2004학년도 11월 고1 전국연합학력평가 문제지

수 리 영 역

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 1 | | | | | *1*

- ○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- ○ 답안지에 수험 번호, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- ○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- ○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- ○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B가 $A \cup B = A$를 만족시킬 때, $A \cup B^C$과 항상 같은 집합은? (단, $U \neq \phi$) 〔2점〕

① ϕ

② A

③ B

④ B^C

⑤ U

2. $x = \sqrt{2}$일 때, $1 - \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{x}}$의 값은? 〔2점〕

① $-1-\sqrt{2}$

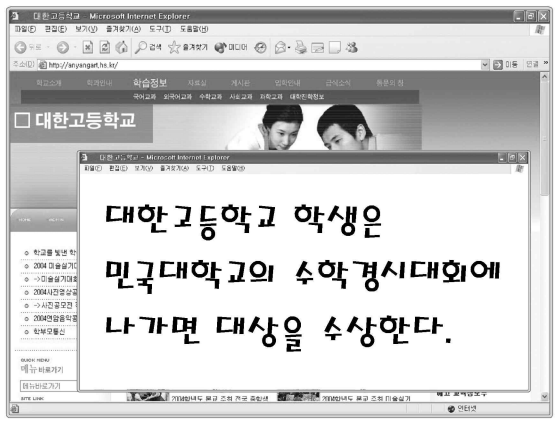
② $-\sqrt{2}$

③ $-1+\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2}$

⑤ $1+\sqrt{2}$

3. 어느 해 대한고등학교는 "민국대학교 수학경시대회에서의 대상 입상자가 본교 학생이다."라는 사실을 홍보하기 위해 다음과 같은 내용을 학교 홈페이지에 게재하였다.



실제의 사실과 게재된 내용 사이의 오류를 설명할 수 있는 명제로 가장 적절한 것은? 〔3점〕

① $p \rightarrow q$가 참이면 $q \rightarrow p$도 참이다.

② $p \rightarrow q$가 참이면 $\sim p \rightarrow \sim q$도 참이다.

③ $p \rightarrow q$가 참이면 $\sim q \rightarrow \sim p$도 참이다.

④ $p \rightarrow q$가 참이라 하여 $q \rightarrow p$가 반드시 참은 아니다.

⑤ $p \rightarrow q$가 참이라 하여 $p \rightarrow \sim q$가 반드시 참은 아니다.

4. 복소수 $z = (1+i)x - (3+2i)$에 대하여 z^2이 음의 실수일 때, 실수 x의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) 〔3점〕

① -3

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

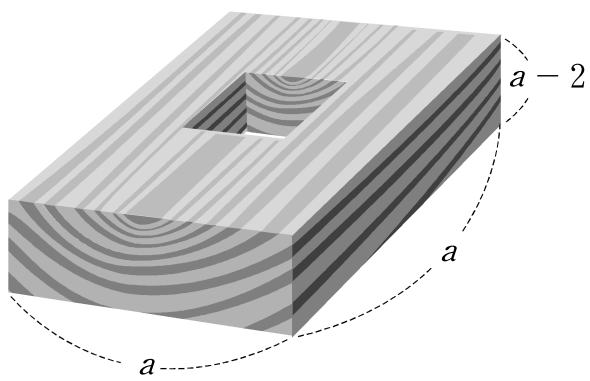
5. 두 조건 p, q를 각각 만족하는 원소들의 집합 P, Q에 대하여 $P-Q=\phi$, $P\cup Q=U$가 성립할 때, 〈보기〉에서 항상 참인 명제를 모두 고르면? (단, U는 ϕ이 아닌 전체집합, $P\subset U$, $Q\subset U$, $P\neq Q$) [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $p \rightarrow q$
ㄴ. $\sim p \rightarrow q$
ㄷ. $q \rightarrow p$
ㄹ. $q \rightarrow \sim p$

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

6. 밑면의 가로, 세로의 길이가 a이고 높이가 $a-2$인 직육면체 모양의 나무 토막에 정육면체 모양의 구멍이 뚫린 블록을 만들었다. 이 블록의 부피는? (단, $a>2$) [3점]



① $4a^2-2a$
② $4a^2-12a+8$
③ $2a^3-4a^2+12a$
④ $2a^3+8a^2+3a-8$
⑤ $2a^3+6a^2+12a-8$

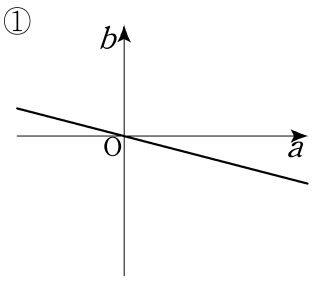
7. 다음은 실수 a에 대하여 $a<0$이면 $\frac{1}{a^3}<0$임을 증명하는 과정이다.

