2004학년도 6월 고2 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시 수 리 영 역

‘가’형	성명		수험번호						2				1

○ 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
○ 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
○ 답안지에 수험번호, 응시계열, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. $(1+i)^4$을 간단히 하면? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2점]

① -4 ② 0 ③ 4
④ $-4i$ ⑤ $4i$

2. 이차방정식 $x^2-x-12=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha}$의 값은? (단, $\alpha > \beta$) [2점]

① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

3. 두 함수 $f(x)=x^2-x$, $g(x)=2x+1$에 대하여 $(f\circ g\circ f)(1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③
④ 1 ⑤ 2

4. 행렬 $A=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 5 & -3\end{pmatrix}$에 대하여 $(A^8)^{-1}=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$일 때, $a+d$의 값은? [3점]

① 2^{-9} ② 2^{-8} ③
④ 2^{-6} ⑤ 2^{-5}

5. 세 수 $A=\sqrt[4]{2}$, $B=\sqrt[12]{9}$, $C=\sqrt[6]{\sqrt{7}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<A<C$
④ $C<A<B$ ⑤ $C<B<A$

6. 두 원

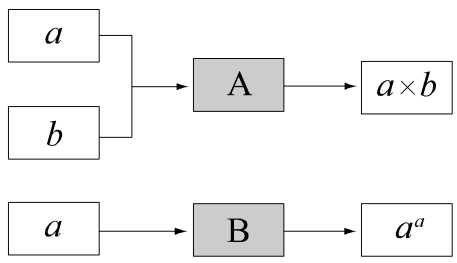
$(x+2)^2+(y-1)^2=1$

$(x-2)^2+(y-5)^2=1$

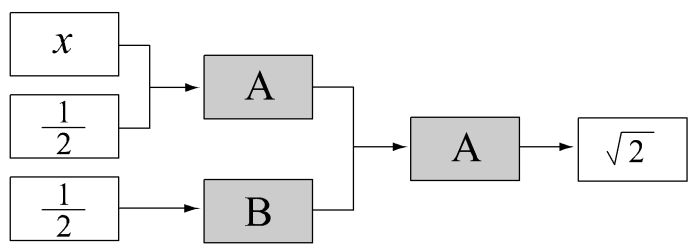
은 직선 l에 대하여 서로 대칭이다. 직선 l의 방정식은? [3점]

① $y=-2x+3$ ② $y=-x+2$ ③ $y=x+3$
④ $y=-x+3$ ⑤ $y=2x-1$

7. 연산장치 A에 a, b를 입력하면 $a\times b$가 출력되고, 연산장치 B에 a를 입력하면 a^a이 출력된다.



다음과 같이 연결된 두 연산장치에 실수 와 을 입력하였더니 $\sqrt{2}$가 출력되었다. 이 때, x의 값은? [3점]



① $\sqrt{2}$ ② 2 ③
④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

8. $2^x=3$, $3^y=5$, $5^z=2$ 를 만족하는 세 실수 , , 에 대하여 xyz의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

9. 행렬 $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ 와 행렬 $B=A+E$에 대하여 $B^4=pA+qE$이다. 이 때, 두 상수 p, q의 합 $p+q$의 값은? (단, E는 단위행렬이다.) [3점]

① 57 ② 58 ③ 59
④ 60 ⑤ 61

10. 행렬 $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^n의 제 2 행의 두 성분의 차가 25 일 때, 자연수 n의 값은? [3점]

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

11. 이차방정식 $x^2+3x+1=0$ 의 두 근을 라 하자. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}\alpha & 1\\ 0 & -\alpha\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}\beta & -1\\ 0 & -\beta\end{pmatrix}$ 에 대하여 은? [3점]

① $\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix}1 & -3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ ③
④ $\begin{pmatrix}1 & -3\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 0 & -1\end{pmatrix}$

12. 다음 규칙에 따라 자연수를 나열한다.

규칙 1 : 제1행에는 자연수를 차례로 나열한다.
규칙 2 : 제 n 행에 나열된 수 k가 n의 배수이면 한 칸 아래에 $k+1$을 쓰고, 그렇지 않으면 를 쓴다.

위의 규칙에 따라 자연수를 나열하면 다음과 같다.

