2005학년도 11월 고2 전국연합학력평가 문제지

# 수 리 영 역 (가형)

**제 2 교시** | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 2 | | | | | *1*

- ○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- ○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- ○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- ○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- ○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- ○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\sqrt[3]{-27}-\sqrt[4]{16}+\sqrt[5]{-1}$의 값은? [2점]

① $-6$
② $-5$
③ $-4$
④ $-3$
⑤ $-2$

2. $(\log_2 10)(\log_5 10)-(\log_4 25+\log_{25} 4)$를 간단히 하면? [2점]

① 0
② 2
③ 4
④ $2\log_5 2$
⑤ $2\log_2 5$

3. $(x+yi)(1+i)=3-5i$를 만족하는 실수 $x$, $y$를 행렬을 이용하여 풀면, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$이다. 이 때, 이차정사각행렬 $A$의 모든 성분의 합은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① $-3$
② $-2$
③ $-1$
④ 0
⑤ 1

4. 표는 어느 학교 등산 동아리 학생들이 지난 여름방학 동안 등산한 곳을 조사한 자료의 일부분이다.

| 번호 | 이 름 | 산 이름 |
|---|---|---|
| 1 | 김 ○ ○ | 소백산, 속리산, 오대산, 한라산 |
| 2 | 홍 ○ ○ | 내장산, 설악산 |
| 3 | 박 ○ ○ | 설악산, 속리산, 한라산 |
| 4 | 이 ○ ○ | 오대산, 설악산 |

3×3 행렬 $M$의 $(i, j)$성분 $a_{ij}$를 다음과 같이 정의할 때, 행렬 $M$으로 옳은 것은? [3점]

(가) $i=j$일 때, $a_{ij}$는 $i$번 학생이 등산한 산의 수
(나) $i\neq j$일 때, $a_{ij}$는 $i$번 학생과 $j$번 학생이 같은 산을 등산한 산의 수

① $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

5. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^3+6}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-2x^2-5x}$를 만족하는 모든 $x$의 값들의 곱은? 〔2점〕

① $-6$
② $-4$
③ $-2$
④ $2$
⑤ $4$

6. 함수 $f(x)=a^x-a^{-x}$ ($a\neq 1$, $a>0$)에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? 〔3점〕

〈보 기〉

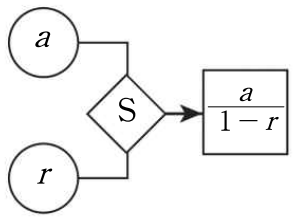
ㄱ. $f(0)=0$
ㄴ. $f(-x)=f(x)$
ㄷ. $f(3x)=\{f(x)\}^3+3f(x)$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

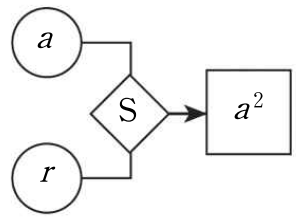
7. $x$, $y$에 대한 연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=s \\ cx+dy=t \end{cases}$와 $s$, $t$에 대한 연립일차방정식 $\begin{cases} es+ft=3 \\ gs+ht=2 \end{cases}$가 있다. 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$의 역행렬이 $\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$일 때, $x+y$의 값은? 〔3점〕

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

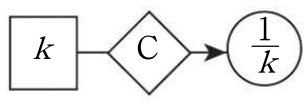
8. 두 실수 $a$, $r$에 대하여 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$이 수렴하면 〔그림1〕, $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$이 발산하면 〔그림2〕와 같이 나타내고, 0이 아닌 실수 $k$에 대하여 $|k|\leq 1$인 경우 〔그림3〕, $|k|>1$인 경우에는 〔그림4〕와 같이 나타내기로 한다.



