2004학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수 리 영 역

‘가’형	성명		수험번호						3					1

◦먼저 수험생이 선택한 응시유형의 문제인지 확인하시오.
◦문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
◦답안지에 수험번호, 응시유형, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
◦단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
◦문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
◦계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_2 20 - \frac{1}{\log_5 2}$ 을 간단히 하면? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. 무한급수 $\frac{2004}{1\cdot3} + \frac{2004}{3\cdot5} + \frac{2004}{5\cdot7} + \cdots$ 의 값은? [2점]

① 1002 ② 1004 ③ 2000
④ 2002 ⑤ 2004

3. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB-A$ 는? [2점]

① $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

4. 방정식 $\sqrt{x} = x-3$ 의 근을 α, 방정식 $-\sqrt{x} = x-3$ 의 근을 β라 할 때, $\alpha+\beta$의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

5. 분수부등식

$$\frac{3}{x-1}+\frac{4}{x-5}+\frac{12}{x^2-6x+5}\leqq -1$$

을 만족하는 정수 x의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 세 수

$$\sqrt[3]{6} \quad \sqrt[4]{8}, \quad \sqrt[6]{12}$$

를 작은 것부터 차례로 나열한 것은? [3점]

① $\sqrt[3]{6}$ $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[6]{12}$

② $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[3]{6}$ $\sqrt[6]{12}$

③ $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[3]{6}$ $\sqrt[4]{8}$

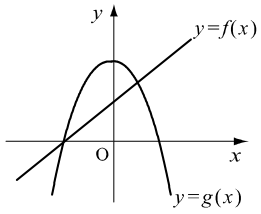
④ $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[3]{6}$

⑤ $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[3]{6}$

7. 일차함수 $f(x)$와 이차함수 $g(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때 분수방정식

$$\frac{f(x)}{g(x)}-\frac{2g(x)}{f(x)}=1$$

의 실근의 개수는? [3점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

8. 좌표평면 위의 점 (x, y)를 행렬 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$로 나타내기로 하자.

영역 $D=\{(x, y) \mid 0\leqq x\leqq 1,\ 0\leqq y\leqq 1\}$에 속하는 임의의 두 점 (a, b), (c, d)에 대응하는 행렬

$A=\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$에 대하여 $A+B=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$라 할 때,

점 (p, q)가 나타내는 영역의 넓이는? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

9. 이차정사각행렬 A에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, O는 영행렬, E는 단위행렬) [3점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $(A+E)(A-E)=A^2-E$

ㄴ. $A(A+E)=O$이고 $A\neq -E$이면 $A=O$이다.

ㄷ. $A(A+E)=E$이면 A^2의 역행렬이 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 함수 $f(x)=x+\log_{10}x$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{100}[f(n)]$$

의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

① 5055 ② 5060 ③ 5084 ④ 5128 ⑤ 5142

11. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$과 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$도 수렴한다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$과 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty}a_nb_n=0$이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n$이 수렴하고 $\lim_{n\to\infty}a_n\neq 0$이면 $\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 그림과 같이 1부터 100까지의 자연수가 배열되어 있는 숫자판에 9개의 수(1, 2, 3, 11, 12, 13, 21, 22, 23)를 포함하는 어두운 정사각형이 놓여있다. 이 어두운 정사각형을 오른쪽으로 m칸, 아래쪽으로 n칸 이동하였을 때, 이동된 정사각형 내부의 자연수의 합을 $S(m, n)$이라 하자.

예를 들면 $S(2, 1)$은 9개의 수(13, 14, 15, 23, 24, 25, 33, 34, 35)의 합이다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

이때 $S(m, n)=513$을 만족하는 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?(단, m, n은 7이하의 자연수) [4점]

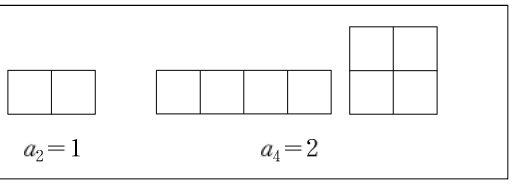
① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

수 리 영 역

'가'형

13. 평면 위에서 같은 크기의 정사각형 n개를 붙여서 만들 수 있는 서로 다른 모양의 직사각형의 개수를 a_n이라 하자.