	제1열	제2열	제3열	제4열	제5열	제6열	제7열
제1행	1	2	3	4	5	6	7
제2행	2	3	4	5	6	7	8
제3행	3	3	5	5	7	7	9
제4행	4	4	5	5	7	7	10
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

〈보기〉

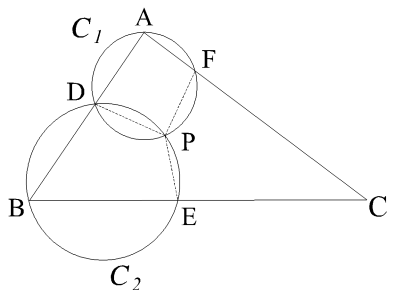
ㄱ. 제 5 행에서 제 8 열의 수는 10 이다.
ㄴ. 제 열에서 은 번 나타난다.
ㄷ. 제 열에서 처음으로 가 나타나는 행은 제 행이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 다음은 삼각형 ABC의 각 꼭지점을 지나는 원에 대한 어떤 성질을 증명한 것이다.

<증명>

그림처럼 세 점 A, D, F를 지나는 원 C_1과 세 점 B, D, E를 지나는 원 C_2의 교점 P가 삼각형 ABC의 내부에 존재하도록 세 변 AB, BC, CA 위에 각각 점 D, E, F를 잡는다.



∠DPF + [(가)] = 180°

∠DPE + [(나)] = 180°

이므로 ∠DPF + ∠DPE = 360° − ([(가)] + [(나)]) 에서

∠FPE = [(가)] + [(나)]

∴ ∠FPE + ∠C = 180°

따라서 세 점 C, F, E를 지나는 원을 C_3라 할 때,

[(다)]

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	∠A	∠B	세 원 C_1, C_2, C_3는 한 점 P에서 만난다.
②	∠B	∠A	세 원 C_1, C_2, C_3는 한 점 P에서 만난다.
③	∠A	∠B	원 C_3의 내부에 점 P가 존재한다.
④	∠B	∠A	원 C_3의 내부에 점 P가 존재한다.
⑤	∠A	∠B	원 C_3의 외부에 점 P가 존재한다.

14. 3과 5, 5와 7, 11과 13, … 등과 같이 소수인 두 개의 연속한 홀수를 쌍동이 소수라고 한다. 다음은 , $a+1$이 쌍동이 소수이고 a^2+3도 소수가 되는 자연수 a의 값은 4뿐임을 증명하는 과정이다.

<증명>

자연수 n에 대하여

(ⅰ) $a-1=3n$ 일 때, $n \geqq 2$이면 [(가)] 이 소수가 아니므로 $n=1$이다.

따라서 $a-1=3$, $a+1=5$, $a^2+3=19$이므로 주어진 조건을 만족한다.

(ⅱ) $a-1=3n-1$일 때, [(나)] 이 소수가 아니다.

(ⅲ) $a-1=3n-2$일 때, $n \geqq 2$이면 [(다)] 이 소수가 아니고, $n=1$이면 $a-1=1$이다.

이상에서 주어진 조건을 만족시키는 자연수 는 뿐이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$a-1$	$a+1$	a^2+3
②	$a+1$	$a-1$	a^2+3
③	a^2+3	$a-1$	$a+1$
④	a^2+3	$a+1$	$a-1$
⑤	$a-1$	a^2+3	$a+1$

15. 두 이차 정사각행렬 A, B가 $A+B=E$, $AB=O$를 만족할 때, $A^{10}+B^{10}$을 다음과 같이 간단히 하였다.
(단, E는 단위행렬, O는 영행렬이다.)

$A+B=E$, $AB=O$이므로
$BA=(E-A)A=A-A^2=A(E-A)=$ (가) 이다.
따라서
$$A^{10}+B^{10}=A^9A+B^9B$$
$$=A^9(E-B)+B^9(E-A)$$
$$=A^9+B^9-A^8$$ (나) $$-B^8$$ (다)
$$=A^9+B^9$$
임을 알 수 있다.
같은 방법으로 계속해 나가면
$A^{10}+B^{10}=A^9+B^9=A^8+B^8=\cdots=A+B=E$ 이다.

위에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	O	AB	BA
②	O	A	B
③	O	B	A
④	E	AB	BA
⑤	E	B	A

16. 두 함수 $f(x)=x^2-6x+12$, $g(x)=-2x^2+4x+k$에 대하여 합성함수 $(g\circ f)(x)$의 최대값이 10이 되도록 하는 상수 k의 값은? [4점]

① 15 ② 16 ③ 17
④ ⑤

17. 어떤 복사기로 확대 복사를 한 후 출력된 복사본으로 같은 배율의 확대 복사본을 또 만든다. 이와 같은 작업을 계속해 나갔더니 5회째 복사본에서 도형의 넓이는 처음 도형의 넓이의 2배가 되었다.

