“ ” 정답

1	④	*2*	⑤	*3*	③	*4*	②	*5*	①
6	④	*7*	②	*8*	⑤	*9*	②	*10*	③
11	①	*12*	⑤	*13*	⑤	*14*	②	*15*	⑤
16	②	*17*	④	*18*	⑤	*19*	③	*20*	④
21	③	*22*	41	*23*	2	*24*	12	*25*	26
26	3	*27*	6	*28*	4	*29*	6	*30*	24

해설

1. [출제의도] 집합의 포함관계 이해하기

① $\subset$

② $1,2\} \subset A$

③ $\{2,3\} \not\subset A$

⑤ $A-B=\{-1,0,1\}$

2. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 계산하기

$$\frac{1}{\log 36}+\frac{1}{\log_3 36}$$
$$=\log_{36}2+\log_{36}3$$
$$=\log_{36}6$$
$$=\frac{1}{2}$$

3. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$(\sqrt[3]{2^4})^{\frac{3}{2}}\times(\sqrt{2})^{\frac{1}{2}}\div\sqrt[4]{2}$$
$$=2^{\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}}\times 2^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}\div 2^{\frac{1}{4}}$$
$$=2^{2+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}=4$$

4. [출제의도] 두 복소수의 서로 같은 성질을 이용하여 복소수 계산하기

$(x+i)(y+i)=(1+i)^4$

$(xy-1)+(x+y)i=-4$

$xy-1=-4,\ \ x+y=0$

$\therefore x^2+y^2=0^2-2(-3)=6$

5. [출제의도] 지표와 가수의 성질을 이용하여 문제 해결하기

$\log_{10}A=n+\alpha$ $\left(n$ 정수, $\frac{1}{2}<\alpha<1\right)$

$\log_{10}\frac{1}{A^2}=-2\log_{10}A=-2n-2\alpha$

조건으로부터 $-2<-2\alpha<-1$ 이므로

$\log_{10}\frac{1}{A^2}=(-2n-2)+(2-2\alpha)$

따라서 $\left[\log_{10}\frac{1}{A^2}\right]=-2n-2$

6. [출제의도] 이차방정식의 한 허근을 이용하여 함수값 구하기

$\omega=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 로부터

$2\omega+1=\sqrt{3}i$

양변을 제곱하여 정리하면

$\omega^2+\omega+1=0,\ \omega^3=1$

따라서 $f(x)=x^2+x+1$에서

$f(\omega^4+\omega^5)=f(\omega+\omega^2)=f(-1)=1$

7. [출제의도] 로그의 성질을 이용한 지수 계산하기

$A=4k, B=5k, C=2k\ (k>0)$ 라고 하면

(준식) $=3^{2\log 4k+\log_3 5k-3\log_3 2k}$

$=3^{\log_3 10}=10$

8. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 실수의 대소관계 이해하기

$A=2^{\frac{1}{2}}$ 이면 $A^{18}=(2^{\frac{1}{2}})^{18}=2^9=512$

$B=3^{\frac{1}{3}}$ 이면 $B^{18}=(3^{\frac{1}{3}})^{18}=3^6=729$

$C=9^{\frac{1}{9}}$ 이면 $C^{18}=(9^{\frac{1}{9}})^{18}=9^2=81$

$\therefore C<A<B$

9. [출제의도] 상용로그의 성질을 이용하여 문제 해결하기

$a^2b^5=44.67,\ a^5=10$

양변에 상용로그를 취하면

$2\log a+5\log b=\log 44.67$

$2\log a+5\log b=1.65\cdots$ ㉠

$5\log a=\log 10=1$

$\log a=\frac{1}{5}\cdots$ ㉡

㉠과 ㉡에서

$\frac{2}{5}+5\log b=1.65$

$5\log b=1.25$

$\log b=\frac{1}{4}$ 이므로 $b=10^{\frac{1}{4}}$

$\therefore\ b^4=10$

10. [출제의도] 복소수와 제곱근의 성질 이해하기

ㄷ. $i^{4n+2}=i^{4n}\cdot i^2=-1$

11. [출제의도] 삼각함수를 이용하여 수학 외적인 상황의 문제 해결하기

BD : $\overline{DC}=3:4$이므로 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이 된다.

