2010학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수리 영역(가형)

홀수형

1. $27^{\frac{1}{3}}+\log_2 4$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $AB+2B$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

3. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+a}-b}{x-3}=\frac{1}{4}$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

4. 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=4\sqrt{5}$일 때, a^2+b^2의 값은? [3점]

① 21 ② 32 ③ 45 ④ 60 ⑤ 77

5. 평면 α 위에 $\angle A=90°$이고 $\overline{BC}=6$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 평면 α 밖의 한 점 P에서 이 평면까지의 거리가 4이고, 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발이 점 A일 때, 점 P에서 직선 BC까지의 거리는? [3점]

① $3\sqrt{2}$ ② 5 ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

6. 어느 회사원이 처리해야 할 업무는 A, B를 포함하여 모두 6가지이다. 이 중에서 A, B를 포함한 4가지 업무를 오늘 처리하려고 하는데, A를 B보다 먼저 처리해야 한다. 오늘 처리할 업무를 택하고, 택한 업무의 처리 순서를 정하는 경우의 수는? [3점]

① 60 ② 66 ③ 72 ④ 78 ⑤ 84

7. 철수가 받은 전자우편의 10%는 '여행'이라는 단어를 포함한다. '여행'을 포함한 전자우편의 50%가 광고이고, '여행'을 포함하지 않은 전자우편의 20%가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 '여행'을 포함할 확률은? [3점]

① $\frac{5}{23}$ ② $\frac{6}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{8}{23}$ ⑤ $\frac{9}{23}$

8. 실수 a에 대하여 집합

$$\{x \mid ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(a)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{a\to 0} f(a)=f(0)$

ㄴ. $\lim_{a\to c+0} f(a)\neq \lim_{a\to c-0} f(a)$인 실수 c는 2개이다.

ㄷ. 함수 $f(a)$가 불연속인 점은 3개이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 어느 공장에서 생산되는 병의 내압강도는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르고, 내압강도가 40 보다 작은 병은 불량품으로 분류한다. 이 공장의 공정능력을 평가하는 공정능력지수 G는

$$G=\frac{m-40}{3\sigma}$$

으로 계산한다. $G=0.8$일 때, 임의로 추출한 한 개의 병이 불량품일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0\leq Z\leq z)$
2.2	0.4861
2.3	0.4893
2.4	0.4918
2.5	0.4938

① 0.0139 ② 0.0107 ③ 0.0082
④ 0.0062 ⑤ 0.0038

10. 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 t(℃)이고 개체중량이 w(g)일 때, A 조개와 B 조개가 1 시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_{A}, Q_{B}라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_{\mathrm{A}}=0.01t^{1.25}w^{0.25}$$
$$Q_{\mathrm{B}}=0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

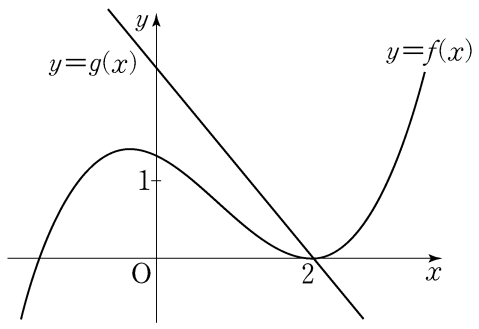
수온이 20℃이고 A 조개와 B 조개의 개체중량이 각각 8g일 때, $\frac{Q_{\mathrm{A}}}{Q_{\mathrm{B}}}$의 값은 $2^a\times5^b$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 유리수이다.) [3점]

① 0.15 ② 0.35 ③ 0.55
④ 0.75 ⑤ 0.95

11. 그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 P(2, 0)에서 x축에 접하고 일차함수 $y=g(x)$의 그래프와 한 점 P에서만 만난다. $1<f(0)<g(0)$일 때, 방정식

$$f(x)+g(x)=\frac{1}{f(x)}+\frac{1}{g(x)}$$

의 실근의 개수는? [4점]



① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

12. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 등식

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{{}_nC_k}{{}_{n+4}C_k}=\frac{n+5}{5}$$

가 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$일 때,

$$(\text{좌변})=\frac{{}_1C_0}{{}_5C_0}+\frac{{}_1C_1}{{}_5C_1}=\frac{6}{5},\ (\text{우변})=\frac{1+5}{5}=\frac{6}{5}$$

이므로 주어진 등식은 성립한다.