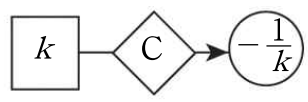
〔그림1〕



〔그림2〕

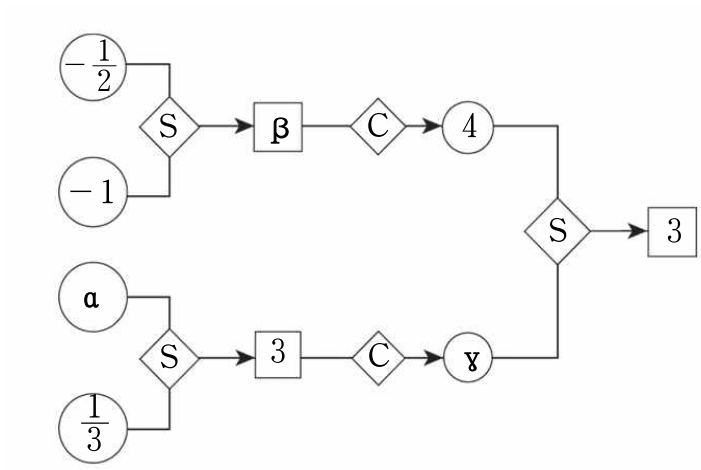


〔그림3〕



〔그림4〕

아래 그림의 α, β, γ에 대하여 α+β+γ의 값은? 〔4점〕




① $\frac{23}{12}$
② $\frac{25}{12}$
③ $\frac{9}{4}$
④ $\frac{29}{12}$
⑤ $\frac{31}{12}$

9. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 $n$항까지의 합 $S_n$이 $S_n = n^2 - 4n$ 일 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{{a_n}^2 + 2n^2 - 1}{a_n + n^2 + 1}$ 의 값은? [3점]

① 5
② 6
③ 7
④ 8
⑤ 9

10. 우리나라에서 7명의 외교관을 2명, 2명, 3명으로 나누어 $A$, $B$, $C$ 세 나라에 파견하기로 하였다. 파견 가능한 방법의 수는? [3점]

① 105
② 210
③ 420
④ 630
⑤ 1260

11. 다음은 모든 자연수 $n$ 에 대하여 $\left(\frac{a+b}{2}\right)^n \leqq \frac{a^n + b^n}{2}$ 이 성립함을 증명한 것이다. (단, $a$, $b$는 양수이다.)

<증명>
(i) $n = 1$ 일 때,
$\frac{a+b}{2} - \frac{a+b}{2} = 0$ 이므로 주어진 식은 성립한다.
(ii) $n = k$ 일 때, 주어진 식이 성립한다고 가정하면
$\left(\frac{a+b}{2}\right)^k \leqq \frac{a^k + b^k}{2}$ ……㉠ 이 성립한다.

㉠의 양변에 [(가)] 를 곱하면

$\left(\frac{a+b}{2}\right)^{k+1} \leqq \left(\frac{a^k + b^k}{2}\right) \times$ [(가)]

$= \frac{a^{k+1} + b^{k+1} + ab^k + a^k b}{4}$

이 때,
$a^{k+1} + b^{k+1} - ab^k - a^k b = a^k(a-b) - b^k(a-b)$ [(나)]
$= (a-b)(a^k - b^k)$

이므로,
$\left(\frac{a+b}{2}\right)^{k+1} \leqq \frac{a^{k+1} + b^{k+1} + ab^k + a^k b}{4}$
$\leqq \frac{a^{k+1} + b^{k+1}}{2}$

즉, $n = k+1$ 일 때, 주어진 식이 성립한다.
따라서, (i), (ii)에 의하여
모든 자연수 $n$에 대하여 주어진 식은 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [3점]

| | (가) | (나) |
|---|---|---|
| ① | $\frac{a+b}{2}$ | $<$ |
| ② | $\frac{a-b}{2}$ | $\leqq$ |
| ③ | $\frac{a+b}{2}$ | $\leqq$ |
| ④ | $\frac{a-b}{2}$ | $\geqq$ |
| ⑤ | $\frac{a+b}{2}$ | $\geqq$ |

12. 거듭제곱근에 대한 설명 중 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대 정수이다.) [4점]