7회째 복사본에서 도형의 넓이는 4회째 복사본에서 도형의 넓이의 몇 배인가? [4점]

① $\sqrt[7]{8}$ ② $\sqrt[5]{8}$ ③
④ $\sqrt[5]{4}$ ⑤ $\sqrt[3]{4}$

18. 음이 아닌 정수 n에 대하여 $F_n=2^{2^n}+1$을 번째 '페르마 수'라 하고, F_n이 소수일 때 이것을 '페르마 소수'라고 한다.
예를 들면
$F_0=2^{2^0}+1=2+1=3$, $F_1=2^{2^1}+1=2^2+1=5$,
F_2, F_3, F_4는 페르마 소수이다.

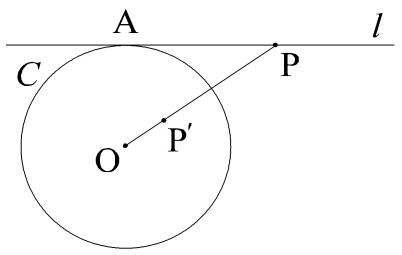
$N=2^{32}-1$을 소인수 분해할 때, <보기> 중 의 약수인 것을 모두 고르면? [4점]

〈보기〉

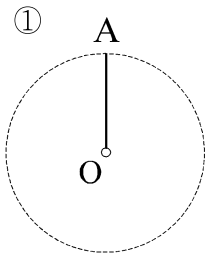
ㄱ. $F_0\cdot F_1$ ㄴ. $F_0\cdot F_2\cdot F_4$ ㄷ.

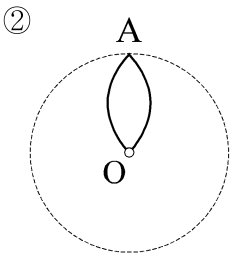
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

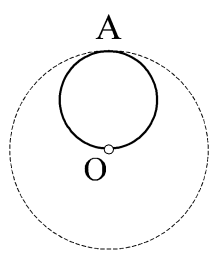
19. 중심이 O이고 반지름의 길이가 r인 원 C와 이 원 위의 한 점 A에서 접하는 직선 l이 있다.

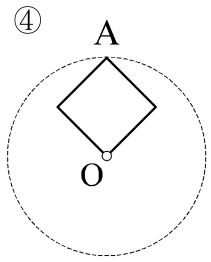


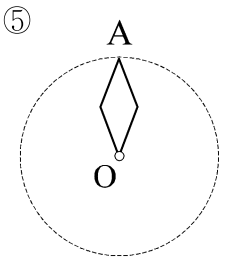
점 P가 직선 l위를 움직일 때, $\overline{OP}\cdot\overline{OP'}=r^2$을 만족시키는 선분 OP위의 점 P′의 자취를 가장 옳게 나타낸 것은? (단, 점선은 원 C이다.) [4점]

① 

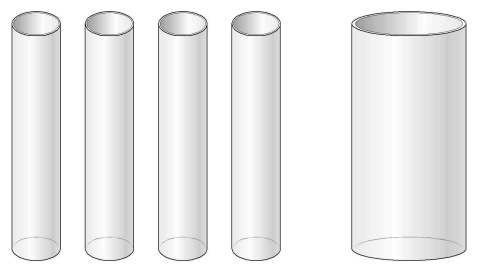
② 

③ 

④ 

⑤ 

20. 그림과 같이 높이가 모두 같은 원기둥 모양의 유리관이 있다.



네 개의 유리관 A, B, C, D는 모두 밑면의 넓이가 같고, 유리관 E의 밑면은 다른 유리관의 밑면의 넓이의 배이다. 갑은 유리관 A, B, C, D의 순서대로 각 유리관에 물을 가득 찰 때까지 부어 나가고, 을은 유리관 에만 물을 붓는다.