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$

$\frac{1}{2}\times 15\times 20\times\sin 120^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 15\times\overline{AD}\times\sin 60^\circ$

$+\frac{1}{2}\times 20\times\overline{AD}\times\sin 60^\circ$

그러므로 $\overline{AD}=\frac{60}{7}$

12. [출제의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수 계산하기

$0<A<\pi,\ \ 0<B<\pi$일 때,

$\sin A=\sin B$ 이므로 $A+B=\pi$ 이다.

ㄱ. $\sin\frac{A+B}{2}=\sin\frac{\pi}{2}=1$

ㄴ. $\sin\frac{A}{2}-\cos\frac{B}{2}$

$=\sin\frac{A}{2}-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}\right)$

$=\sin\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2}$

$=0$

ㄷ. $\tan A+\tan B$

$=\tan A+\tan(\pi-A)$

$=\tan A-\tan A$

$=0$

13. [출제의도] 무리함수의 그래프를 이해하여 유리함수의 그래프 나타내기

$y=a\sqrt{bx+c}$ 의 그래프에서

$a<0,\ b<0,\ \ c>0$이다.

따라서 $y=\frac{b}{x+a}+c$은

점근선이 $x=-a>0,\ y=c>0$ 이고,

$b<0$ 인 그래프이다.

14. [출제의도] 귀류법을 이용하여 완성형 증명하기

$\overline{OQ}=\overline{OR}+\overline{RQ}=\overline{OR}+RP$

$r^2=(\overline{OR}-\overline{RP})(\overline{OR}+\overline{RP})=\overline{OR}^2-\overline{RP}^2$

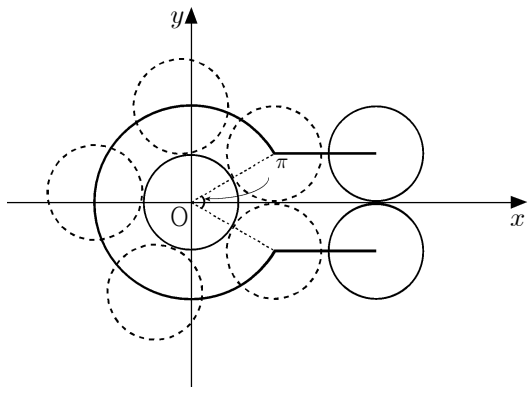
$=(r^2-\overline{RS}^2)-(\overline{PS}^2-\overline{RS}^2)$

(피타고라스 정리에 의해)

$\overline{OR}=\frac{\overline{OP}+\overline{OQ}}{2}>\overline{OP}\cdot\overline{OQ}$

(산술 · 기하평균에 의해)

15. [출제의도] 원의 중심이동 거리 구하기



직선으로 움직인 거리

$(4-\sqrt{3})\times 2=2(4-\sqrt{3})$

곡선으로 움직인 거리

$l=r\theta=2\times\frac{5}{3}\pi=\frac{10}{3}\pi$

그러므로 $\frac{10}{3}\pi+2(4-\sqrt{3})$ 이다.

16. [출제의도] 상용로그를 이용하여 문제 해결하기

n시간 후 소금물의 농도가 2배 이상이 되려면

$\frac{a}{100(1-0.1)^n}\times 100\geqq 2a$

$100(0.9)^n\leqq 50$

$n\geqq\frac{-\log 2}{2\log 3-1}=6.5\text{xx}$

최소의 자연수 n은 7이다.