<보 기>

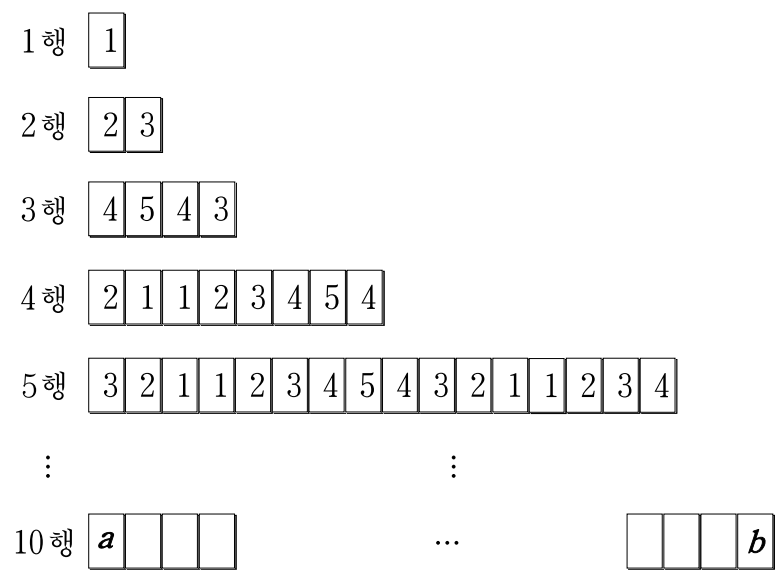
ㄱ. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[7]{5}$

ㄴ. $[\sqrt[3]{1}] + [\sqrt[3]{2}] + [\sqrt[3]{3}] + \cdots + [\sqrt[3]{36}] = 75$

ㄷ. $[\sqrt{a}] + [\sqrt{10-a}] = [\sqrt{10}]$을 만족하는 자연수 $a$는 5개이다.

① ㄴ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 1부터 5까지의 숫자가 적혀있는 카드를 그림과 같이 규칙적으로 배열하였다.




이 때, $a+b$의 값은? [4점]

① 6
② 7
③ 8
④ 9
⑤ 10

14. 양의 실수 $x$를 $x = n + \alpha$ ($n$은 정수, $0 \le \alpha < 1$)로 나타낼 수 있다. $\alpha$, $n$, $x$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $x$의 값을 구하는 과정이다.

$\alpha$, $n$, $x$가 등비수열이므로

$\frac{\alpha}{n} =$ (가)

한편, $n \neq 0$, $\alpha \neq 0$이므로

$$1 \le n < \frac{n}{\alpha} = \frac{1}{\text{(가)}} = \frac{n+\alpha}{n}$$
$$= 1 + \text{(나)} < 2$$

$\therefore\ n = 1$

따라서, $n = 1$을 $\frac{\alpha}{n} =$ (가)에 대입하여 $x$의 값을 구하면 $x =$ (다)이다.

위에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

| | (가) | (나) | (다) |
|---|---|---|---|
| ① | $\frac{x}{\alpha}$ | $\frac{\alpha}{n}$ | $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ |
| ② | $\frac{x}{\alpha}$ | $\frac{n}{\alpha}$ | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |
| ③ | $\frac{n}{x}$ | $\frac{\alpha}{n}$ | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |
| ④ | $\frac{n}{x}$ | $\frac{n}{\alpha}$ | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |
| ⑤ | $\frac{n}{x}$ | $\frac{\alpha}{n}$ | $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ |

15. CLASSIC의 7개 영문자를 일렬로 배열할 때, 영문자 A와 L이 이웃하게 배열되는 경우의 수는? [4점]

① 180
② 240
③ 300
④ 360
⑤ 420

16. 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴한다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ , $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$ 이다.

