는 영행렬, E는 단위행렬)

<증명>
$A+kE$의 역행렬이 존재하는 것을 보이려면
$(A+kE)B=E$를 만족시키는 행렬 B가 존재하는 것을 보이면 된다.
임의의 실수 k에 대하여
$A^2+E=O$
$(A+kE)(A-kE)+(\boxed{\text{(가)}})E=O$
위 식을 변형하면
$(\boxed{\text{(나)}})(A+kE)(A-kE)=E$
$\therefore (A+kE)^{-1}=(\boxed{\text{(나)}})(A-kE)$
따라서 행렬 A가 $A^2+E=O$를 만족시킬 때, 임의의 실수 k에 대하여 $A+kE$의 역행렬이 존재한다.

위의 증명과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열하면? [3점]

① $-(k^2+1)$, $-\frac{1}{k^2+1}$
② $-(k^2+1)$, $\frac{1}{k^2+1}$
③ 1, -1
④ k^2+1, $\frac{1}{k^2+1}$
⑤ k^2+1, $-\frac{1}{k^2+1}$

16. 그림과 같이 정육각형 ABCDEF의 두 대각선 AC, CE 위에 $\overline{AM}=\overline{CN}$이 되도록 각각 M, N을 잡는다. 다음은 세 점 B, M, N이 일직선 위에 있으면 세 각 ∠BNC, ∠CND, ∠DNE의 크기는 이 순서로 등차수열을 이룸을 증명한 것이다.



<증명>

$\overline{CM}=$ (가) , $\angle BCM=\angle DEN=30°$이므로

$\triangle BCM\equiv\triangle DEN$ ∴ $\angle CBM=\angle EDN$

$\angle BND=\angle BNC+\angle CND$

$=(\angle BCN-\angle CBM)+(\angle CED+\angle EDN)$

$=$ (나)

따라서 점 N은 점 C를 중심으로 하고 $\overline{CB}=\overline{CD}$를 반지름으로 하는 원 위에 있다.

∴ $\overline{CB}=\overline{CD}=\overline{CN}$

∴ ∠BNC = [ ] , ∠CND = [ ] , ∠DNE = [ ]

그러므로, 세 각 ∠BNC, ∠CND, ∠DNE의 크기는 이 순서로 공차가 (다)인 등차수열을 이룬다.

위의 증명과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열하면? [4점]

① $\overline{EN}$, 135°, 25°

② $\overline{MN}$, 135°, 30°

③ $\overline{EN}$, 120°, 25°

④ $\overline{EN}$, 120°, 30°

⑤ $\overline{MN}$, 120°, 35°

17. $a>1$, $b>1$ 일 때, $\log_{a^3}b^2+\log_{b^4}a^3$ 의 최소값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

18. 1부터 99까지의 홀수 중 서로 다른 10개를 택하여 그들의 합을 S라 하자. 이러한 S의 값 중 서로 다른 것을 작은 수부터 차례로 a_1, a_2, a_3, … 이라 할 때, a_{100}의 값은? [4점]

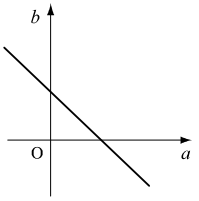
① 268 ② 278 ③ 288 ④ 298 ⑤ 308

19. x, y에 대한 연립방정식

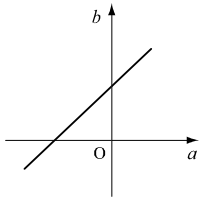
$$\begin{pmatrix} a-1 & -b \\ b & a+3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x-2y \\ 2x+y \end{pmatrix}$$

가 $x=y=0$이외의 해를 갖도록 하는 실수 a, b에 대하여 점 (a, b)가 나타내는 자취의 개형은? [4점]

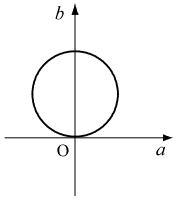
①



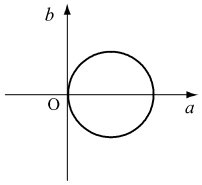
②



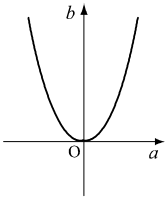
③



④



⑤



20. 어떤 전자레인지로 피자 n조각을 굽는데 걸리는 시간 t(분)는

$$t=1.2\times n^{0.5}$$

으로 주어진다고 한다. 이 전자레인지로 피자 8조각을 굽는데 걸리는 시간은 피자 2조각을 굽는데 걸리는 시간의 몇 배인가? [4점]

① 1배 ② $\sqrt{2}$배 ③ 2배
④ $2\sqrt{2}$배 ⑤ 4배

21. 다음은 어느 신문 기사 내용의 일부분이다.