예를 들면 $a_2=1$, $a_4=2$이다.



이때 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $a_6=2$

ㄴ. n이 소수이면 $a_n=1$이다.

ㄷ. $a_n=2$인 한 자리 자연수 n은 3개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 2005학년도 대학수학능력시험 수리영역의 원점수 X의 평균을 m, 표준편차를 σ라 할 때 표준점수 T는

$$T=a\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)+b \text{ (단, } a>0\text{)}$$

꼴로 나타내어진다.

수리영역의 표준점수 T가 평균이 100, 표준편차가 20인 분포를 이룬다고 할 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

[4점]

① 80 ② 90 ③ 100 ④ 110 ⑤ 120

15. 다음은 $n\geq 2$인 자연수 n에 대하여

부등식 $2<\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<3$이 성립함을 증명하는 과정이다.

<증명>

(i) $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=1+{}_nC_1\frac{1}{n}+{}_nC_2\left(\frac{1}{n}\right)^2+\cdots+{}_nC_n\left(\frac{1}{n}\right)^n$

$\geq 1+1+{}_nC_2\left(\frac{1}{n}\right)^2$

$=2+\boxed{\text{(가)}}>2$ ($\because n\geq 2$)

(ii) $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=1+{}_nC_1\frac{1}{n}+{}_nC_2\left(\frac{1}{n}\right)^2+\cdots+{}_nC_n\left(\frac{1}{n}\right)^n$

$=1+1+\frac{1}{2!}(\boxed{\quad})+\frac{1}{3!}(\boxed{\text{(나)}})+\cdots+\frac{1}{n!}(\boxed{\quad})$

$<1+1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{n!}$

그런데 $k!=1.2.3.\cdots.k\geq 2^{k-1}$이므로 $\frac{1}{k!}\leq\frac{1}{2^{k-1}}$

$\therefore \left(1+\frac{1}{n}\right)^n<1+\frac{1}{2^0}+\frac{1}{2^1}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}$

$=3-\boxed{\text{(다)}}<3$

(i), (ii)에 의하여 $n\geq 2$인 자연수 n에 대하여

부등식 $2<\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<3$이 성립한다.

위의 증명과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열하면? [3점]

① $\frac{n-1}{2n}$, $\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)$, $\left(\frac{1}{2}\right)^n$

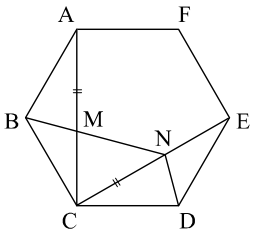
② $\frac{n+1}{2n}$, $\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)$, $\left(\frac{1}{2}\right)^n$

③ $\frac{n-1}{2n}$, $\left(1-\frac{2}{n}\right)\left(1-\frac{3}{n}\right)$, $\left(\frac{1}{2}\right)^n$

④ $\frac{n+1}{2n}$, $\left(1-\frac{2}{n}\right)\left(1-\frac{3}{n}\right)$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

⑤ $\frac{n-1}{2n}$, $\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

16. 그림과 같이 정육각형 ABCDEF의 두 대각선 AC, CE 위에 $\overline{AM}=\overline{CN}$이 되도록 각각 M, N을 잡는다.



다음은 세 점 B, M, N이 일직선 위에 있으면 세 각 ∠BNC, ∠CND, ∠DNE의 크기는 이 순서로 등차수열을 이룸을 증명한 것이다.

<증명>

$\overline{CM}=$ (가) , $\angle BCM=\angle DEN=30°$이므로

$\triangle BCM\equiv\triangle DEN$ ∴ $\angle CBM=\angle EDN$

$\angle BND=\angle BNC+\angle CND$

$=(\angle BCN-\angle CBM)+(\angle CED+\angle EDN)$

$=$ (나)

따라서 점 N은 점 C를 중심으로 하고 $\overline{CB}=\overline{CD}$를 반지름으로 하는 원 위에 있다.

∴ $\overline{CB}=\overline{CD}=\overline{CN}$

∴ $\angle BNC=$ ☐ , $\angle CND=$ ☐ , $\angle DNE=$ ☐

그러므로, 세 각 ∠BNC, ∠CND, ∠DNE의 크기는 이 순서로 공차가 (다)인 등차수열을 이룬다.