ㄹ. $\lim_{n\to\infty} b_n$, $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$ 이 모두 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n$도 수렴한다. (단, $b_n \neq 0$)

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

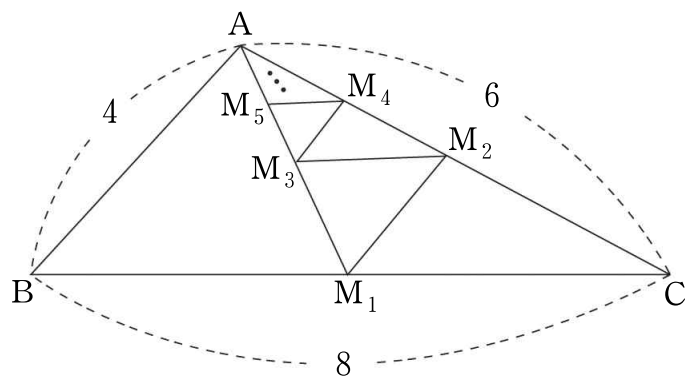
17. 집합 $A = \{1, 2, 2^2, \cdots, 2^9\}$의 공집합이 아닌 부분집합 중에서 모든 원소들의 합이 3의 배수인 부분집합의 개수는? [4점]

① 280
② 341
③ 460
④ 521
⑤ 682

18. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{CA} = 6$인 $\triangle ABC$가 있다.

선분 BC의 중점을 $M_1$,
선분 AC의 중점을 $M_2$,
선분 $AM_1$의 중점을 $M_3$,
선분 $AM_2$의 중점을 $M_4$,
선분 $AM_3$의 중점을 $M_5$,
⋮
선분 $AM_n$의 중점을 $M_{n+2}$,
⋮

이라 할 때, $\overline{AM_1} + \overline{M_1M_2} + \overline{M_2M_3} + \overline{M_3M_4} + \cdots$ 의 값은? [4점]




① $4 + 2\sqrt{3}$
② $6 + 2\sqrt{2}$
③ $6 + \sqrt{10}$
④ $8 + 2\sqrt{2}$
⑤ $8 + \sqrt{10}$

19. 갑은 암호장치를 이용하여 4개의 알파벳으로 이루어진 단어를 암호화된 행렬로 바꾸려고 한다. 암호장치는 3단계로 되어 있으며 그 과정은 다음과 같다.

〔1단계〕 4개의 알파벳을 코드표를 이용하여 순서대로 코드번호 $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$를 얻는다.

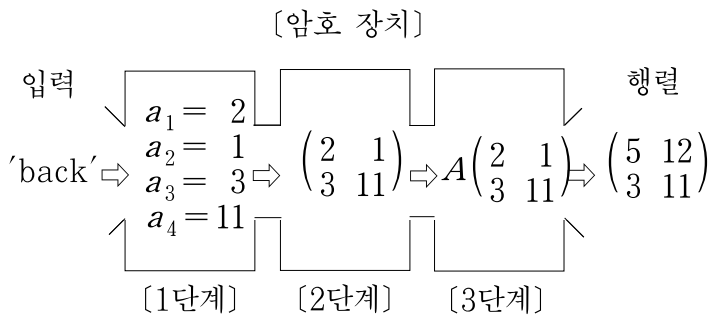
〔2단계〕 코드번호 $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$를 행렬 $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$로 만든다.

〔3단계〕 만들어진 행렬을 암호키인 이차정사각행렬 $A$의 오른쪽에 곱하여 암호화된 행렬을 얻는다.

〔코드표〕

| 알파벳 | a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k | l | m |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 코드번호 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 알파벳 | n | o | p | q | r | s | t | u | v | w | x | y | z |
| 코드번호 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |

그림은 'back'이 암호장치를 통하여 암호화된 행렬 $\begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 3 & 11 \end{pmatrix}$로 바뀐 것이다.



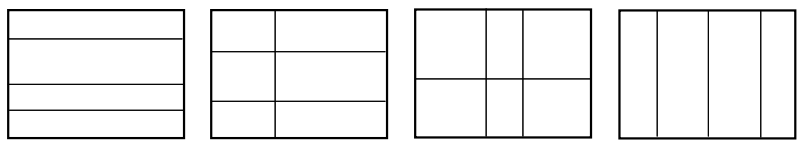

이 때, 갑이 4개의 알파벳으로 이루어진 단어로 암호장치를 통하여 암호화된 행렬 $\begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$를 얻었다면, 갑이 입력한 단어는? 〔4점〕