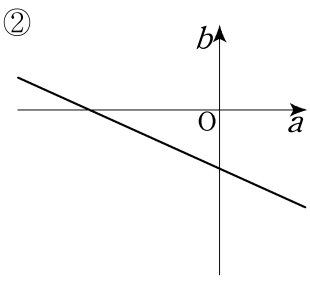
<증명>
$a<0$이므로 $a^3<0$이다.
임의의 실수 $\frac{1}{a^3}$은 $\frac{1}{a^3}>0$, $\frac{1}{a^3}=0$, $\frac{1}{a^3}<0$ 중 어느 하나만 성립한다.
(i) $\frac{1}{a^3}>0$일 때, 부등식의 양변에 a^3을 곱하면
$\frac{1}{a^3}\cdot a^3$ (가) $0\cdot a^3$이므로 모순이다.
그러므로 $\frac{1}{a^3}>0$이 아니다.
(ii) $\frac{1}{a^3}=0$일 때, 등식의 양변에 a^3을 곱하면
$\frac{1}{a^3}\cdot a^3$ (나) $0\cdot a^3$이므로 모순이다.
그러므로 $\frac{1}{a^3}=0$이 아니다.
따라서, (i)과 (ii)에 의하여 $a<0$이면 $\frac{1}{a^3}<0$이다.

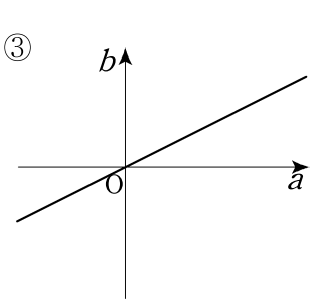
이 증명 과정에서 (가), (나)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

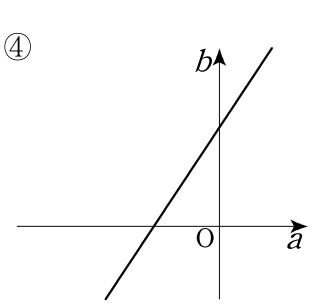
	(가)	(나)
①	$<$	$\neq$
②	$<$	$=$
③	$>$	$\neq$
④	$\leqq$	$=$
⑤	$\geqq$	$\neq$

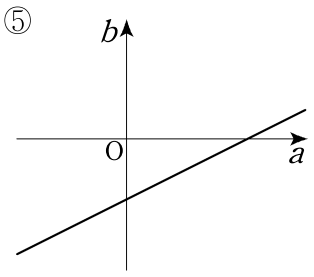
8. x의 값에 관계없이 식 $\frac{a-3x}{x+b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 실수 a와 b의 관계를 나타낸 그래프로 가장 적절한 것은? (단, $x \neq -b$) 〔4점〕

①


②


③


④


⑤


9. 자연수 전체의 집합의 부분집합 A에 대하여 다음을 만족하는 집합 A의 개수는? (단, $A \neq \phi$) 〔4점〕

a가 집합 A의 원소이면 $\frac{81}{a}$도 집합 A의 원소이다.

① 5
② 6
③ 7
④ 8
⑤ 9

10. 다음은 어느 고등학교 학생 20명에게 지난 일주일 동안 EBS 수능 강의를 시청한 날짜 수에 대한 학생 수를 조사하여 나타낸 표이다.

날짜 수(일)	0	1	2	3	4	5	6	7	계
학생 수(명)	3	2	3	a	3	2	b	0	20

수능 강의를 시청한 날짜 수의 평균이 3일이라고 할 때, $a-b$의 값은? 〔3점〕

① -5
② -3
③ -1
④ 1
⑤ 3

11. x에 대한 두 삼차다항식 x^3+ax^2+bx+1과 x^3+bx^2+ax+1의 최대공약수가 일차식일 때, 실수 a와 b의 관계식을 만족하는 순서쌍 (a, b)가 될 수 있는 것은? 〔4점〕

① $(-1,-1)$
② $(-1, 1)$
③ $(1, -4)$
④ $(1, -3)$
⑤ $(2, 1)$

12. 다음은 서로 다른 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$를 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이 S가

$S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$임을 증명하는 과정이다.

〈증명〉

선분 AB의 길이 $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 이고,

두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기가 [(가)]이므로 직선의 방정식은

$y - y_1 =$ [(가)] $(x - x_1)$ ····· ㉠

이 때, 점 C와 직선 ㉠ 사이의 거리 d는

$$d = \frac{|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|}{\text{(나)}}$$

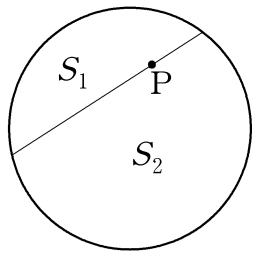
따라서 삼각형 ABC의 넓이 S는

$S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$이다.