(2) $n=m$일 때, 등식

$$\sum_{k=0}^{m}\frac{{}_mC_k}{{}_{m+4}C_k}=\frac{m+5}{5}$$

가 성립한다고 가정하자. $n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=0}^{m+1}\frac{{}_{m+1}C_k}{{}_{m+5}C_k}=\boxed{\text{(가)}}+\sum_{k=0}^{m}\frac{{}_{m+1}C_{k+1}}{{}_{m+5}C_{k+1}}$$

이다. 자연수 l에 대하여

$${}_{l+1}C_{k+1}=\boxed{\text{(나)}}\cdot{}_lC_k\quad(0\leqq k\leqq l)$$

이므로

$$\sum_{k=0}^{m}\frac{{}_{m+1}C_{k+1}}{{}_{m+5}C_{k+1}}=\boxed{\text{(다)}}\cdot\sum_{k=0}^{m}\frac{{}_mC_k}{{}_{m+4}C_k}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=0}^{m+1}\frac{{}_{m+1}C_k}{{}_{m+5}C_k}=\boxed{\text{(가)}}+\boxed{\text{(다)}}\cdot\sum_{k=0}^{m}\frac{{}_mC_k}{{}_{m+4}C_k}$$
$$=\frac{m+6}{5}$$

이다.

그러므로 모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	1	$\frac{l+2}{k+2}$	$\frac{m+1}{m+4}$
②	1	$\frac{l+1}{k+1}$	$\frac{m+1}{m+5}$
③	1	$\frac{l+1}{k+1}$	$\frac{m+1}{m+4}$
④	$m+1$	$\frac{l+1}{k+1}$	$\frac{m+1}{m+5}$
⑤	$m+1$	$\frac{l+2}{k+2}$	$\frac{m+1}{m+4}$

13. 이차정사각행렬 A와 행렬 $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$에 대하여

$(BA)^2=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$일 때, 행렬 $(AB)^2$은? [4점]

① $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$

14. 평면에서 그림의 오각형 ABCDE가

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\angle B=\angle E=90^\circ$

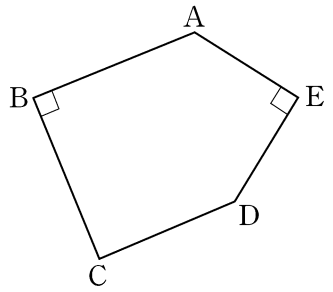
를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 선분 BE의 중점 M에 대하여 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}$와 $\overrightarrow{AM}$은 서로 평행하다.

ㄴ. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{ED}$

ㄷ. $|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{ED}|=|\overrightarrow{BE}|$

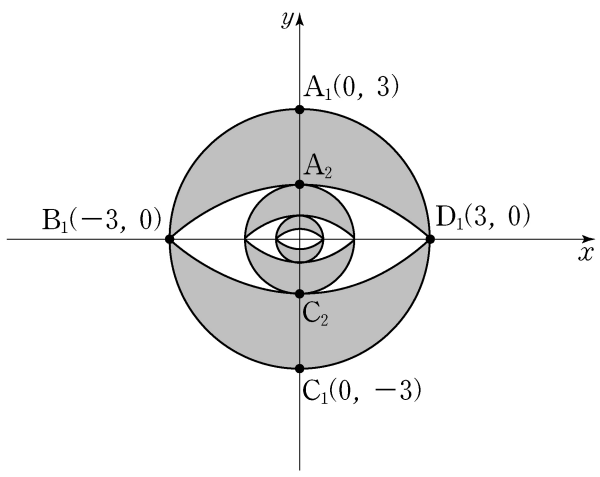


① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_1을 그리고, 원 O_1이 좌표축과 만나는 네 점을 각각 $A_1(0, 3)$, $B_1(-3, 0)$, $C_1(0, -3)$, $D_1(3, 0)$이라 하자. 두 점 B_1, D_1을 모두 지나고 두 점 A_1, C_1을 각각 중심으로 하는 두 원이 원 O_1의 내부에서 y축과 만나는 점을 각각 C_2, A_2라 하자.
호 $B_1A_1D_1$과 호 $B_1A_2D_1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1,
호 $B_1C_1D_1$과 호 $B_1C_2D_1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_1이라 하자.
선분 A_2C_2를 지름으로 하는 원 O_2를 그리고, 원 O_2가 x축과 만나는 두 점을 각각 B_2, D_2라 하자. 두 점 B_2, D_2를 모두 지나고 두 점 A_2, C_2를 각각 중심으로 하는 두 원이 원 O_2의 내부에서 y축과 만나는 점을 각각 C_3, A_3이라 하자.
호 $B_2A_2D_2$와 호 $B_2A_3D_2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2,
호 $B_2C_2D_2$와 호 $B_2C_3D_2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 호 $B_nA_nD_n$과 호 $B_nA_{n+1}D_n$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n, 호 $B_nC_nD_n$과 호 $B_nC_{n+1}D_n$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_n이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty}(S_n+T_n)$의 값은? [4점]



① $6(\sqrt{2}+1)$ ② $6(\sqrt{3}+1)$ ③ $6(\sqrt{5}+1)$
④ $9(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $9(\sqrt{3}+1)$

16. 자연수 $n(n \geq 2)$에 대하여 직선 $y=-x+n$과 곡선 $y=|\log_2 x|$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 a_n, $b_n(a_n < b_n)$이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_2 < \frac{1}{4}$

