2005 6월 고2 전국연합학력평가 문제지

수리 영역 (가형)

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 2 | | | | | 1

- 먼저 수험생이 선택한 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 수험 번호, 답, 응시 유형 등을 표기하시오.
- 단답형 문제의 경우 답의 숫자에 0이 포함될 때에는 OMR 답안지에 0을 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. 두 집합 $\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$ $B=\{2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단, ϕ는 공집합) [2점]

① $\phi \quad A$ ② $\{1,\ 2\} \in A$ ③ $\{2,\ 3\} \subset A$
④ $A \cap B = \{2\}$ ⑤ $A - B = A$

2. $\dfrac{1}{\log 36} + \dfrac{1}{\log_3 36}$을 간단히 하면? [2점]

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{5}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

3. $2^{4)^{\frac{3}{2}}} \times 2)^{\frac{1}{2}} \div \sqrt[4]{2}$를 간단히 하면? [2점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

4. 두 실수 x, y에 대하여 $(x+i)(y+i)=(1+i)^4$이 성립할 때, x^2+y^2의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 양수 에 대하여 $\log_{0}A \quad n+\alpha\ (n$은 정수, $\frac{1}{2}<\alpha<1)$일 때, $\left\lceil \log_{10}\frac{1}{A^{2}} \right\rceil$의 값은? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대정수) [3점]

① $-2n-2$ ② $-2n-1$ ③ $-2n$
④ $-2n+1$ ⑤ $-2n+2$

6. 두 연립방정식 $\begin{matrix} x_1=2y_2+y_3 \\ x_2=y_1+2y_2 \end{matrix}$, $\begin{cases} y_1=z_1+2z_2 \\ y_2=2z_1-z_2 \\ y_3=-z_1+z_2 \end{cases}$ 을 행렬을 이용하여 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$로 표현할 때, 행렬 A는? [3점]

① $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

7. 세 양수 A, B, C에 대하여 $A:B:C=4:5:$일 때, $3^{2\log \quad +\log_3 B-3\log_3 C}$의 값은? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

8. 세 수 $A=2^{\frac{1}{2}}$, $B=3^{\frac{1}{3}}$, $C=9^{\frac{1}{9}}$의 대소 관계는? [3점]

① $A \quad B<C$ ② $B<A<C$
③ $B<C<A$ ④ $C<B<A$
⑤ $C<A<B$

9. 다음은 자연수 a 가 홀수일 때, 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & a^3 \end{pmatrix}$에 대하여 A^2의 모든 성분의 합은 4의 배수임을 증명한 것이다.

<증명>

$A^2=\begin{pmatrix} 1 & a \\ a^2 & a^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & a \\ a^2 & a^3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+a^3 & a+a^4 \\ a^2+a^5 & \boxed{\text{(가)}} \end{pmatrix}$ 이므로

A^2의 모든 성분의 합은

$(1+a)+(a+a^4)+(a^2+a^5)+\boxed{\text{(가)}}=(1+a^3)\boxed{\text{(나)}}$

$1+a^3$ 은 $\boxed{\text{(다)}}$ 이고

$\boxed{\text{(나)}}$ 은(도) $\boxed{\text{(라)}}$ 이다.

따라서 A^2의 모든 성분의 합은 4의 배수가 된다.

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)	(라)
①	a^3+a^6	$1+a+a^2+a^3$	홀수	짝수
②	a^3+a^6	$1+a^2+a^3$	홀수	홀수
③	a^3+a^6	$1+a+a^2+a^3$	짝수	짝수
④	a^3+a^9	$1+a^2+a^3$	홀수	홀수
⑤	a^3+a^9	$1+a+a^2+a^3$	짝수	짝수

10. <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

<보 기>

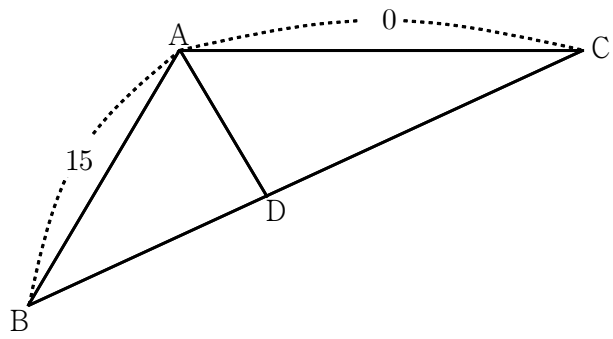
ㄱ. $\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i \quad (a>0)$

