2004학년도 11월 고2 전국연합학력평가 문제지

수 리 영 역 (나형)

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 2 | | | | | **1**

- ○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- ○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- ○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- ○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- ○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- ○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_a 3 = \frac{5}{2}$ 일 때, a^5의 값은? (단, $a > 0$, $a \neq 1$) [2점]

① 2
② 3
③ 5
④ 9
⑤ 10

2. 이차정사각행렬 A, B에 대하여 $A+B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $AB+BA=\begin{pmatrix} -6 & -7 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$가 성립할 때, A^2+B^2 은? [2점]

① $\begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} -5 & -9 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix} -6 & 7 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

3. $32^{\frac{3}{5}} + 625^{-0.25}$의 값은? [3점]

① $\frac{39}{5}$
② $\frac{41}{5}$
③ $\frac{49}{6}$
④ $\frac{199}{25}$
⑤ $\frac{201}{25}$

4. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a+5 & 0 \\ 2 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-y \\ y \end{pmatrix}$의 해가 무수히 많을 때, 상수 a 값들의 합은? [3점]

① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

수리 영역 (나형)

5. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}+a_n=n^2$일 때, $a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_{2003}-a_{2004}$의 값은? [3점]

① -2004
② -2002
③ 0
④ 2002
⑤ 2004

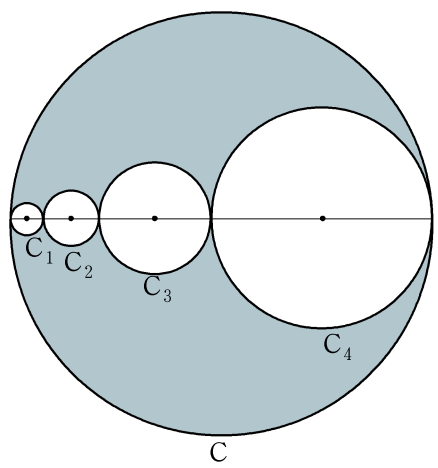
6. 행렬 $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 5 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 7 & -7\end{pmatrix}$에 대하여 $xA+yB=C$를 만족하는 상수 x, y의 합은? [3점]

① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

7. 행렬 $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -5 & -3\end{pmatrix}$일 때, $A^{105}\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}$의 모든 성분의 합은? [4점]

① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

8. 그림과 같이 원 C_1, C_2, C_3, C_4는 이웃하는 두 원끼리 외접하며 이들 원의 중심은 지름의 길이가 15인 원 C의 지름 위에 모두 있고, 원 C_1, C_4는 원 C와 내접하고 있다. 원 C_1, C_2, C_3, C_4의 지름의 길이가 차례로 등비수열을 이룰 때, 어두운 부분의 넓이는? (단, 원 C_1의 지름의 길이는 1이다.) [4점]



① 25π
② 30π
③ 35π
④ 40π
⑤ 45π

9. $0 \leqq x \leqq 4$에서 함수 $f(x)=\sum_{k=1}^{3}|x-k|$로 정의할 때, $f(x)$의 최대값과 최소값의 합은? [3점]

① 0
② 2
③ 4
④ 6
⑤ 8

10. n이 2 이상의 자연수일 때, 〈보기〉에서 거듭제곱근에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. n이 홀수일 때, $\sqrt[n]{-5}=-\sqrt[n]{5}$이다.
ㄴ. n이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n}=-5$이다.
ㄷ. n이 홀수일 때, $x^n=-5$를 만족하는 실수 x는 1개이다.
ㄹ. n이 짝수일 때, $x^n=5$를 만족하는 실수 x는 n개이다.

① ㄱ, ㄷ
② ㄴ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ
⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

11. 3^{111}의 최고 자리 숫자는? (단, $\log_{10}3=0.4771$이다.) [4점]

① 1
② 3
③ 5
④ 7
⑤ 9

12. $\log_3 9$의 값과 같은 것을 〈보기〉에서 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $\dfrac{\log_3 16}{\log_3 4}$
ㄴ. $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{8}+\log_{\frac{1}{3}}3$
ㄷ. $\log_4 6+\log_4 10$
ㄹ. $\dfrac{1}{3}\log_{10}\dfrac{10^7+10^6}{11}$

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄷ
③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

13. 다음은 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}<2-\frac{1}{n}$임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n=$ (가) 일 때,

(좌변) $=1+\frac{1}{2^2}=\frac{5}{4}<2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}=$ (우변)

따라서, $n=$ (가) 일 때, 주어진 식은 성립한다.

(ii) $n=k(n\geq 2)$일 때, 주어진 식이 성립한다고 가정하면

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}<2-\frac{1}{k}$이다.