ㄴ. $0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ. $1-\frac{\log_2 n}{n} < \frac{b_n}{n} < 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x < 1$일 때, $g(x) = f(x)$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2) = g(x)$이다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(-1) = f(1)$이고 $f'(-1) = f'(1)$이면, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면, $f'(0)f'(1) < 0$이다.
ㄷ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1) > 0$이면, 구간 $(-\infty, -1)$에 $f'(c) = 0$인 c가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

18. 함수 $f(x) = (x^2+1)(x^2+x-2)$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

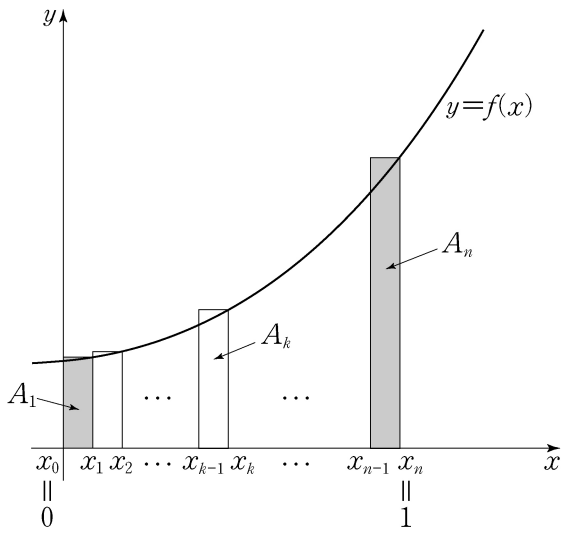
19. 무리방정식 $\sqrt{x^2-7x+15} = x^2-7x+9$의 모든 실근의 곱을 구하시오. [3점]

20. 좌표공간에서 직선 $\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{3}=z-1$에 수직이고 점 $(1,\ -5,\ 2)$를 지나는 평면의 방정식을 $2x+ay+bz+c=0$이라 할 때, $a+b+c$의 값을 구하시오. [3점]

21. 함수 $f(x)=x^2+ax+b$ $(a\geqq 0,\ b>0)$가 있다. 그림과 같이 2 이상인 자연수 n에 대하여 폐구간 $[0,\ 1]$을 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$$0=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=1$$

이라 하자. 폐구간 $[x_{k-1},\ x_k]$를 밑변으로 하고 높이가 $f(x_k)$인 직사각형의 넓이를 A_k라 하자. $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$



양 끝에 있는 두 직사각형의 넓이의 합이

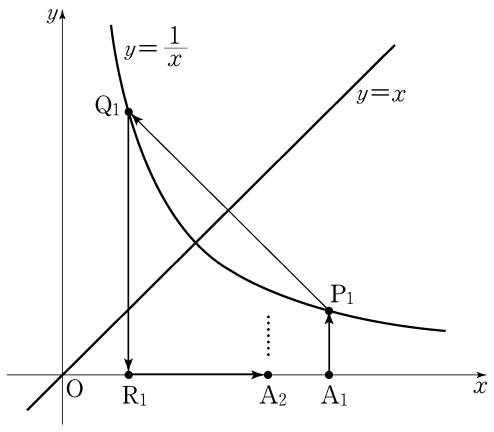
$$A_1+A_n=\frac{7n^2+1}{n^3}$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{8k}{n}A_k$의 값을 구하시오. [4점]

22. 자연수 n에 대하여 점 A_n이 x축 위의 점일 때, 점 A_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_1의 좌표는 $(2, 0)$이다.
(나) (1) 점 A_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\frac{1}{x}(x>0)$과 만나는 점을 P_n이라 한다.
(2) 점 P_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q_n이라 한다.
(3) 점 Q_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 R_n이라 한다.
(4) 점 R_n을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점을 A_{n+1}이라 한다.

점 A_n의 x좌표를 x_n이라 하자. $x_5=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]



23. 등비수열 $\{a_n\}$이 $a_2=\frac{1}{2}$, $a_5=\frac{1}{6}$을 만족시킨다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} a_{n+2}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

24. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$이 있다. 실수 $t\,(t\geqq -1)$에 대하여 $-1\leqq x\leqq t$에서 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라고 하자. $\int_{-1}^{1} g(t)\,dt=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 좌표공간에서 x축을 포함하고 xy평면과 이루는 각의 크기가 $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$인 평면을 α라 하자. 평면 α가 구 $x^2+y^2+z^2=1$과 만나서 생기는 도형의 xy평면 위로의 정사영이 영역 $\{(x,\ y,\ 0)|x+3y-2\leqq 0\}$에 포함되도록 하는 θ에 대하여 $\cos\theta$의 최댓값을 M이라 하자. $60M^2$의 값을 구하시오. [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