ㄴ. $a<0,\ b<0$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$

ㄷ. $i^{4n+2}=1$ (n은 음이 아닌 정수)

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 그림은 세 도시 A, B, C 를 서로 잇는 직선도로를 나타낸 것이다. $\angle A=120^\circ$, AB = 15km, AC = 20km이고 두 도시 B, C 사이에 선분 BC 를 3 : 4로 내분하는 지점 D에 도서관을 세울 때, 직선도로 $\overline{AD}$의 길이는 몇 km인가? [4점]



① $\frac{60}{7}$ ② $\frac{64}{7}$ ③ $\frac{68}{7}$ ④ $\frac{72}{7}$ ⑤ $\frac{76}{7}$

12. $0<A<\pi$, $0<B<\pi$ 인 서로 다른 두 각 A, B에 대하여 $\sin A=\sin B$를 만족할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

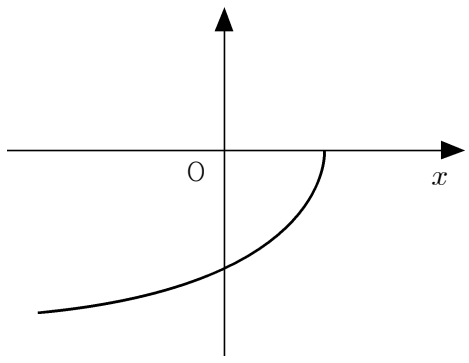
ㄱ. $\sin\frac{A+B}{2}=1$

ㄴ. $\sin\frac{A}{2}-\cos\frac{B}{2}=0$

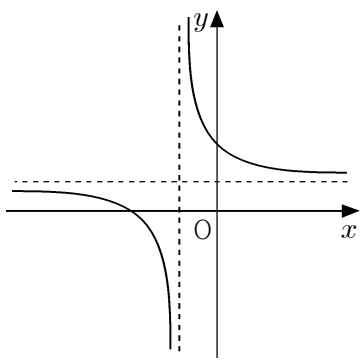
ㄷ. $\tan A+\tan B=0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

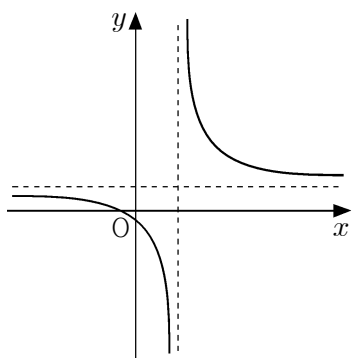
13. 그림은 무리함수 $=a\quad bx+c$ 의 그래프의 개형이다. 이 때, 유리함수 $y=\dfrac{b}{x+a}+c$의 그래프의 개형은? [4점]