> 최근 우리 나라에서는 1인당 쌀 소비량이 계속 감소해 하루 소비량이 두 공기에도 못 미치는 것으로 나타났다.
> 통계청이 발표한 '양곡소비량 조사결과'에 따르면 2003년 1인당 연간 쌀 소비량은 80 kg으로, 전년에 비해 4 % 감소한 것으로 나타났다. 이는 주요 쌀 소비국인 일본의 2003년 1인당 연간 쌀 소비량 64 kg 보다는 많은 양이지만, 일본의 최근 감소율 1 %보다 훨씬 높은 감소율을 보여 주고 있다.
> <이하 생략>

2003년 이후에도 한국과 일본의 1인당 연간 쌀 소비량의 감소율이 각각 4 %, 1 %로 일정하다고 가정할 때, 한국의 1인당 연간 쌀 소비량이 일본의 1인당 연간 쌀 소비량보다 처음으로 작아지게 되는 해는?

(단, $\log 2=0.3010$, $\log 9.6=0.9823$, $\log 9.9=0.9956$) [4점]

① 2009년 ② 2011년 ③ 2013년
④ 2015년 ⑤ 2017년

단답형(22 ~ 30)

22. $\sum_{k=1}^{10}(k+5)(k-2)-\sum_{k=1}^{10}(k-5)(k+2)$ 의 값을 구하시오. [2점]

23. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}10 & 1\\ 1 & 10\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ 에 대하여

$$A^{-1}PB=E$$

를 만족하는 행렬 P의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, E는 단위행렬) [3점]

24. 임의의 실수 x에 대하여 행렬 $A=\begin{pmatrix}x+2a & -4\\ 3 & x+a\end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오. [4점]

25. $\log A$의 지표와 가수가 이차방정식 $2x^2-33x+k=0$의 두 근일 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$이 $\lim_{n\to\infty} n a_n=\frac{1}{9}$ 을 만족할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{6n+1}{n^2 a_n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

수 리 영 역

'나'형

27. 다음 두 조건을 만족시키는 실수 x를 모두 곱한 값을 M이라 할 때, $\log_{10} M$의 값을 구하시오.

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

Ⅰ. $[\log_{10} x] = 6$

Ⅱ. $\log_{10} x^2 - [\log_{10} x^2] = \log_{10} \frac{1}{x} - \left[\log_{10} \frac{1}{x}\right]$

28. 흰 바둑돌과 검은 바둑돌이 있다. 이 바둑돌 n개를 일렬로 나열하되, 흰 바둑돌끼리는 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수를 a_n이라 하자.

예를 들면 $a_1 = 2$, $a_2 = 3$이다.

○, ●	○●, ●○, ●●
$a_1 = 2$	$a_2 = 3$

이때 a_{10}의 값을 구하시오. [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$에서 각각의 자연수 n에 대하여

세 항 a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}은 등차수열을 이루고

세 항 a_{2n}, a_{2n+1}, a_{2n+2}는 등비수열을 이룬다.

$a_1 = 1$, $a_2 = 2$ 일 때, a_{13}의 값을 구하시오. [4점]

30. 철수가 운영하는 A, B 두 매장의 2002년 총매출액의 합은 70억 원이었다. 2003년은 2002년보다 B매장의 매출액이 10% 감소하였으나 두 매장의 총매출액은 2억 원이 증가하였다.

2002년 A, B 두 매장의 매출액을 각각 x, y(억 원)이라고 하면

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0.2 & -0.1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 70 \\ 2 \end{pmatrix}$$

이다. 이때 2003년의 A매장의 매출액은 □억 원이다. □ 안에 알맞은 수를 구하시오. [4점]

※ 확인사항

◦ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.