17. [출제의도] 정의된 함수를 이해하고 문제 해결하기

$2f(x)+f(1-x)=3x^2\quad\cdots$ ㉠

㉠에 x 대신에 $1-x$ 를 대입하면,

$2f(1-x)+f(x)=3(1-x)^2\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡를 연립하여 풀면

$f(x)=x^2+2x-1$

$=(x+1)^2-2$

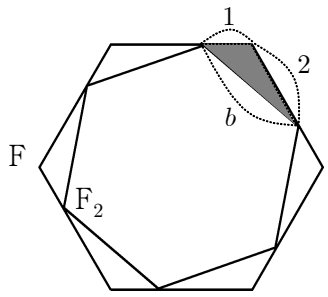
그러므로,

ㄱ. $f(0)=-1$

ㄴ. $f(x)$ 의 최소값은 -2

ㄷ. 대칭축이 $=-1$이므로
$f(x)=f(-2-x)$가 성립한다.

18. [출제의도]】 제이 코사인 법칙을 이용한 두 정육각형의 넓이의 비 구하기



F_2의 한변의 길이를 b라 할 때,
정육각형의 한 내각이 120°이므로
어두운 부분의 삼각형에서 제이 코사인법칙을 이용하여

$$b = 2^2+1^2-2 \quad 2\cdot 1\cdot \left(-\frac{1}{2}\right)=7$$

$$S_2 = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot \sqrt{7}^2\cdot 6}{\frac{3}{4}\cdot 3^2\cdot 6} = \frac{7}{9}$$

$$\therefore \frac{S_2}{S_1}=\frac{7}{9}$$

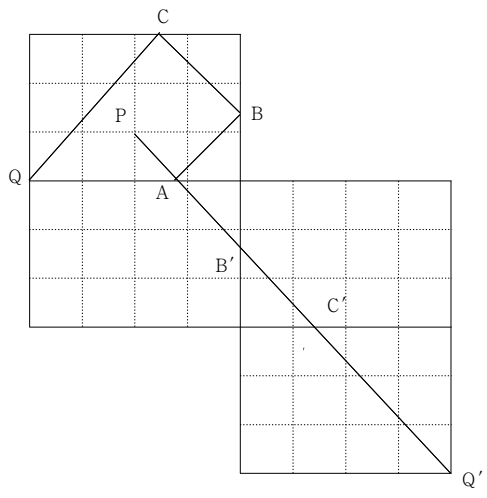
(별해)
F_1, F_2가 닮은 육각형이다.
변의 길이의 비는 $3:\sqrt{7}$이므로
넓이의 비는 $9:7$이다.

$$\therefore \frac{S_2}{S_1}=\frac{7}{9}$$

19. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 수학 외적인 상황의 문제 해결하기

월의 쓰레기 양 $800=$ $\left(\frac{3}{4}\right)^{kt}$
6월의 쓰레기 양
$600=W_0\left(\frac{3}{4}\right)^{k(t+4)}=W_0\left(\frac{3}{4}\right)^{kt}\left(\frac{3}{4}\right)^{4k}$ 이므로
$600=800\left(\frac{3}{4}\right)^{4k}$
그러므로 $k=\frac{1}{4}$

20. [출제의도] 대칭을 이용하여 공이 움직인 거리 구하기



P→A→B→C→Q 의 길이는
P→A→B′→C′→Q′ 의 길이와 같다.
따라서 가로의 길이 6, 세로의 길이 7인 직사각형의 대각선 길이이므로 $\sqrt{85}$ 이다.

21. [출제의도]상용로그의 지표와 가수의 성질을 이용하여 계산하기

(가) $\log x=n+\alpha$, $\log y=n+\beta$
(n은 정수, $0\leq\alpha<1$, $0\leq\beta<1$)
(나) $\alpha+\beta=1$
(다) $\log x^4y^3=4\log x+3\log y$
$=4(n+\alpha)+3(n+\beta)$
$=7n+3(\alpha+\beta)+\alpha$
$=7n+3+\alpha$
그런데 지표가 10이므로 $n=1$
$\log xy=\log x+\log y=n+\alpha+n+\beta=3$
따라서 $xy=10^3$

22. [출제의도]근과 계수와의 관계를 이해하고 문제 해결하기

$\alpha-\beta+\sqrt{\alpha+3\beta}=3+\sqrt{7}$ 이고,
α,β가 유리수이므로
$\alpha-\beta=3$, $\alpha+3\beta=7$를 만족하는
$\alpha=4$, $\beta=1$
근과 계수와의 관계에 의해
$\alpha+\beta=-a=5$, $\alpha\beta=b=4$
$\therefore a=-5$, $b=4$
따라서 $a^2+b^2=25+16=41$