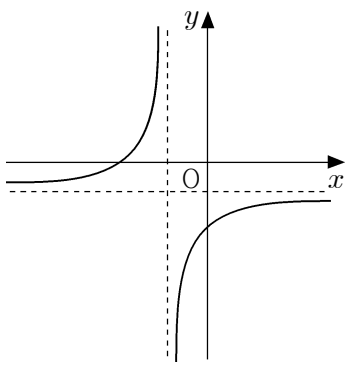
①



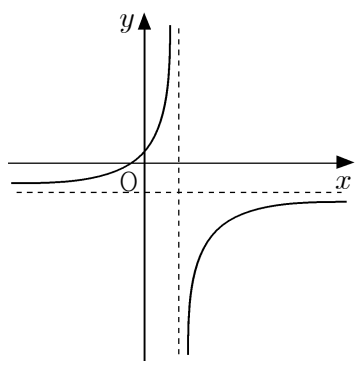
②



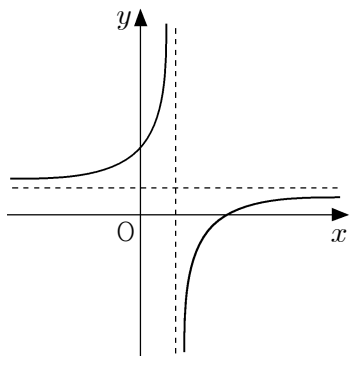
③



④



⑤

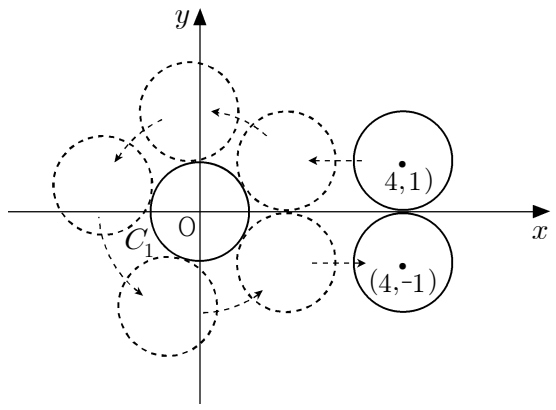


14. 행렬 $=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, A 과 같은 것은? [4점]

(가) $A-E$의 역행렬이 존재하지 않는다.
(나) x, y에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a & -1 \\ d & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$이 $x=y=0$ 이외의 해를 갖는다.

① $A-2E$ ② $A-E$ ③ A
④ $A+E$ ⑤ $A+2E$

15. 반지름의 길이가 1 인 두 원 C_1, C_2의 중심이 각각 $(0,\ 0)$, $(4,\ 1)$ 이다. 그림과 같이 원 C_2가 x 축을 접하며 움직이기 시작하여 원 C_1에 외접하며 돌아 처음으로 x 축의 양의 방향에 접하며 움직여 중심이 $(4,\ -1)$이 되었을 때, 중심이 이동한 거리는? [4점]



① $\dfrac{5}{3}\pi+4-\sqrt{3}$ ② $\dfrac{5}{3}\pi+8-2\sqrt{3}$
③ $\dfrac{7}{3}\pi+4-\sqrt{3}$ ④ $\dfrac{7}{3}\pi+8-2\sqrt{3}$
⑤ $\dfrac{10}{3}\pi+8-2\sqrt{3}$

16. 농도가 인 소금물 100그램이 있다. 매 시간 소금물의 10%가 증발한다면 소금물의 농도가 처음의 2배 이상이 될 때까지는 최소 몇 시간이 걸리겠는가? (단, $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$) [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. 이차함수 $f(x)$가 $2f(x)+f(1-x)=3x$ 을 만족할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0) = -1$
ㄴ. $f(x)$의 최소값은 3 이다.
ㄷ. 모든 x 에 대하여 $f(x)=f(-2-x)$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 이차정사각행렬 의 (i,j) 성분 a_{ij} 를 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq i \\ |x| + |y| \leq j \end{cases}$$

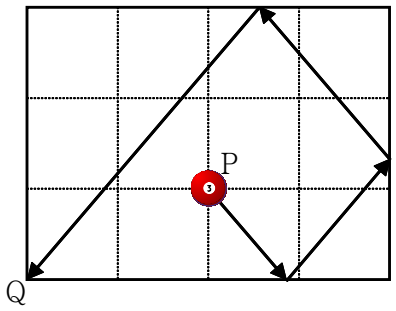
가 나타내는 영역의 넓이로 정의할 때, 성분 a_{22} 의 값은? [3점]

① $8-2\pi$ ② $8-\pi$ ③ 8
④ $8+\pi$ ⑤ $8+2\pi$

19. A도시의 어떤 달의 쓰레기양을 W_0, 그 쓰레기양을 조사한 달로부터 경과된 달의 수를 t라 할 때, 쓰레기의 양 W는 $W = W_0 \left(\frac{3}{4}\right)^{kt}$ 인 관계가 있다고 한다. A도시의 2월 쓰레기양은 800톤이고 그 해 6월의 쓰레기양은 600톤일 때, 상수 k의 값은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