이 증명 과정에서 (가), (나)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$\sqrt{(x_1 - y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$
②	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$\sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$
③	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
④	$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$	$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
⑤	$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$	$\sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$

13. 그림과 같이 넓이가 4π인 원의 내부에 임의의 점 P가 있다. 이 점 P를 지나는 현에 의해 만들어지는 두 활꼴의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, $4S_1^2 + S_2^2$의 최소값은? [4점]



① $12\pi^2$

② $\frac{64}{5}\pi^2$

③ $13\pi^2$

④ $\frac{66}{5}\pi^2$

⑤ $20\pi^2$

14. 이차방정식 $f(x) = 0$의 두 근 α, β에 대하여 $\alpha + \beta = 1$, $\alpha\beta = 6$일 때, 이차방정식 $f(2x - 1) = 0$의 두 근의 곱은? [3점]

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

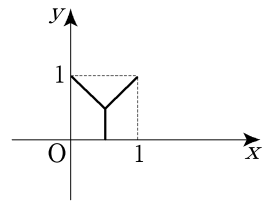
15. 삼차방정식 $x^3 = 1$의 한 허근을 ω라 하고, 양의 정수 n에 대하여 $f(n) = \frac{\omega^n}{1+\omega^{2n}}$이라 정의할 때, $f(1) - f(2) + f(3) - f(4) + \cdots + f(13)$의 값은? [4점]

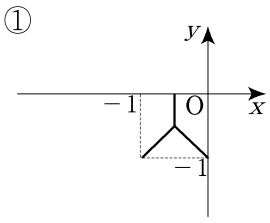
① -1
② $-\frac{1}{2}$
③ 0
④ $\frac{1}{2}$
⑤ 1

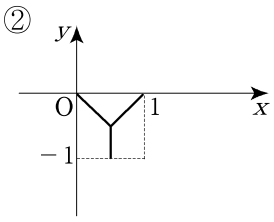
16. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leqq 0 \\ -x^2 + x + 2 < 0 \end{cases}$의 해가 $\alpha < x \leqq \beta$일 때, $\alpha + \beta$의 값은? [3점]

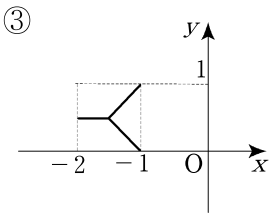
① 1
② 3
③ 6
④ 8
⑤ 9

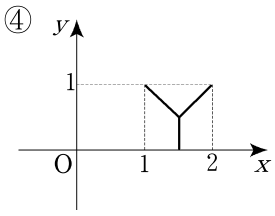
17. 오른쪽 그림과 같은 도형을 직선 $y = x$에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x축 방향으로 -1만큼 평행이동한 도형은? [4점]

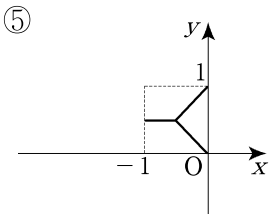


①


②


③


④


⑤


18. 세 집합 $A = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 \leqq 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x + y > 2\}$, $C = \{(x, y) \mid x < 1\}$에 대하여 $A \cap (B \cup C)^C$가 나타내는 영역의 넓이는? [4점]

① π
② $\frac{\pi}{2}$
③ $\frac{\pi}{4}$
④ $\frac{\pi}{8}$
⑤ $\frac{\pi}{16}$

19. 원 $x^2+y^2=1$ 위를 움직이는 점 P와 양의 정수 m, n에 대하여 A_n과 연산 $*$를 다음과 같이 정의한다.

> A_n : 점 P가 점 (1, 0)에서 출발하여 시계 반대 방향으로 90°씩 n번 회전한 위치의 점의 좌표
> $A_m * A_n = A_{m+n}$

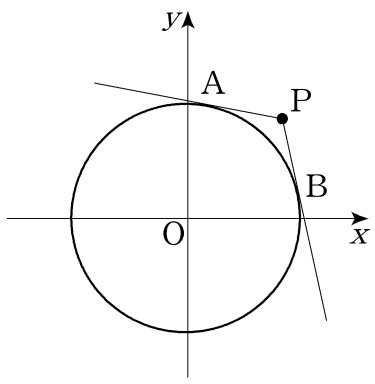
〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $A_{2004} = (0, 1)$
ㄴ. $A_n * A_{2n} = A_{7n}$
ㄷ. $A_n * A_4 = A_n$
ㄹ. $A_{2n} * A_{2n-1} = (0, -1)$

