2004학년도 11월 고2 전국연합학력평가 문제지

수 리 영 역 (가형)

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 2 | | | | | 1

- ○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- ○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- ○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- ○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- ○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- ○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_a 3 = \frac{5}{2}$ 일 때, a^5의 값은? (단, $a > 0$, $a \neq 1$) [2점]

① 2
② 3
③ 5
④ 9
⑤ 10

2. 이차정사각행렬 A, B에 대하여 $A+B=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $AB+BA=\begin{pmatrix}-6 & -7\\ 3 & 2\end{pmatrix}$가 성립할 때, A^2+B^2 은? [2점]

① $\begin{pmatrix}-5 & -6\\ 9 & -2\end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 6 & -4\end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix}-5 & -9\\ 6 & 0\end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 6 & -4\end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix}-6 & 7\\ 3 & 2\end{pmatrix}$

3. $\lim_{n\to\infty} n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})^2$의 값은? [3점]

① 0
② 1
③ 2
④ 3
⑤ 4

4. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix}a+5 & 0\\ 2 & a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x-y\\ y\end{pmatrix}$의 해가 무수히 많을 때, 상수 a값들의 합은? [3점]

① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

5. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}+a_n=n^2$일 때, $a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_{2003}-a_{2004}$의 값은? [3점]

① -2004
② -2002
③ 0
④ 2002
⑤ 2004

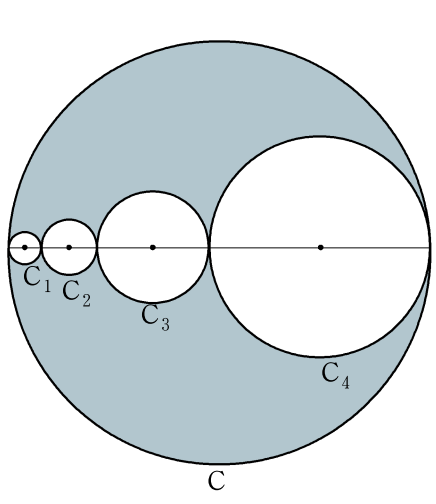
6. 부등식 $4^x<(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}})^3$의 해는? [3점]

① $x>\frac{1}{4}$
② $x<\frac{3}{4}$
③ $x>1$
④ $\frac{1}{4}<x<1$
⑤ $1<x<\frac{5}{4}$

7. 어떤 스키장에서 개장을 앞두고 안전관리요원 모집 공고를 했더니 남자 5명, 여자 5명이 지원하였다. 이들 지원자 중에서 4명을 선발하려고 한다. 남자 2명, 여자 2명을 선발하는 경우의 수를 a, 적어도 여자 1명을 선발하는 경우의 수를 b, 특정한 2명을 반드시 선발하는 경우의 수를 c라 할 때, a, b, c의 대소관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

① $a<b<c$
② $a<c<b$
③ $b<a<c$
④ $b<c<a$
⑤ $c<a<b$

8. 그림과 같이 원 C_1, C_2, C_3, C_4는 이웃하는 두 원끼리 외접하며 이들 원의 중심은 지름의 길이가 15인 원 C의 지름 위에 모두 있고, 원 C_1, C_4는 원 C와 내접하고 있다. 원 C_1, C_2, C_3, C_4의 지름의 길이가 차례로 등비수열을 이룰 때, 어두운 부분의 넓이는? (단, 원 C_1의 지름의 길이는 1이다.) [4점]



① 25π
② 30π
③ 35π
④ 40π
⑤ 45π

9. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=1$, $a_{n+1}=a_n+\frac{1}{4n^2-1}$ $(n\geqq 1)$일 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$
② $\frac{1}{2}$
③ 1
④ $\frac{5}{4}$
⑤ $\frac{3}{2}$

10. n이 2 이상의 자연수일 때, 〈보기〉에서 거듭제곱근에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. n이 홀수일 때, $\sqrt[n]{-5}=-\sqrt[n]{5}$이다.
ㄴ. n이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n}=-5$이다.
ㄷ. n이 홀수일 때, $x^n=-5$를 만족하는 실수 x는 1개이다.
ㄹ. n이 짝수일 때, $x^n=5$를 만족하는 실수 x는 n개이다.