위 식의 양변에 $\frac{1}{(k+1)^2}$을 더하면

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}<2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}$

그런데 $\left\{-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}\right\}-$ (나)

$=-\frac{1}{k(k+1)^2}<0$이므로

$2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}<2-\frac{1}{k+1}$이다.

따라서, $n=k+1$일 때에도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 $n\geq 2$인 모든 자연수 n에 대하여

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}<2-\frac{1}{n}$이 성립한다.

이 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	1	$\frac{1}{k+1}$
②	1	$-\frac{1}{k+1}$
③	2	$-\frac{1}{k+1}$
④	2	$\frac{1}{k(k+1)}$
⑤	2	$\frac{1}{(k+1)^2}$

14. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1=3$, $b_1=2$, $a_{n+1}=4a_n+b_n$, $b_{n+1}=a_n+4b_n$을 만족한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다. (단, $n\geq 1$)

$a_1=3,\ b_1=2$

$$\begin{cases} a_{n+1}=4a_n+b_n & \cdots\cdots ㉠ \\ b_{n+1}=a_n+4b_n & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡을 하면 $a_{n+1}+b_{n+1}=5(a_n+b_n)$이므로

$a_n+b_n=$ (가) $\cdots\cdots ㉢$

㉠ − ㉡을 하면 $a_{n+1}-b_{n+1}=3(a_n-b_n)$이므로

$a_n-b_n=$ (나) $\cdots\cdots ㉣$

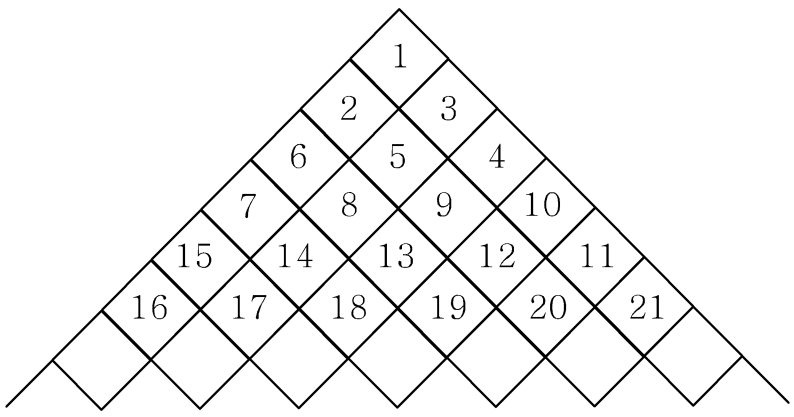
여기서, ㉢ + ㉣을 하여 정리하면

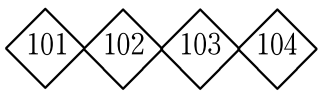
$a_n=$ (다) 이다.

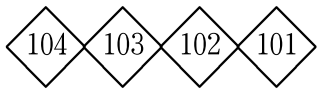
이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 바르게 짝지은 것은? [4점]

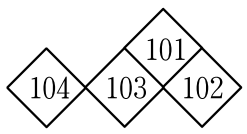
	(가)	(나)	(다)
①	5^{n-1}	3^n	$\frac{1}{2}(5^{n-1}+3^{n-1})$
②	5^{n-1}	3^n	$\frac{1}{2}(5^n+3^{n-1})$
③	5^n	3^n	$\frac{1}{2}(5^n+3^n)$
④	5^n	3^{n-1}	$\frac{1}{2}(5^{n-1}+3^{n-1})$
⑤	5^n	3^{n-1}	$\frac{1}{2}(5^n+3^{n-1})$

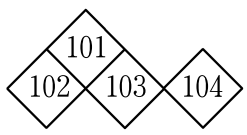
15. 자연수를 다음과 같은 규칙으로 배열할 때, 101부터 104까지의 수를 배열한 모양으로 알맞은 것은? [4점]

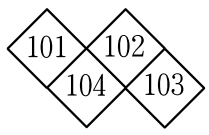


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

16. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=1$, $a_{n+1}=3a_n-5$ $(n\geqq 1)$일 때, $a_{100}-a_{99}$의 값은? [4점]

① $-3^{98}+1$
② $-3^{99}+1$
③ -3^{99}
④ -3^{100}
⑤ $-3^{100}+1$

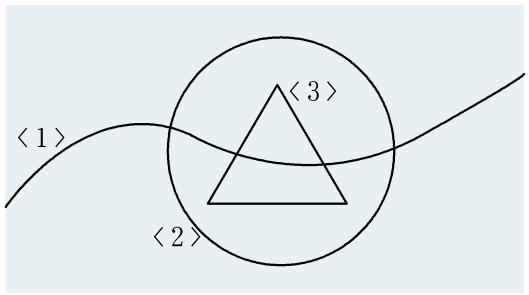
17. 양수 x, y, z가 이 순서로 등차수열을 이루고 $a^{\frac{1}{x}}=b^{\frac{1}{y}}=c^{\frac{1}{z}}$일 때, $\frac{4a+c}{3b}$의 최소값은? (단, a, b, c는 1이 아닌 양수이다.) [4점]