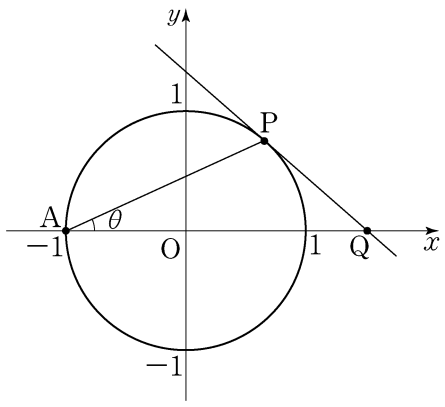
26. $\tan\theta = -\sqrt{2}$일 때, $\sin\theta\tan 2\theta$의 값은? (단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$) [3점]

① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

27. 곡선 $y=e^x$ 위의 점 $(1, e)$에서의 접선이 곡선 $y=2\sqrt{x-k}$에 접할 때, 실수 k의 값은? [3점]

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e^4}$
④ $\frac{1}{1+e}$ ⑤ $\frac{1}{1+e^2}$

28. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 점 A$(-1, 0)$과 원점 O에 대하여 $\angle PAO=\theta$라 할 때, $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{4}-0} \frac{\overline{PQ}-\overline{OQ}}{\theta-\frac{\pi}{4}}$의 값은? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



① 2 ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

29. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 정적분

$$\int_0^1 \{f'(x)g(1-x)-g'(x)f(1-x)\}dx$$

의 값을 k라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 \{f(x)g'(1-x)-g(x)f'(1-x)\}dx=-k$

ㄴ. $f(0)=f(1)$이고 $g(0)=g(1)$이면, $k=0$이다.

ㄷ. $f(x)=\ln(1+x^4)$이고 $g(x)=\sin\pi x$이면, $k=0$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$\begin{cases} x=4(\cos t+\sin t) \\ y=\cos 2t \end{cases} \qquad (0\le t\le 2\pi)$$

이다. 점 P가 $t=0$에서 $t=2\pi$까지 움직인 거리(경과 거리)를 $a\pi$라 할 때, a^2의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

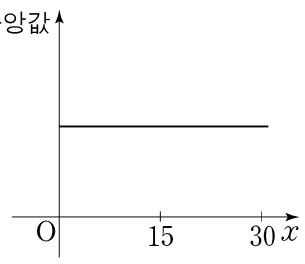
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

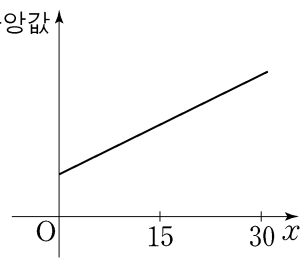
26. 다음 자료에서 x의 값에 따른 중앙값을 나타낸 함수의 그래프의 개형으로 알맞은 것은? (단, $x \geq 0$) [3점]

10, 28, x, 20, 8, 2, 25, 7, 17

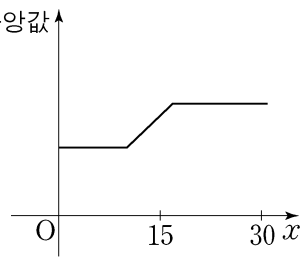
① 중앙값



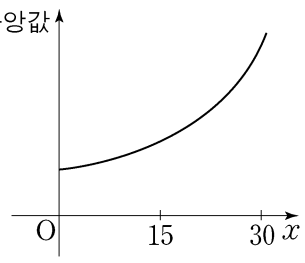
② 중앙값



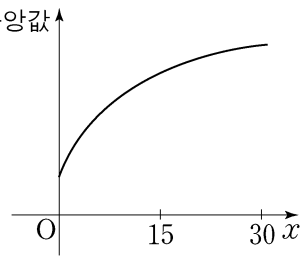
③ 중앙값



④ 중앙값



⑤ 중앙값



27. 어느 수학반에 남학생 3명, 여학생 2명으로 구성된 모둠이 10개 있다. 각 모둠에서 임의로 2명씩 선택할 때, 남학생들만 선택된 모둠의 수를 확률변수 X라고 하자. X의 평균 $\mathrm{E}(X)$의 값은? (단, 두 모둠 이상에 속한 학생은 없다.) [3점]

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

28. 세 코스 A, B, C를 순서대로 한 번씩 체험하는 수련장이 있다. A 코스에는 30개, B 코스에는 60개, C 코스에는 90개의 봉투가 마련되어 있고, 각 봉투에는 1장 또는 2장 또는 3장의 쿠폰이 들어 있다. 다음 표는 쿠폰 수에 따른 봉투의 수를 코스별로 나타낸 것이다.