① ㄱ, ㄷ
② ㄴ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ
⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

11. 좌표평면에서 원점을 출발하여 x축 또는 y축의 양의 방향으로 1씩 이동하여 점 $P(a, b)$까지 가는 방법의 수를 $f(a, b)$로 나타내자. 예를 들면, $f(1, 2)=3$, $f(2, 2)=6$이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b는 음이 아닌 정수이다.) [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(2, 3)=10$
ㄴ. $f(a, b)=f(b, a)$
ㄷ. $f(f(1, 2), 3)=f(1, f(2, 3))$
ㄹ. 직선 $x+y=6$ 위의 점 중에서 $f(a, b)=15$를 만족하는 점은 2개이다.

① ㄱ, ㄷ
② ㄴ, ㄹ
③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

12. 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 다음 중 옳은 것은? [3점]

① $\lim_{n\to\infty} a_n^{\,2}=9$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n=3$이다.
② $a_n<b_n$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n<\lim_{n\to\infty} b_n$이다.
③ $\lim_{n\to\infty}|a_n|$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n=0$이다.
④ $\lim_{n\to\infty}(3n+1)a_n=6$이면 $\lim_{n\to\infty} na_n=2$이다.
⑤ $\lim_{n\to\infty} a_n=1$이면 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 수렴한다.

13. 다음은 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}<2-\frac{1}{n}$임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(ⅰ) $n=$ [(가)] 일 때,

(좌변)$=1+\frac{1}{2^2}=\frac{5}{4}<2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}=$(우변)

따라서, $n=$ [(가)] 일 때, 주어진 식은 성립한다.

(ⅱ) $n=k(n\geq 2)$일 때, 주어진 식이 성립한다고 가정하면

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}<2-\frac{1}{k}$이다.

위 식의 양변에 $\frac{1}{(k+1)^2}$을 더하면

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}<2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}$

그런데 $\left\{-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}\right\}-$ [(나)]

$=-\frac{1}{k(k+1)^2}<0$이므로

$2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}<2-\frac{1}{k+1}$이다.

따라서, $n=k+1$일 때에도 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $n\geq 2$인 모든 자연수 n에 대하여

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}<2-\frac{1}{n}$이 성립한다.

이 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	1	$\frac{1}{k+1}$
②	1	$-\frac{1}{k+1}$
③	2	$-\frac{1}{k+1}$
④	2	$\frac{1}{k(k+1)}$
⑤	2	$\frac{1}{(k+1)^2}$

14. 다음은 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{3^4}{2^n}+\frac{1}{2}\right]$의 합을 구하는 과정을 나타낸 것이다. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

$[x]=n$(n은 정수)로 놓으면, $n \leqq x < n+1$

(ⅰ) $n \leqq x < n+\frac{1}{2}$일 때,

$[x]=n$, $\left[x+\frac{1}{2}\right]=n$, $[2x]=2n$

(ⅱ) $n+\frac{1}{2} \leqq x < n+1$일 때,

$[x]=n$, $\left[x+\frac{1}{2}\right]=n+1$, $[2x]=2n+1$

(ⅰ), (ⅱ)에 의해서 $[x]+\left[x+\frac{1}{2}\right]=[2x]$이다.

한편, $\left[\frac{3^4}{2^n}\right]+\left[\frac{3^4}{2^n}+\frac{1}{2}\right]=$ A 이므로

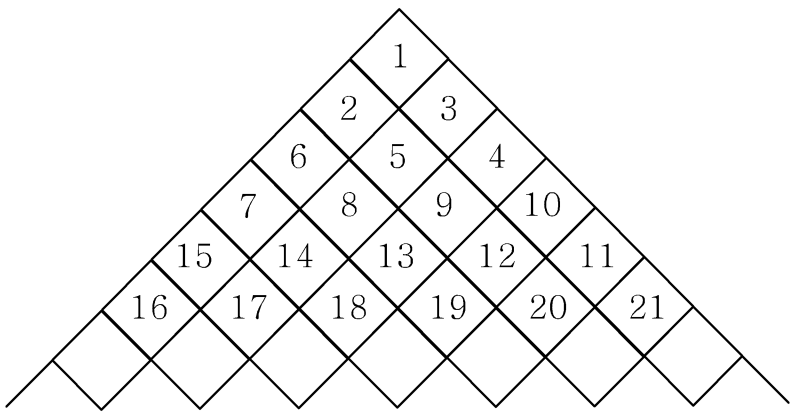
$\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{3^4}{2^k}+\frac{1}{2}\right]=\sum_{k=1}^{n}\left\{\left[\frac{3^4}{2^{k-1}}\right]-\left[\frac{3^4}{2^k}\right]\right\}=$ B

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{3^4}{2^n}+\frac{1}{2}\right]=$ (가)

