< 2015학년도 논술고사 자연계II(일) >

논 술 출 제 개 요

2015학년도 경희대학교 자연계II 논술고사는 자연계 고교 교과과목의 기본 개념들에 대한 이해도와 응용력에 바탕을 두고, 창의적인 사고의 틀 안에서 학생들의 이해 능력, 합리적 이며 논리적인 사고 능력, 기본개념의 해석력, 그리고 논리적 설명 능력을 측정할 수 있도록 출제되었다. 따라서 고등학교 교과 교육을 충실히 이수한 학생이라면 누구든지 풀 수 있는 문제로 구성하였다. 각 논제별 출제개요는 다음과 같다.

논제 I의 수학에서는 물을 일정한 규칙을 가지고 단계별로 채우고 있는 과정에서 사용할 최적의 용기를 제작하는 문제로 이를 고등학교 교과과정에서 학습한 내용을 적용하여 해결하는 능력을 파악하고자 하였다. 논제 I-1 에서는 수열의 귀납법 정의를 이용하여 각 단계에 용기에 담겨있는 물의 양을 표현한 후 물의 양에 관한 성질을 수학적 귀납법을 이용하여 논리적으로 서술하도록 하였다. 논제 I-2에서는 논제 I-1의 결과와 수열의 귀납적 정의를 이용하여 물의 양이 계속 증가함을 논리적으로 설명하도록 하였다. 논제 I-3에서는 제시문에서 주어진 방법을 적용하여 수열의 귀납적 정의를 변형시켜 수열의 일반항을 찾고 그 극한값을 계산하도록 하였다. 논제 I-4는 모든 단계에서 물이 넘치지 않으면서 최소의 겉넓이를 가지는 용기를 설계하는 것에 관한 문제이며, 세 번째 논제의 결과와 공간에서 평면 및 직선의 위치관계, 입체의 부피 및 표면적, 정사영, 그리고 함수의 미분을 이용하여 종합적으로 문제를 해결할 수 있는지 파악하고자 하였다.

논제 II의 과학-물리에서는 “힘과 운동”에서 다루고 있는 기본 개념들인 등속도 운동, 단진동, 역학적 에너지 보존의 법칙을 잘 이해하고 있는 지 평가하고자 하였다. 운동에너지가 용수철의 위치에너지로 변환되는 것을 이해하고 이를 바탕으로 용수철의 운동을 이해할 수 있는지와 이를 위해 단진자의 위치에너지와 운동에너지의 관계 및 주기에 대한 내용을 문제에서 다루고 있다. 단진자 운동을 정성적으로 이해하고, 물리량들을 정량적으로 계산할 수 있는 능력을 파악하고자 하였다. 그리고 “전하와 전기장”에서 다루고 있는 축전기의 전위차와 저장된 전하량의 관계를 이해하고 축전기의 직렬연결과 병렬연결에 의한 전기용량의 변화에 따른 일과 전기 에너지를 정량적으로 계산할 수 있는 능력을 파악하고자 하였다.

논제 II의 과학-화학에서는 분자의 입체구조에 따른 분자의 극성과 분자 간 상호작용을 고려하여 용액의 특성과 관련지어 사고 할 수 있는지를 파악하고자 하였다. 그리고 산화-환원 반응의 기본 개념을 이해하고, 주어진 특정 산화-환원 반응에 응용할 수 있는 창의적 문제 해결 능력을 파악하고자 하였다.

논제 II의 과학-생명과학에서는 지구상의 대부분의 생명체가 생존하기 위하여 필요한 에너지 및 물질 대사의 흐름에 대한 개념의 이해도를 측정하고자 하였다. 지구상의 대부분의 생명체는 태양으로부터 오는 에너지에 의존하고 있는데, 즉, 태양의 빛에너지는 광합성에 의하여 포도당 등의 유기 화합물에 화학 결합 에너지를 저장되고, 이러한 화학 결합 에너지는 다시 세포 호흡 등으로 ATP와 같은 고에너지 화학 결합 에너지로 전환됨으로써 수많은 생명 활동에 사용된다. 효소는 이러한 에너지 전환 과정을 효과적으로 진행되게 한다. 본 논술 고사는 수험생들이 이러한 에너지 전환 과정을 산화-환원 반응 관점에서 이해하고 있는 지를 측정하는 한편, 이러한 에너지 전환 과정을 효과적으로 일으키게 하는 단백질인 효소에 대한 이해도도 함께 측정하고자 하였다.