위의 증명과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열하면? [4점]

① $\overline{EN}$, 135°, 25°

② $\overline{MN}$, 135°, 30°

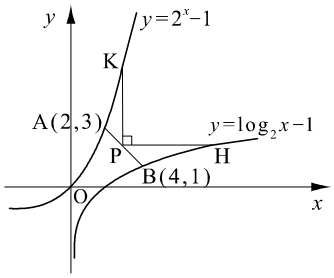
③ $\overline{EN}$, 120°, 25°

④ $\overline{EN}$, 120°, 30°

⑤ $\overline{MN}$, 120°, 35°

17. 그림과 같이 두 점 A(2, 3), B(4, 1)을 이은 선분 위의 임의의 점 P를 지나 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 x-1$과 만나는 점을 H, y축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x-1$과 만나는 점을 K라 한다.

이때 $\overline{PH}+\overline{PK}$의 최소값은? [4점]



① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

18. A고등학교 학생의 몸무게는 평균이 60kg, 표준편차가 6kg인 정규분포를 이룬다고 한다.

적재중량이 549kg이상이 되면 경고음을 내도록 설계되어 있는 엘리베이터에 A고등학교 학생 중 임의추출한 9명이 탑승하였을 때, 경고음이 울릴 확률은? [4점]

<표준정규분포표>

z	$P(0\leq Z\leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1587 ② 0.1915 ③ 0.3085

④ 0.3413 ⑤ 0.4332

수 리 영 역

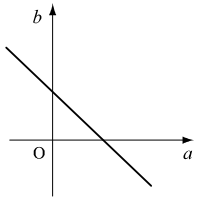
'가'형

19. x, y에 대한 연립방정식

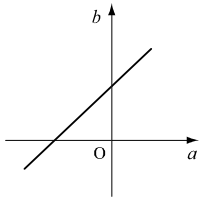
$$\begin{pmatrix} a-1 & -b \\ b & a+3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x-2y \\ 2x+y \end{pmatrix}$$

가 $x=y=0$이외의 해를 갖도록 하는 실수 a, b에 대하여 점 (a, b)가 나타내는 자취의 개형은? [4점]

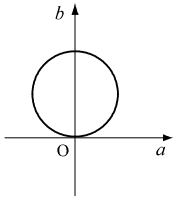
①



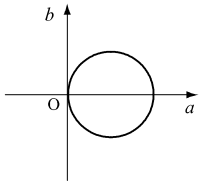
②



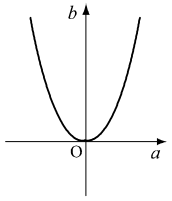
③



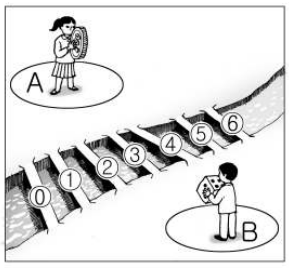
④



⑤



20. 그림과 같이 강을 사이에 두고 있는 두 지역 A, B가 0 ~ 6까지의 번호가 붙여져 있는 7개의 다리로 연결되어 있다. 지수는 동전 6개를 던져 나오는 앞면의 개수가 n이면 번호가 n인 다리를 건너고, 상우는 1부터 6까지 쓰여진 주사위 한 개를 던져 나오는 수가 m이면 번호가 m인 다리를 건너기로 하였다. 지수는 A에서 B로, 상우는 B에서 A로 가기로 할 때, 지수와 상우가 같은 다리를 건너게 될 확률은? [4점]



① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{21}{128}$ ③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{23}{128}$ ⑤ $\frac{25}{128}$

21. 다음은 어느 신문 기사 내용의 일부분이다.

> 최근 우리 나라에서는 1인당 쌀 소비량이 계속 감소해 하루 소비량이 두 공기에도 못 미치는 것으로 나타났다.
> 통계청이 발표한 '양곡소비량 조사결과'에 따르면 2003년 1인당 연간 쌀 소비량은 80 kg으로, 전년에 비해 4 % 감소한 것으로 나타났다. 이는 주요 쌀 소비국인 일본의 2003년 1인당 연간 쌀 소비량 64 kg 보다는 많은 양이지만, 일본의 최근 감소율 1 %보다 훨씬 높은 감소율을 보여 주고 있다.
> <이하 생략>

2003년 이후에도 한국과 일본의 1인당 연간 쌀 소비량의 감소율이 각각 4 %, 1 %로 일정하다고 가정할 때, 한국의 1인당 연간 쌀 소비량이 일본의 1인당 연간 쌀 소비량보다 처음으로 작아지게 되는 해는?