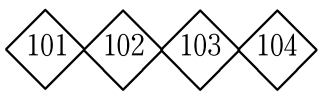
이 과정에서 (가)에 알맞은 것은? [4점]

① 55
② 67
③ 73
④ 79
⑤ 81

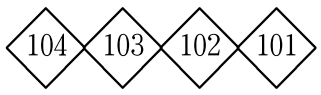
15. 자연수를 다음과 같은 규칙으로 배열할 때, 101부터 104까지의 수를 배열한 모양으로 알맞은 것은? [4점]



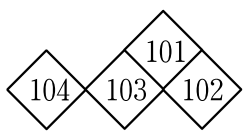
①



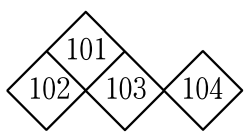
②



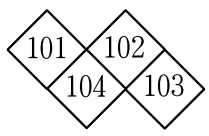
③



④



⑤



16. 곡선 $y=2\cdot 3^x$과 기울기가 1인 직선이 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B의 x좌표는 각각 a, b $(a<b)$이고 선분 AB의 길이가 $\sqrt{2}$일 때, 3^a+3^b의 값은? [4점]

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

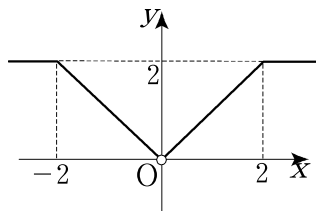
17. 양수 x, y, z가 이 순서로 등차수열을 이루고 $a^{\frac{1}{x}}=b^{\frac{1}{y}}=c^{\frac{1}{z}}$일 때, $\frac{4a+c}{3b}$의 최소값은? (단, a, b, c는 1이 아닌 양수이다.) [4점]

① $\frac{1}{2}$
② $\frac{2}{3}$
③ 1
④ $\frac{4}{3}$
⑤ $\frac{3}{2}$

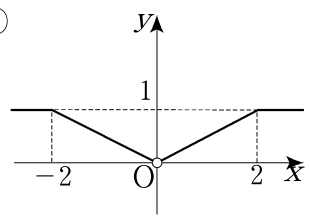
18. 정부에서는 흡연률과 간접흡연의 피해를 줄이고 청소년 흡연 예방 등을 위해 담배 가격을 지속적으로 인상하려고 한다. 만약 정부가 담배 가격을 매년 일정한 시기에 바로 이전 연도 보다 15% 씩 올리기로 한다면, 현재 가격의 세 배 이상이 되는 것은 최소 n년이 경과해야 한다. n의 값은? (단, $\log_{10}1.15=0.0607$, $\log_{10}3=0.4771$이다.) [3점]

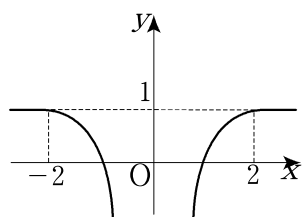
① 6
② 7
③ 8
④ 9
⑤ 10

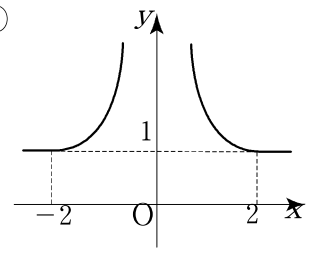
19. 다음은 $y=f(x)$의 그래프이다.

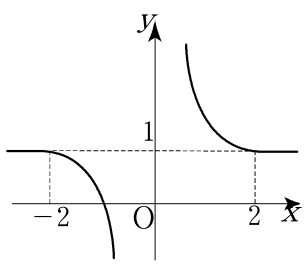


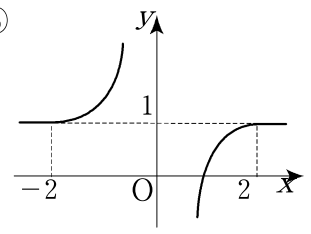
이 때, $y=\log_2 f(x)$의 그래프로 가장 적절한 것은? [4점]

①


②


③


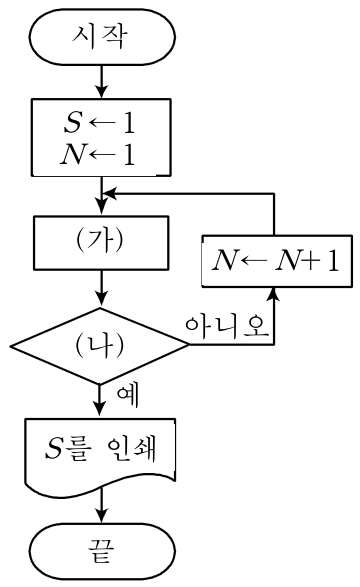
④


⑤


20. 좌표평면에서 이차함수 $y=27^n x^2-(9^n+2\cdot 3^n)x+2$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리를 l_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$은? (단, n은 자연수이다.) [4점]