① code
② high
③ math
④ note
⑤ stop

20. 연립부등식 $\begin{cases} (\log_2 x)^2 - \log_2 x^2 < 3 \\ 4^x - 2^{x+2} \leqq 32 \end{cases}$를 만족하는 모든 정수 $x$의 값들의 합은? 〔4점〕

① 3
② 4
③ 5
④ 6
⑤ 7

21. 어떤 직사각형의 내부에 가로 또는 세로에 평행한 $n$개의 직선을 그어 분할되는 영역의 최대 개수를 $a_n$이라 하자. 예를 들면, $n=3$인 경우는 〔그림1〕, 〔그림2〕, 〔그림3〕, 〔그림4〕와 같이 4가지이고, 그 중에 영역의 개수가 최대일 때는 〔그림2〕 또는 〔그림3〕의 경우이므로 $a_3 = 6$이다.


〔그림1〕 〔그림2〕 〔그림3〕 〔그림4〕

이 때, $a_{25}$의 값은? 〔4점〕

① 156
② 169
③ 182
④ 196
⑤ 210

## 단답형

22. $A+B=\begin{pmatrix}-4 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $A-B=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & 4\end{pmatrix}$를 만족하는 행렬 $A, B$에 대하여 $AB=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ 일 때, $|ad-bc|$의 값을 구하시오. 〔3점〕

23. 자연수의 집합에서 정의되는 두 함수 $f$와 $g$는

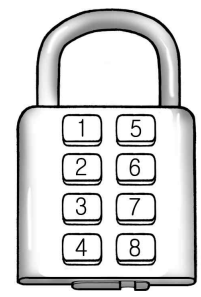
$f(n+1)=f(n)+3$, $f(5)=23$

$g(n+1)=5g(n)$, $g(1)=5$

를 만족한다. $(f\circ g)(k)=383$ 일 때, $20k$의 값을 구하시오. (단, $f\circ g$는 $f$와 $g$의 합성함수이다.) 〔3점〕

24. $a^{8x}=3+\sqrt{8}$ 일 때, $\frac{a^{x}+a^{2x}+a^{3x}}{a^{-x}+a^{-2x}+a^{-3x}}=m+\sqrt{n}$ 을 만족하는 유리수 $m$, $n$에 대하여 $100m+n$의 값을 구하시오. (단, $a>0$) 〔3점〕

25. 그림은 1부터 8까지의 숫자가 적혀있는 자물쇠이다. 이 자물쇠는 서로 다른 특정한 4개의 숫자버튼을 순서에 관계없이 누른 후 밑에 있는 열림 장치를 누르면 열리도록 되어 있다. 이와 같이 서로 다른 특정한 4개의 숫자를 비밀번호로 하는 자물쇠는 모두 몇 개 만들 수 있는지를 구하시오. 〔3점〕




26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 $a_n-b_n=\frac{2^n+3^n}{2^n-3^n}$, $\lim_{n\to\infty}a_n=2$를 만족할 때, $\lim_{n\to\infty}100\,b_n$의 값을 구하시오. 〔3점〕

27. $A=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$, $A+A^{-1}=\begin{pmatrix}\sqrt{3} & 0\\ 0 & \sqrt{3}\end{pmatrix}$일 때, $\frac{\pi}{\theta}$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\pi$, $A^{-1}$는 $A$의 역행렬이다.)

〔3점〕

28. 3개의 주사위를 던져 나오는 눈의 수를 각각 $a$, $b$, $c$라 할 때, $a+b+c+abc$가 홀수가 되는 경우의 수를 구하시오. 〔4점〕

29. $\log_x(4-|x|-|y|)$이 정의될 때, 점 $(x, y)$의 개수를 구하시오. (단, $x$, $y$는 모두 정수이다.) 〔4점〕

30. 양의 정수 $a$, $b$가 $1\leq a\leq 9$, $a\times 10^b<7^{30}<(a+1)\times 10^b$을 만족할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, $\log_{10}2=0.30$, $\log_{10}3=0.48$, $\log_{10}7=0.85$로 계산한다.) 〔4점〕

# 수리 영역 (가형)



**※ 확인사항**

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.