두 사람이 동시에 물을 붓기 시작하여 40분만에 동시에 끝마쳤다. 유리관 C와 유리관 E의 물의 높이가 같아지는 시각은 두 사람이 물을 붓기 시작하여 몇 분이 지난 후인가? (단, 모든 유리관의 밑은 막혀있고, 갑, 을 두 사람이 단위시간당 붓는 물의 양은 같다.) [4점]

74 76

① $\frac{74}{3}$ 분 ② $\frac{76}{3}$ 분 ③ 분

④ $\frac{80}{3}$ 분 ⑤ $\frac{82}{3}$ 분

21. 어떤 물체와 그것을 둘러싸고 있는 공기의 온도차의 변화를 나타내는 뉴턴의 냉각법칙은 다음과 같다.

$$\log D(t) = -kt + \log D_0$$

$D(t)$: t시간 후 물체와 공기의 온도 차

D_0 : 처음 상태에서 물체와 공기의 온도 차

: 비례상수

공기의 온도가 ℃인 상태에서 처음 온도가 ℃인 물체가 ℃로 되는데 시간이 걸렸다. 처음 온도가 ℃이던 이 물체의 시간이 지난 후의 온도는? (단, 공기의 온도는 일정하다.) [4점]

① ℃ ② ℃ ③ ℃

④ ℃ ⑤ ℃

단답형(22~30)

22. 두 행렬 $X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $Y=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 5 & -1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 X^2-2Y의 (1, 2)성분을 구하시오. [2점]

23. 7개의 수

1	3	5	7	9	11	13

의 분산을 σ^2이라 할 때, $7\sigma^2$의 값을 구하시오. [3점]

24. $\sin A=\frac{1}{2}$, $\cos B=\frac{1}{3}$ 일 때, $36(\cos^2 A+\sin^2 B)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 양의 실수 x, y가 $x:y=1:2$, 를 만족할 때, x^2+y^2의 값을 구하시오. [3점]

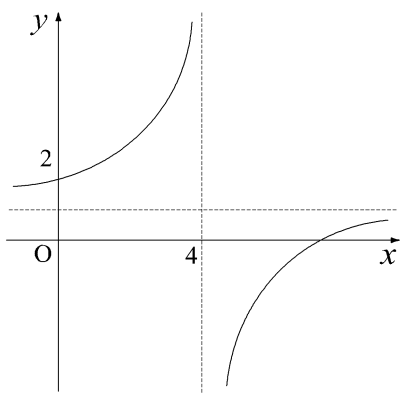
26. 자연수 n에 대하여 집합 A_n을

$$A_n=\left\{x \,\middle|\, \left|\frac{x}{n}-2\right|\leqq 1,\ x\text{는 자연수}\right\}$$

라 하고, S_n을 집합 A_n의 모든 원소들의 합이라 한다.

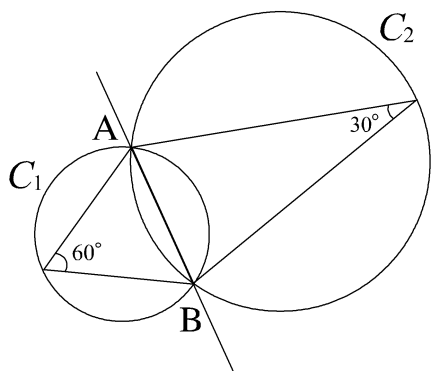
이 때, $S_1+S_2+S_3$의 값을 구하시오. [4점]

27. 분수함수 $y=\frac{x+p}{x+q}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 p, q의 곱 pq를 구하시오. [3점]



28. 두 원 C_1, C_2가 그림과 같이 두 점 A, B에서 만난다. 선분 AB의 길이는 12이고, 그에 대한 원주각의 크기는 각각 60°, 30°이다.

두 원 C_1, C_2의 반지름의 길이를 각각 R_1, R_2라고 할 때, ${R_1}^2+{R_2}^2$의 값을 구하시오. [4점]



29. 이차 정사각행렬 A의 (i, j)성분을 에 대한 방정식 $\sin(i+j)x=\frac{1}{2}$ $(0\leqq x\leqq 2\pi)$의 실근의 개수로 정의할 때, 행렬 A의 모든 성분의 합을 구하시오. [4점]

30. 어느 도시의 버스 요금은 매년 4%씩 인상된다고 한다. 버스 요금이 처음으로 지금의 두 배를 넘게 될 때는 현재로부터 n년 후이다. 자연수 n의 값을 구하시오.
(단, $\log 1.04=0.017$, $\log 2=0.301$이다.) [4점]

※ 확인사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.