① $\frac{1}{9}$
② $\frac{1}{8}$
③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{4}$
⑤ $\frac{1}{3}$

21. 다음은 $\sum_{k=1}^{50} 2^{k-1}$의 값을 구하는 순서도이다. (가), (나)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은? [4점]



	(가)	(나)
①	$S\leftarrow 2S-1$	$N=49$?
②	$S\leftarrow 2S-1$	$N=50$?
③	$S\leftarrow 2S+1$	$N=49$?
④	$S\leftarrow 2S+1$	$N=50$?
⑤	$S\leftarrow 2S+1$	$N=51$?

단답형

22. 행렬 $A=\begin{pmatrix} \frac{24}{k} & \sec\theta \\ \sin\theta & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} \tan\theta & \frac{13}{5} \\ \frac{12}{13} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 일 때, $A=B$를 만족하는 상수 k의 값을 구하시오. [2점]

23. $20^x=32$, $5^y=128$일 때, $\frac{5}{x}-\frac{7}{y}$의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차정사각행렬 A에 대하여 $A^2=E$, $A\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$가 성립할 때, $A\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

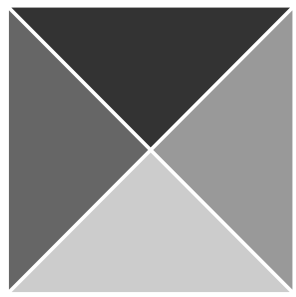
25. 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$가 좌표평면 위의 두 점 $(a,\ c)$, $(b,\ d)$를 나타낸다고 하자. 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$에 대하여 $B=A^2+A+8E$일 때,
원점 O와 행렬 B가 나타내는 두 점 P(α, β), Q(γ, δ)를 꼭지점으로 하는 삼각형 OPQ의 넓이를 구하시오. (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

26. 함수 $y=\log_3 2x$의 그래프를 x축 방향으로 m만큼, y축 방향으로 n만큼 평행이동하면 $y=\log_3(6x-72)$의 그래프와 일치한다. 이때, $m+n$의 값을 구하시오. [3점]

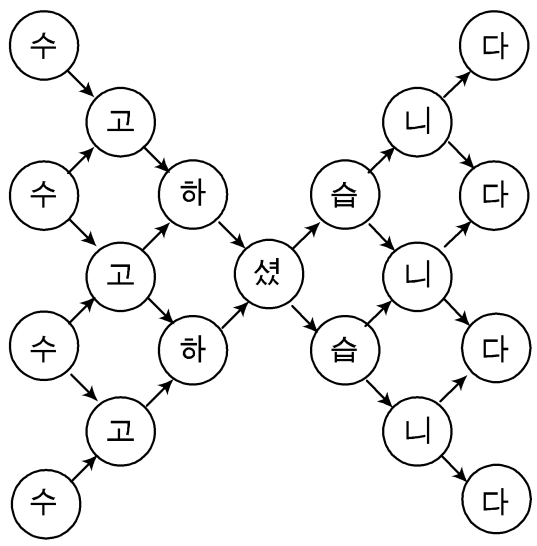
27. x에 대한 이차다항식 $f(x)=a^2(x-1)^2+7a(x+1)+1$을 $x-1$, $x+1$, $x+2$로 나눈 나머지들을 차례로 나열하면 등차수열이 된다. 이때, a^2의 값을 구하시오. [3점]

28. 양수 a를 연산 장치에 입력하면 $\sqrt[4]{a\sqrt{a^3}}$ 이 출력된다고 한다. $\sqrt{a^3}$을 이 장치에 입력하여 출력된 값이 $a^{\frac{n}{m}}$과 같다. 이때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m과 n은 서로 소인 양의 정수이다.) [3점]

29. 그림과 같이 합동인 삼각형 4개로 된 정사각형 모양의 타일이 있다. 서로 다른 n가지 색 중에서 4가지를 골라 타일의 삼각형에 모두 칠하면 90가지 종류의 다른 타일을 만들 수 있다. n을 구하시오. (단, 뒤집는 경우는 생각하지 않는다.) [4점]



30. 그림과 같이 '수고하셨습니다'를 배열하였다. 이를 화살표 방향에 따라 읽을 수 있는 방법의 수를 구하시오. [4점]



※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.