코스 \ 쿠폰 수	1장	2장	3장	계
A	20	10	0	30
B	30	20	10	60
C	40	30	20	90

각 코스를 마친 학생은 그 코스에 있는 봉투를 임의로 1개 선택하여 봉투 속에 들어있는 쿠폰을 받는다. 첫째 번에 출발한 학생이 세 코스를 모두 체험한 후 받은 쿠폰이 모두 4장이었을 때, B 코스에서 받은 쿠폰이 2장일 확률은? [3점]

① $\frac{6}{23}$ ② $\frac{8}{23}$ ③ $\frac{10}{23}$ ④ $\frac{12}{23}$ ⑤ $\frac{14}{23}$

29. 어느 뼈 화석이 두 동물 A와 B 중에서 어느 동물의 것인지 판단하는 방법 가운데 한 가지는 특정 부위의 길이를 이용하는 것이다. 동물 A의 이 부위의 길이는 정규분포 $N(10, 0.4^2)$을 따르고, 동물 B의 이 부위의 길이는 정규분포 $N(12, 0.6^2)$을 따른다. 이 부위의 길이가 d 미만이면 동물 A의 화석으로 판단하고, d 이상이면 동물 B의 화석으로 판단한다. 동물 A의 화석을 동물 A의 화석으로 판단할 확률과 동물 B의 화석을 동물 B의 화석으로 판단할 확률이 같아지는 d의 값은? (단, 길이의 단위는 cm이다.) [4점]

① 10.4 ② 10.5 ③ 10.6 ④ 10.7 ⑤ 10.8

단답형

30. 도시 A에서 임의로 추출한 100명을 대상으로 가장 안전하다고 생각하는 교통수단을 조사한 결과, 고속버스를 택한 사람이 20명이었다. 이 결과를 이용하여 고속버스를 택한 사람의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하였더니 $[a, b]$이었다. 도시 B에서 임의로 추출한 n명을 대상으로 고속버스가 가장 안전한 교통수단이라고 생각하는 사람의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하려고 한다. 이 신뢰구간의 최대 허용 표본오차가 $\frac{b-a}{2}$ 이하가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 수열 $\{a_n\}$이

$$\begin{cases} a_1 = 2,\ a_2 = 5 \\ a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \quad (n \geq 3) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, a_5의 값은? [3점]

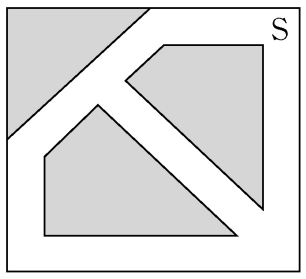
① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

27. 같은 종류의 사탕 5개를 3명의 아이에게 1개 이상씩 나누어 주고, 같은 종류의 초콜릿 5개를 1개의 사탕을 받은 아이에게만 1개 이상씩 나누어 주려고 한다. 사탕과 초콜릿을 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

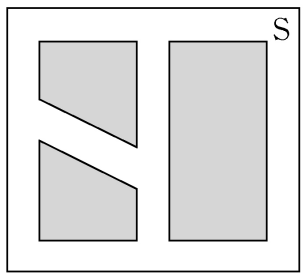
① 27 ② 24 ③ 21 ④ 18 ⑤ 15

28. 어느 미술관에서 입구와 출구가 같은 전시관의 벽에 그림을 전시하는데, 관람객들이 통로를 지나가며 좌우의 벽에 전시된 그림을 한 번에 관람하고 지나갈 수 있도록 하기 위한 전시관의 밑그림을 그리려고 한다. S에서 시작하여 한 번 지나간 통로는 다시 가지 않고 모든 통로를 지나서 다시 S에 도착하도록 그려진 것은? [3점]

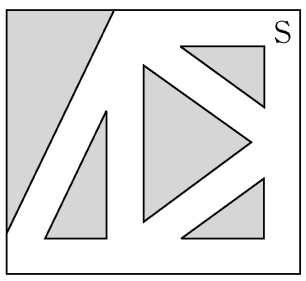
①



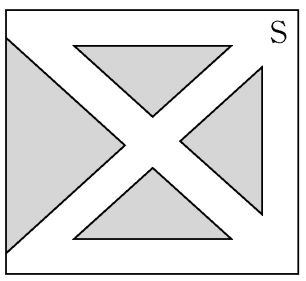
②



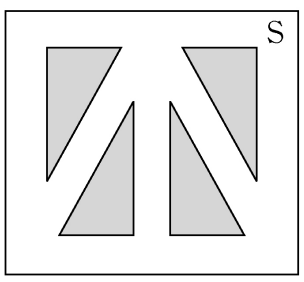
③



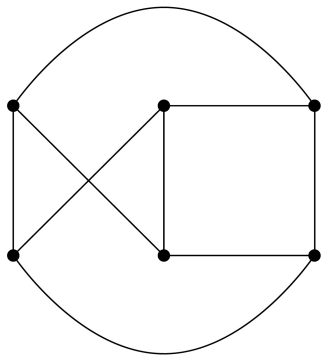
④



⑤



29. 다음 그래프 G에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. 그래프 G는 평면그래프이다.
ㄴ. 그래프 G는 해밀턴회로를 갖는다.
ㄷ. 그래프 G의 꼭짓점을 적절하게 색칠할 수 있는 최소의 색의 수는 2이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

단답형

30. 새로 구입한 컴퓨터에 필요한 몇 가지 소프트웨어의 품목별 설치용량(MB)과 가치(점)를 나타내었더니 다음과 같았다.