23. [출제의도] 합성함수의 함수값 구하기

$f^{-1}(-3)=k$ 라 놓으면
$f(k)=-3$이므로 $k=-1$이다.
그러므로 $g(f^{-1}(-3))$
$=g(-1)$
$=2$

24.【출제의도】 함수의 뜻을 알고 함수의 개수 구하기

$f(-1)\neq-1$, $f(1)\neq1$ 이므로
X의 원소 -1, 0, 1에 대응할 수 있는 경우의 수가 각각 2, 3, 2가지이다.
$\therefore 2\times3\times2=12$

(별해)
함수 f의 개수는 모두 27 개이다.
i) $f(-1)=-1$인 함수의 개수는 9 개
ii) $f(1)=1$ 인 함수의 개수는 9 개
iii) $f(-1)=-1$, $f(1)=1$ 인
함수의 개수는 3 개이다.
$\therefore \quad 27-(9+9-3)=12$

25. [출제의도]지수법칙을 이용하여 계산하기

8^x+8^{-x}
2^x+2^{-x}
$=\frac{(2^x+2^{-x})(4^x-2^x\cdot 2^{-x}+4^{-x})}{2^x+2^{-x}}$
$=4^x-2^x\cdot2^{-x}+4^{-x}$
$=5-1+\frac{1}{5}=\frac{21}{5}$

26. [출제의도]선분의 내분점, 외분점을 활용하여 문제 해결하기

O$(0,0)$, O′$(4,0)$ 이라 놓으면
OO′를 3 : 1으로 내분하는 점P와 3 : 1로 외분하는 점Q는
$\mathrm{P}\left(\frac{12+0}{3+1},0\right)=\mathrm{P}(3,0)$
$\mathrm{Q}\left(\frac{12-0}{3-1},0\right)=\mathrm{Q}(6,0)$
△OPA : △OQB
= OP : OQ = 1 : 2
$\therefore$ $m+n=3$

27. [출제의도]실수의 성질을 이용하여 로그 계산하기

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$
$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$
$\therefore$ $a=b=c$
$\log_a bc+\log_b ca+\log_c ab$
$=2+2+2$
$=6$

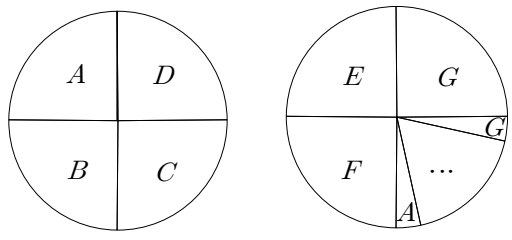
28. [출제의도]근과 계수와의 관계를 이해하고 삼각형의 무게중심의 좌표를 이용한 기울기 구하기

두 교점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하면
$x^2-6x=mx+n$
$x^2-(m+6)x-n=0$의 두 근이 x_1, x_2 이므로
근과 계수와의 관계에 의해
$x_1+x_2=m+6$이다.
두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)와 P$(2, 5)$ 의
무게중심이 $(4, 1)$이므로
$\frac{x_1+x_2+2}{3}=4$에서 $x_1+x_2=10$ 이므로
$m+6=10$
$\therefore$ $m=4$

29. [출제의도]지수법칙을 이용하여 로그 계산하기

1이 아닌 세 자연수 a,b,c에 대하여
$a^2=b^3=c^4=k$ 를 만족하는 k는 $2,3,4$의 최소공배수가 12이므로
$k=2^{12}$, 3^{12}, 4^{12}, ...
따라서 k의 최소값은 2^{12} 이므로 $p=2^{12}$
$\Rightarrow \log_4 2^{12}=6$

30. [출제의도]실생활과 관련된 수학 외적 문제 상황을 식으로 표현하기



$\therefore \frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$
따라서 $28-4=24$