(단, $\log 2=0.3010$, $\log 9.6=0.9823$, $\log 9.9=0.9956$) [4점]

① 2009년 ② 2011년 ③ 2013년

④ 2015년 ⑤ 2017년

단답형(22 ~ 30)

22. $\sum_{k=1}^{10}(k+5)(k-2)-\sum_{k=1}^{10}(k-5)(k+2)$ 의 값을 구하시오. [2점]

23. 두 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$, $g(x)=\log_2 x$ 에 대하여 $(g\circ f)(-23)$의 값을 구하시오. [3점]

24. 임의의 실수 x에 대하여 행렬 $A=\begin{pmatrix} x+2a & -4 \\ 3 & x+a \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오. [4점]

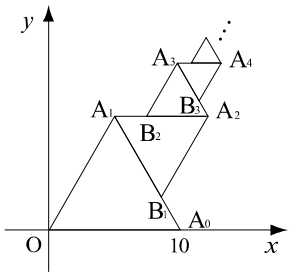
25. '3 • 6 • 9 게임'은 참가자들이 돌아가며 자연수를 1부터 차례로 말하되 3, 6, 9가 들어가 있는 수는 말하지 않는 게임이다. 예를 들면 3, 13, 60, 396, 462, 900 등은 말하지 않아야 한다. '3 • 6 • 9 게임'을 할 때, 1부터 999까지의 자연수 중 말하지 않아야 하는 수의 개수를 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$이 $\lim_{n\to\infty} n a_n=\frac{1}{9}$ 을 만족할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{6n+1}{n^2 a_n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

수 리 영 역

'가'형

27. 오른쪽 그림과 같이 원점 O와 점 $A_0(10, 0)$에 대하여 제1사분면 위에 $\overline{OA_0}$를 한 변으로 하는 정삼각형 OA_0A_1을 만들고 $\overline{A_0A_1}$을 $1:2$로 내분하는 점을 B_1이라 한다. 또 $\triangle OA_0A_1$ 밖에 $\overline{A_1B_1}$을 한 변으로 하는 정삼각형 $A_1B_1A_2$를 만들고 $\overline{A_1A_2}$를 $1:2$로 내분하는 점을 B_2라 한다.



이와 같은 과정을 한없이 반복하면 점 A_n은 점 (a, b)에 한없이 가까워진다. 이때 a의 값을 구하시오. [4점]

28. 흰 바둑돌과 검은 바둑돌이 있다. 이 바둑돌 n개를 일렬로 나열하되, 흰 바둑돌끼리는 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수를 a_n이라 하자.

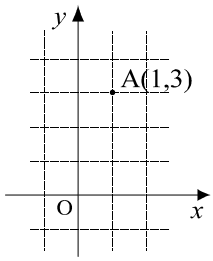
예를 들면 $a_1=2$, $a_2=3$이다.

○, ●	○●, ●○, ●●
$a_1=2$	$a_2=3$

이때 a_{10}의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위에서 상하 또는 좌우방향으로 한 번에 1만큼씩 움직이는 점 P가 있다.

이때 원점을 출발한 점 P가 6번 움직여서 최종 위치가 점 $A(1, 3)$이 되는 경우의 수를 구하시오. [4점]



30. 어떤 고속 전철은 역을 출발하여 처음 10 km 구간과 다음 역에 도착하기 전 10 km 구간의 평균속력은 최고속력의 $\frac{1}{2}$ 배이고, 나머지 구간은 최고속력으로 일정하게 달린다고 한다. A, B 두 역 중간에 C 역을 새로 만들어 5분간 정차하면 A, B 사이를 운행하는데 11분이 더 걸린다고 할 때, 이 고속 전철의 최고속력을 구하시오. (단, 모든 역 사이의 거리는 50 km 이상이고, 속력의 단위는 km/시 이다.) [4점]

※ 확인사항

◦ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.