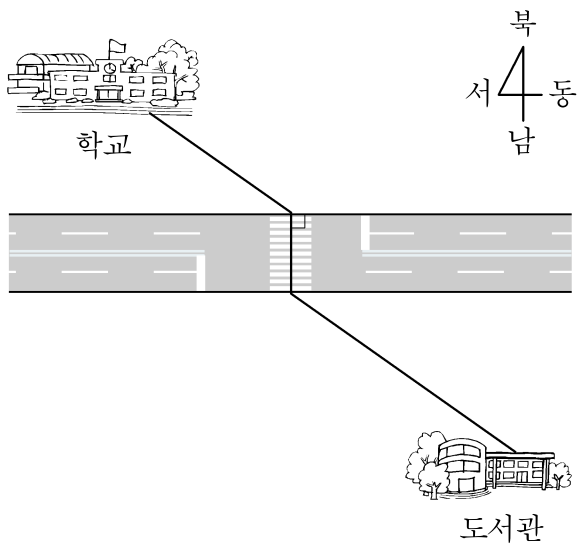
① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄹ
③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

20. 원 $x^2+y^2=4$의 외부에 있는 임의의 점 P에서 이 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. 이 때, $\angle APB$가 둔각이 되게 하는 점 P가 존재하는 영역의 넓이는? [4점]



① 2π
② $\frac{5}{2}\pi$
③ 4π
④ $\frac{9}{2}\pi$
⑤ 5π

21. 그림과 같이 폭이 $20m$인 직선 도로를 사이에 두고 학교와 도서관이 위치하고 있다. 학교에서 정동쪽으로 $800m$, 다시 그 지점에서 정남쪽으로 $620m$ 지점에 도서관이 위치한다. 학교에서 출발하여 횡단보도를 건너 도서관까지 가는 데 최단거리가 되도록 길이 $20m$인 횡단보도가 설치되었을 때, 이 최단거리는? (단, 고도와 횡단보도의 폭은 무시한다.) [4점]



① $960m$
② $1006m$
③ $1012m$
④ $1020m$
⑤ $1440m$

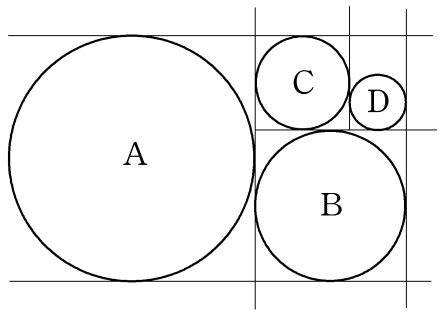
단 답 형

22. $x : y = 3 : 2$ 일 때, $\frac{x+2y}{x-y}$ 의 값을 구하시오. 〔2점〕

23. $x+y=3$, $xy=1$ 일 때, x^3+y^3 의 값을 구하시오. 〔3점〕

24. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a^2-3a-4)x-a+2=0$ 의 두 실근의 절대값이 같고 부호가 서로 다를 때, 상수 a의 값을 구하시오. 〔3점〕

25. 그림과 같이 서로 평행하거나 수직인 직선들에 접하는 원 A, B, C, D가 있다. 원 A와 B의 지름의 길이의 합은 16이고, 원 A와 D의 넓이의 차가 24π일 때, 원 A의 지름의 길이를 구하시오. 〔4점〕



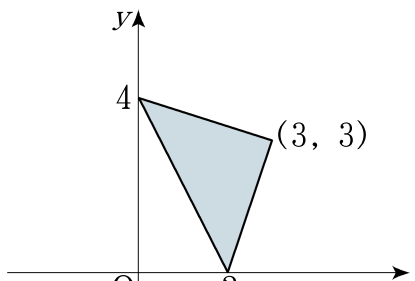
26. 이차다항식 $f(x)$에 대하여 $f(1-x)$를 $x-1$로 나누면 나머지가 -4이고, $xf(x)$는 $(x+1)(x-4)$로 나누어 떨어진다. 이 때, $f(x)$를 $x+2$로 나눈 나머지를 구하시오. 〔3점〕

27. 사차방정식 $(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24=0$의 네 근의 분산을 V라 할 때, $12V$의 값을 구하시오. [3점]

28. $f(x)=\sqrt{4x+2\sqrt{4x^2-1}}$ $(x\geqq 1)$에 대하여 $\frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\cdots+\frac{1}{f(59)}+\frac{1}{f(60)}$의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 5), B(4, 2)에 대하여 선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점을 지나고, 직선 AB에 수직인 직선의 방정식을 $ax-y+b=0$이라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

30. 그림의 어두운 영역에 속하는 임의의 점 (x, y)에 대하여 x^2+y^2의 최대값을 M, 최소값을 m이라 할 때, $M+5m$의 값을 구하시오. [4점]



(단, 경계선 포함)

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.