품목	설치용량(MB)	가치(점)
A	40	3
B	25	4
C	25	2
D	24	3
E	20	2
F	15	3
G	5	4

설치용량당 가치가 높은 것부터 차례로 설치하여 누적 가치가 15점 이상이 되려면 최소한 a(MB)의 용량이 필요하다. a의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2010학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수리 영역(나형)

홀수형

1. $27^{\frac{1}{3}}+\log_2 4$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $AB+2B$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

3. $\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)(3n-1)}{2n^2+1}$의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

4. 지수방정식 $2^x+2^{2-x}=5$의 모든 실근의 합은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B),\quad \mathrm{P}(A)\,\mathrm{P}(B)=\frac{1}{9}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 어느 회사원이 처리해야 할 업무는 A, B를 포함하여 모두 6가지이다. 이 중에서 A, B를 포함한 4가지 업무를 오늘 처리하려고 하는데, A를 B보다 먼저 처리해야 한다. 오늘 처리할 업무를 택하고, 택한 업무의 처리 순서를 정하는 경우의 수는? [3점]

① 60 ② 66 ③ 72 ④ 78 ⑤ 84

7. 철수가 받은 전자우편의 10%는 '여행'이라는 단어를 포함한다. '여행'을 포함한 전자우편의 50%가 광고이고, '여행'을 포함하지 않은 전자우편의 20%가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 '여행'을 포함할 확률은? [3점]

① $\frac{5}{23}$ ② $\frac{6}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{8}{23}$ ⑤ $\frac{9}{23}$

8. 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

확률변수 $7X$의 분산 $\mathrm{V}(7X)$의 값은? [3점]

① 14 ② 21 ③ 28 ④ 35 ⑤ 42

9. 어느 공장에서 생산되는 병의 내압강도는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르고, 내압강도가 40보다 작은 병은 불량품으로 분류한다. 이 공장의 공정능력을 평가하는 공정능력지수 G는

$$G=\frac{m-40}{3\sigma}$$

으로 계산한다. $G=0.8$일 때, 임의로 추출한 한 개의 병이 불량품일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \leqq Z \leqq z)$
2.2	0.4861
2.3	0.4893
2.4	0.4918
2.5	0.4938

① 0.0139 ② 0.0107 ③ 0.0082
④ 0.0062 ⑤ 0.0038

10. 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 t(℃)이고 개체중량이 w(g)일 때, A 조개와 B 조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_{A}, Q_{B}라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_{\mathrm{A}} = 0.01\,t^{1.25}w^{0.25}$$
$$Q_{\mathrm{B}} = 0.05\,t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이 20℃이고 A 조개와 B 조개의 개체중량이 각각 8g일 때, $\dfrac{Q_{\mathrm{A}}}{Q_{\mathrm{B}}}$의 값은 $2^a \times 5^b$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 유리수이다.) [3점]

① 0.15 ② 0.35 ③ 0.55
④ 0.75 ⑤ 0.95

11. x, y에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 5-\log_2 a & 2 \\ 3 & \log_2 a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 a값의 합은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

12. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 등식

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{{}_n\mathrm{C}_k}{{}_{n+4}\mathrm{C}_k} = \frac{n+5}{5}$$

가 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>
(1) $n=1$일 때,
(좌변)$= \dfrac{{}_1\mathrm{C}_0}{{}_5\mathrm{C}_0} + \dfrac{{}_1\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_1} = \dfrac{6}{5}$, (우변)$= \dfrac{1+5}{5} = \dfrac{6}{5}$
이므로 주어진 등식은 성립한다.
(2) $n=m$일 때, 등식

$$\sum_{k=0}^{m} \frac{{}_m\mathrm{C}_k}{{}_{m+4}\mathrm{C}_k} = \frac{m+5}{5}$$

가 성립한다고 가정하자. $n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=0}^{m+1} \frac{{}_{m+1}\mathrm{C}_k}{{}_{m+5}\mathrm{C}_k} = \boxed{\text{(가)}} + \sum_{k=0}^{m} \frac{{}_{m+1}\mathrm{C}_{k+1}}{{}_{m+5}\mathrm{C}_{k+1}}$$

이다. 자연수 l에 대하여

$${}_{l+1}\mathrm{C}_{k+1} = \boxed{\text{(나)}} \cdot {}_l\mathrm{C}_k \quad (0 \leqq k \leqq l)$$

이므로

$$\sum_{k=0}^{m} \frac{{}_{m+1}\mathrm{C}_{k+1}}{{}_{m+5}\mathrm{C}_{k+1}} = \boxed{\text{(다)}} \cdot \sum_{k=0}^{m} \frac{{}_m\mathrm{C}_k}{{}_{m+4}\mathrm{C}_k}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=0}^{m+1} \frac{{}_{m+1}\mathrm{C}_k}{{}_{m+5}\mathrm{C}_k} = \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(다)}} \cdot \sum_{k=0}^{m} \frac{{}_m\mathrm{C}_k}{{}_{m+4}\mathrm{C}_k}$$
$$= \frac{m+6}{5}$$