<논제 I 출처>

고등학교 수학I, 이준열 외 9인, 천재교육, 2013
고등학교 수학I, 최용준 외 9인, 천재교육, 2013
고등학교 수학I, 황선욱 외 12인, 좋은책신사고, 2013
고등학교 수학I, 유희찬 외 12인, ㈜미래엔, 2013
고등학교 수학I, 정상권 외 8인, ㈜금성출판사, 2014
고등학교 기하와 벡터, 황석근 외 12인, ㈜교학사, 2013
고등학교 수학II, 최용준 외 9인, 천재교육, 2013

<논제 II-과학-물리 출처>

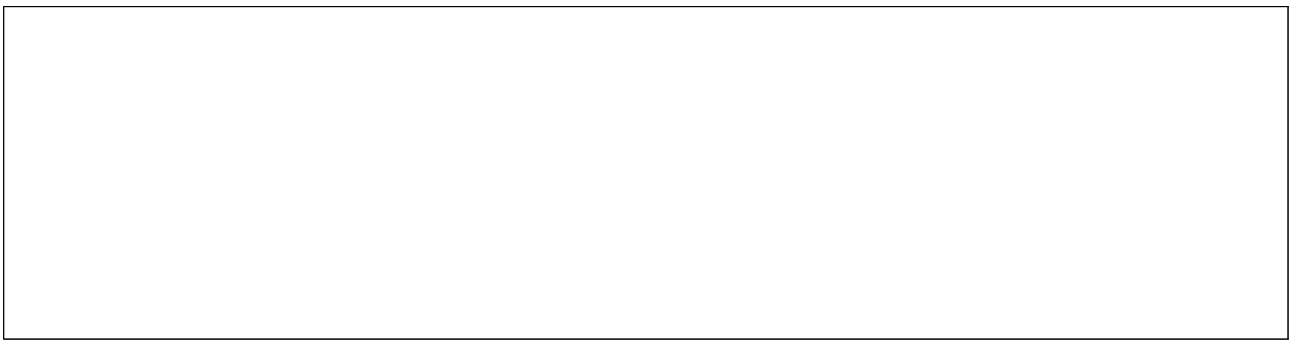
고등학교 물리I, II 곽성일 외 7인, 천재교육 2011
고등학교 물리I, II 김영민 외 7인, 교학사 2011
EBS 물리I, II 김상욱 외 5인, 한국교육방송공사 2013

<논제 II-과학-화학 출처>

고등학교 화학 II, 노태희 외 7인, 천재교육, 2011.
고등학교 화학 II, 류해일 외 7인, 비상교육, 2011.
고등학교 화학 I, 노태희 외 7인, 천재교육, 2011.
EBS 수능특강 과학탐구영역 화학 I, 고영석 외 5인, EBS, 2014.
고등학교 화학 I, 노태희 외 7인, 천재교육, 2011.
고등학교 화학 II, 류해일 외 7인, 비상교육, 2011.

<논제 II -과학-생명과학 출처>

고등학교 생명과학I, II, 이길재 외 7인, 2013, 상상아카데미
고등학교 생명과학I, 박희송외 4인, 2013, 교학사.
고등학교 생명과학I, II, 권혁빈 외 5인, 2014, 교학사
EBS 생명과학II, 곽세근 외 5인, 2013, 한국교육방송공사
고등학교 생명과학I, II, 심규철 외 5인, 2013, 비상교육
EBS 수능특강 생명과학I, II, 송점석 외 5인, 2014, 한국교육방송공사
고등학교 생명과학I, II, 이준규 외 5인, 2014, 천재교육



<2015학년도 논술고사-자연계II-수학>

1. 채점 기준

1) <논제 I> (100점 만점/60점 기본 점수)

<논제 I-1> (8점 = 2+ 2 + 4)

<2점> [핵심문구] n번째 단계에서 물의 양은 다음 점화식으로 표현될 수 있다.

$$V_1 = 1,\ V_{n+1} = V_n - \frac{1}{4}V_n^2 + 1\ (n \geq 1)$$

<2점> [핵심문구] $n = 1$ 일 때, $V_1 = 1$이므로 만족한다.

<4점> [핵심문구] $n = k$일 때, $0 < V_k < 2$가 성립한다고 가정하면,

$$V_{k+1} = -\frac{1}{4}(V_k - 2)^2 + 2\text{이고}$$

$$0 < V_k < 2\text{이므로 } 1 < -\frac{1}{4}(V_k - 2)^2 + 2 < 2\text{이다.}$$

그러므로 $0 < V_{k+1} < 2$이고 $n = k+1$일 때 명제가 성립한다.