① $\frac{1}{2}$
② $\frac{2}{3}$
③ 1
④ $\frac{4}{3}$
⑤ $\frac{3}{2}$

18. 정부에서는 흡연률과 간접흡연의 피해를 줄이고 청소년 흡연 예방 등을 위해 담배 가격을 지속적으로 인상하려고 한다. 만약 정부가 담배 가격을 매년 일정한 시기에 바로 이전 연도 보다 15% 씩 올리기로 한다면, 현재 가격의 세 배 이상이 되는 것은 최소 n년이 경과해야 한다. n의 값은? (단, $\log_{10}1.15=0.0607$, $\log_{10}3=0.4771$이다.) [3점]

① 6
② 7
③ 8
④ 9
⑤ 10

19. 그림과 같이 직사각형 모양의 색종이 위에 도형 〈1〉, 〈2〉, 〈3〉이 그려져 있다. 행렬 A의 (i, j) 성분 a_{ij}는 도형 〈i〉와 〈j〉로 잘려진 조각의 개수이다. 행렬 A는? (단, $i=1, 2, 3$, $j=1, 2, 3$) [3점]



① $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

⑤ $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

20. 자연수 n에 대하여 2^n이 일곱 자리의 수라고 할 때, 이를 만족하는 2^n의 값 중 가장 큰 값을 이진법으로 나타내면 몇 자리 수인가? (단, $\log_{10}2 = 0.3010$이다.) [4점]

① 21
② 22
③ 23
④ 24
⑤ 25

21. 이차정사각행렬 A, B와 단위행렬 E에 대하여 $AB=BA$, $2AB=A-2B+2E$가 성립할 때, $A+E$의 역행렬을 B와 E를 이용하여 나타내면? [4점]

① $2B-E$
② $2B+E$
③ $B+2E$
④ $B-2E$
⑤ $-B-2E$

단답형

22. 행렬 $A=\begin{pmatrix}\frac{24}{k} & \sec\theta \\ \sin\theta & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}\tan\theta & \frac{13}{5} \\ \frac{12}{13} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ 일 때, $A=B$를 만족하는 상수 k의 값을 구하시오. [2점]

23. $20^x=32$, $5^y=128$일 때, $\frac{5}{x}-\frac{7}{y}$의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차정사각행렬 A에 대하여 $A^2=E$, $A\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$가 성립할 때, $A\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

25. 행렬 $\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$가 좌표평면 위의 두 점 $(a,\ c)$, $(b,\ d)$를 나타낸다고 하자. 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & -1\end{pmatrix}$에 대하여 $B=A^2+A+8E$일 때,
원점 O와 행렬 B가 나타내는 두 점 P(α, β), Q(γ, δ)를 꼭지점으로 하는 삼각형 OPQ의 넓이를 구하시오. (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

26. 양수 x, y $(x>y)$에 대하여 $x-y$, xy의 상용로그의 지표가 각각 4, 3일 때, $\frac{1}{y}-\frac{1}{x}$이 취하는 값의 범위에 있는 모든 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

27. x에 대한 이차다항식 $f(x)=a^2(x-1)^2+7a(x+1)+1$을 $x-1$, $x+1$, $x+2$로 나눈 나머지들을 차례로 나열하면 등차수열이 된다. 이때, a^2의 값을 구하시오. [3점]

28. 양수 a를 연산 장치에 입력하면 $\sqrt[4]{a\sqrt{a^3}}$ 이 출력된다고 한다. $\sqrt{a^3}$을 이 장치에 입력하여 출력된 값이 $a^{\frac{n}{m}}$과 같다. 이때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m과 n은 서로 소인 양의 정수이다.) [3점]

29. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\sum_{k=1}^{5}(k+\alpha^2)(k+\beta^2)$의 값을 구하시오. [3점]

30. 크기가 같은 벽돌로 쌓은 15층탑이 있다. 이 탑에 사용된 벽돌의 개수는 맨 아래층에서 한 층씩 위로 올라갈수록 일정한 개수만큼 줄어든다. 맨 위층의 벽돌 수는 9개, 탑 전체 벽돌 수는 3층 벽돌 수의 10배이다. 탑 전체 벽돌의 개수를 구하시오. [4점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.