이다.
그러므로 모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	1	$\dfrac{l+2}{k+2}$	$\dfrac{m+1}{m+4}$
②	1	$\dfrac{l+1}{k+1}$	$\dfrac{m+1}{m+5}$
③	1	$\dfrac{l+1}{k+1}$	$\dfrac{m+1}{m+4}$
④	$m+1$	$\dfrac{l+1}{k+1}$	$\dfrac{m+1}{m+5}$
⑤	$m+1$	$\dfrac{l+2}{k+2}$	$\dfrac{m+1}{m+4}$

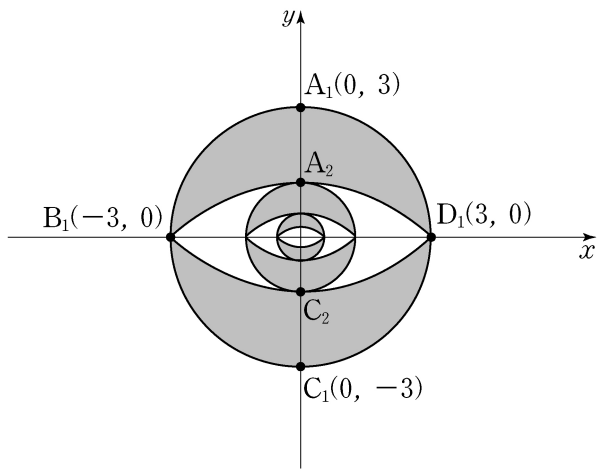
13. 이차정사각행렬 A와 행렬 $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 $(BA)^2=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$일 때, 행렬 $(AB)^2$은? [4점]

① $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$

14. 두 인형 A, B에게 색이 정해지지 않은 셔츠와 바지를 모두 입힌 후, 입힌 옷의 색을 정하는 컴퓨터 게임이 있다. 서로 다른 모양의 셔츠와 바지가 각각 3개씩 있고, 각 옷의 색은 빨강과 초록 중 하나를 정한다. 한 인형에게 입힌 셔츠와 바지는 다른 인형에게 입히지 않는다. A 인형의 셔츠와 바지의 색은 서로 다르게 정하고, B 인형의 셔츠와 바지의 색도 서로 다르게 정한다. 이 게임에서 두 인형 A, B에게 셔츠와 바지를 입히고 색을 정할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? [4점]

① 252 ② 216 ③ 180 ④ 144 ⑤ 108

15. 그림과 같이 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_1을 그리고, 원 O_1이 좌표축과 만나는 네 점을 각각 $A_1(0, 3)$, $B_1(-3, 0)$, $C_1(0, -3)$, $D_1(3, 0)$이라 하자. 두 점 B_1, D_1을 모두 지나고 두 점 A_1, C_1을 각각 중심으로 하는 두 원이 원 O_1의 내부에서 y축과 만나는 점을 각각 C_2, A_2라 하자.
호 $B_1A_1D_1$과 호 $B_1A_2D_1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1, 호 $B_1C_1D_1$과 호 $B_1C_2D_1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_1이라 하자.
선분 A_2C_2를 지름으로 하는 원 O_2를 그리고, 원 O_2가 x축과 만나는 두 점을 각각 B_2, D_2라 하자. 두 점 B_2, D_2를 모두 지나고 두 점 A_2, C_2를 각각 중심으로 하는 두 원이 원 O_2의 내부에서 y축과 만나는 점을 각각 C_3, A_3이라 하자.
호 $B_2A_2D_2$와 호 $B_2A_3D_2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2, 호 $B_2C_2D_2$와 호 $B_2C_3D_2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 호 $B_nA_nD_n$과 호 $B_nA_{n+1}D_n$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n, 호 $B_nC_nD_n$과 호 $B_nC_{n+1}D_n$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(S_n+T_n)$의 값은? [4점]



① $6(\sqrt{2}+1)$ ② $6(\sqrt{3}+1)$ ③ $6(\sqrt{5}+1)$
④ $9(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $9(\sqrt{3}+1)$

16. 자연수 $n(n \geq 2)$에 대하여 직선 $y=-x+n$과 곡선 $y=|\log_2 x|$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 a_n, $b_n(a_n < b_n)$이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_2 < \frac{1}{4}$

ㄴ. $0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ. $1-\frac{\log_2 n}{n} < \frac{b_n}{n} < 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 10보다 작은 자연수 n에 대하여 $\left(\frac{n}{10}\right)^{10}$이 소수 여섯째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타날 때, n의 값은? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$로 계산한다.) [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

18. 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2+a_4=8$, $a_7=52$를 만족시킬 때, 공차를 구하시오. [3점]

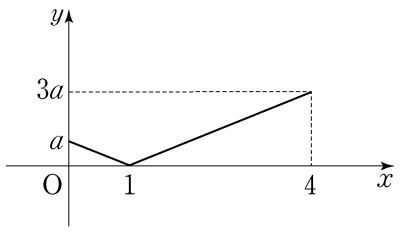
19. 다항식 $(1+x)^n$의 전개식에서 x^2의 계수가 45일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