20. 가로, 세로의 길이가 각각 , 3인 직사각형 모양의 포켓당구대가 있다. 공이 내부에서는 직선운동을 하고 벽에서는 입사각과 반사각이 같도록 움직일 때, 그림과 같은 방향으로 P지점에 있는 공을 쳤더니 벽에 3번 부딪친 후 Q지점에 들어갔다. P지점에서 Q지점까지의 공이 움직인 거리는? (단, 한 눈금의 길이가 모두 가로, 세로 각각 1이고 공의 크기는 무시함) [4점]



① 2 13 ② $\sqrt{65}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{85}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

21. 두 이차정사각행렬 , B에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, E는 단위행렬, O는 영행렬) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A+A-2E=O$ 이면 $A=E$ 또는 $A=-2E$ 이다.
ㄴ. $AB+A=E$ 이면 A 의 역행렬은 $B+E$이다.
ㄷ. $AB=E$ 이면 $(A-B)^2+2E=A^2+B^2$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형(22~30)

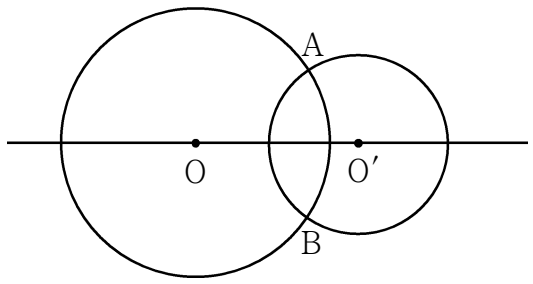
22. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}2&1\\3&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1&1\\2&1\end{pmatrix}$에 대하여 $A^{-1}+AB$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, A^{-1}은 A의 역행렬) [3점]

23. 두 함수 $f(x)=2x-1$, $g(x)=x^2+1$ 에 대하여 $g(f^{-1}(-3))$의 값을 구하시오. (단, f^{-1}는 f 의 역함수) [3점]

24. 집합 $\{-1,\ 0,\ 1\}$에 대하여 함수 f가 $f : X \to X$라 할 때, $\{f(-1)+1\}\{f(1)-1\} \neq 0$을 만족하는 함수 f의 개수를 구하시오. [3점]

25. $4^{\ }=5$일 때, $\dfrac{8^x+8^{-x}}{2^x+2^{-x}}=\dfrac{b}{a}$ (a, b는 서로소인 양수)이다. 이 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

26. 중심이 O, O′인 두 원이 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고 $\mathrm{OO'}=4$이고, 선분 OO′를 3 : 1로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 한다. $\triangle \mathrm{OPA}$와 $\triangle \mathrm{OQB}$의 넓이의 비가 $m:n$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 서로소인 양수) [4점]

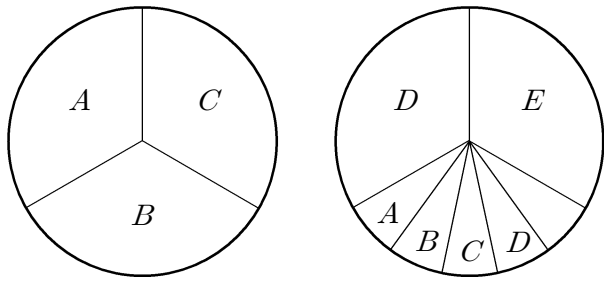


27. a가 양수일 때, 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2a & -3 \\ -5 & \dfrac{8}{a} \end{pmatrix}$에 대하여 A^{-1}의 모든 성분의 합의 최소값을 구하시오. (단, A^{-1}는 A의 역행렬) [4점]

28. 두 함수 $(x)=x\ -6x$, $g(x)=mx+n$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 두 교점과 점 P(2, 5)를 세 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $(4, 1)$일 때, m의 값을 구하시오. [4점]

29. 1이 아닌 세 자연수 a, b, c 에 대하여 등식 $a^2=b^3=c^4=k$를 만족하는 k 값들 중 최소인 수를 p 라 할 때, $\log_4 p$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림은 5명의 학생 , B, C, D, E에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법 중의 하나이다.



5명의 학생에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법은 $\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$ 으로 표현할 수 있다.

위와 같은 방법으로 7명의 학생에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법이 $\frac{2}{7}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$일 때, $|a-b|$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로 다른 자연수) [4점]

● 확인 사항
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.