20. 로그부등식

$$\log_2 x \leq \log_4(12x+28)$$

을 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하시오. [3점]

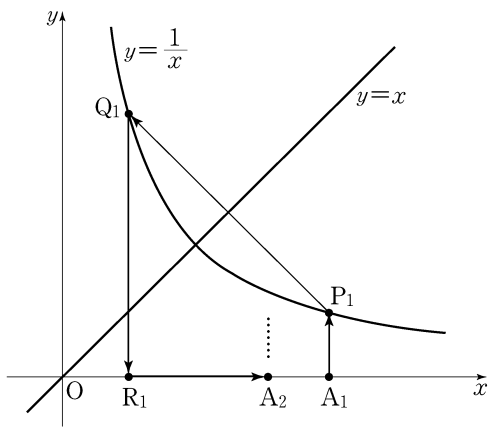
21. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \leqq X \leqq 4$이고 X의 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다. $100\,\mathrm{P}(0 \leqq X \leqq 2)$의 값을 구하시오. [4점]



22. 자연수 n에 대하여 점 A_n이 x축 위의 점일 때, 점 A_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_1의 좌표는 $(2, 0)$이다.
(나) (1) 점 A_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\frac{1}{x}(x>0)$과 만나는 점을 P_n이라 한다.
(2) 점 P_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q_n이라 한다.
(3) 점 Q_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 R_n이라 한다.
(4) 점 R_n을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점을 A_{n+1}이라 한다.

점 A_n의 x좌표를 x_n이라 하자. $x_5=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]



23. 등비수열 $\{a_n\}$이 $a_2=\frac{1}{2}$, $a_5=\frac{1}{6}$을 만족시킨다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} a_{n+2}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

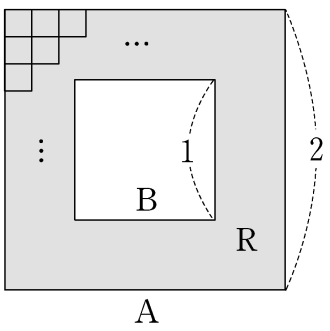
24. 두 자연수 a와 b에 대하여 세 수 a^n, $2^4\times3^6$, b^n이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, ab의 최솟값을 구하시오. (단, n은 자연수이다.) [4점]

25. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 A와 한 변의 길이가 1인 정사각형 B는 변이 서로 평행하고, A의 두 대각선의 교점과 B의 두 대각선의 교점이 일치하도록 놓여 있다. A와 A의 내부에서 B의 내부를 제외한 영역을 R라 하자.

2 이상인 자연수 n에 대하여 한 변의 길이가 $\frac{1}{n}$인 작은 정사각형을 다음 규칙에 따라 R에 그린다.

> (가) 작은 정사각형의 한 변은 A의 한 변에 평행하다.
> (나) 작은 정사각형들의 내부는 서로 겹치지 않도록 한다.

이와 같은 규칙에 따라 R에 그릴 수 있는 한 변의 길이가 $\frac{1}{n}$인 작은 정사각형의 최대 개수를 a_n이라 하자. 예를 들어, $a_2=12$, $a_3=20$이다. $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{2n+1}-a_{2n}}{a_{2n}-a_{2n-1}}=c$라 할 때, $100c$의 값을 구하시오. [4점]



5지선다형

26. 수열 $\{a_n\}$이 $a_{n+1}-a_n=2n$을 만족시킨다. $a_{10}=94$일 때, a_1의 값은? [3점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

27. 어느 방송사의 '○○ 뉴스'의 방송시간은 평균이 50분, 표준편차가 2분인 정규분포를 따른다. 방송된 '○○ 뉴스'를 대상으로 크기가 9인 표본을 임의추출하여 조사한 방송시간의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(49\leqq\overline{X}\leqq 51)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0\leqq Z\leqq z)$
1.5	0.4332
1.6	0.4452
1.7	0.4554
1.8	0.4641

① 0.8664 ② 0.8904 ③ 0.9108
④ 0.9282 ⑤ 0.9452

28. 이차정사각행렬 A와 B에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, O은 영행렬이고, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $(A+B)^2=(A-B)^2$이면 $AB=O$이다.
ㄴ. $A^2=E$, $B^2=B$이면 $(ABA)^2=ABA$이다.
ㄷ. $A(A+E)=E$, $AB=-E$이면 $B^2=A+2E$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

29. 각 면에 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기로 한다. 이 상자를 3번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4이고 세 번째 나온 수가 홀수일 확률은? [4점]

① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{11}{54}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{13}{54}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

단답형

30. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 수열 $\{S_{2n-1}\}$은 공차가 -3인 등차수열이고, 수열 $\{S_{2n}\}$은 공차가 2인 등차수열이다. $a_2=1$일 때, a_8의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.