(별해) (8점 = 2+ 2 + 4)

<2점> [핵심문구] $f(x) = x - \frac{1}{4}x^2 + 1$로 두면 $V_{k+1} = f(V_k)$

<2점> [핵심문구] $n = 1$ 일 때, $V_1 = 1$이므로 만족한다.

<4점> [핵심문구] $n = k$일 때, $0 < V_k < 2$가 성립한다고 가정하면,

$0 < x < 2$에서 $0 < f(x) < 2$ 이므로 $0 < V_{k+1}(= f(V_k)) < 2$ 이다.

<논제 I-2> (8점 = 4 + 4)

<4점> [핵심문구] $V_{n+1} - V_n = -\frac{1}{4}V_n^2 + 1$

<4점> [핵심문구] [논제I-1]로부터 모든 자연수 n에 대하여 $0 < V_n < 2$이므로 모든 n에

대하여 $-\frac{1}{4}V_n^2 + 1 > 0$이므로 $V_{n+1} - V_n > 0$이다.

(별해) (8점 = 4 + 4)

<4점> [핵심문구] $f(x) = x - \frac{1}{4}x^2 + 1$로 두면 $V_{k+1} = f(V_k)$ 이고

$f(x)$는 구간 $0 < x < 2$에서 증가함수

<4점> [핵심문구] $V_2 > V_1$ 이고, $V_{k+1} > V_k$ 라 가정하면 $f(V_{k+1}) > f(V_k)$ 이므로

$V_{k+2} > V_{k+1}$ (수학적 귀납법을 사용한 증명도 허용)

<논제 I-3> (10점 = 2 + 4+ 2+ 2)

<2점> [핵심문구] $V_{n+1}=V_n-\frac{1}{4}V_n^2+1$ 을 변형하여 $2-V_{n+1}=\frac{1}{4}(2-V_n)^2$ 을 얻는다.

<4점> [핵심문구] $a_n=2-V_n$ 이라고 두면 $a_{n+1}=\frac{1}{4}a_n^2$ 이고 [논제I-1]의 결과로부터 모든 $n\geq 1$에 관하여 $a_n>0$이다. 따라서 등식 $a_{n+1}=\frac{1}{4}a_n^2$ 의 양변에 $\log_2$ 를 취하고 $b_n=\log_2 a_n$ 으로 두면 $b_{n+1}-2=2(b_n-2)$ 이므로 b_n-2 은 공비가 2이고 초항이 $b_1-2=-2$ 인 등비수열이다. 즉, $b_n-2=2^{n-1}(-2)=-2^n$이다.

<2점> [핵심문구] $V_n=2-a_n=2-2^{2-2^n}$

<2점> [핵심문구] $\lim_{n\to\infty}V_n=2$

(별해) (10점 = 2 + 3+ 3+ 2)

<2점> [핵심문구] $V_{n+1}=V_n-\frac{1}{4}V_n^2+1$ 을 변형하여 $2-V_{n+1}=\frac{1}{4}(2-V_n)^2$ 을 얻는다.

<3점> [핵심문구] $a_n=2-V_n$ 으로 두고 규칙을 살펴보면 $a_n=2^{-2-2^2-2^3\cdots-2^{n-1}}$ 이다.

<3점> [핵심문구] $2+2^2+2^3+\cdots+2^{n-1}=2^n-2$ 이므로, $V_n=2-a_n=2-2^{2-2^n}$이다.

<2점> [핵심문구] $\lim_{n\to\infty}V_n=2$ 이다.

<논제 I-4> (14점 = 2 + 2 + 2 + 4 + 2 + 2)

<2점> [핵심문구] $\tan\theta=\frac{2r}{h}$

<2점> [핵심문구] $\frac{1}{2}\times$원기둥의 부피$=2$ 혹은 $\frac{1}{2}\pi r^2h=2$

<2점> [핵심문구] 용기의 겉넓이는 $f=\pi r^2+\pi rh=\pi r^2+\frac{4}{r}$

<4점> [핵심문구] $f'(r)=\frac{2\pi}{r^2}\left(r^3-\frac{2}{\pi}\right)$이고 $f(r)$은 $r=\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$ 에서 최솟값을 가진다.

이때, $h=\frac{4}{\pi r^2}=2\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$ 이고, $\tan\theta=\frac{2r}{h}=1$이다.

<2점> [핵심문구] 용기를 물로 가득 채웠을 때 용기의 밑면은 물의 표면의 정사영이 되므로, 두 넓이는 $S_0=S\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=S\sin\theta$ 를 만족한다.

<2점> [핵심문구] $\frac{S}{S_0}=\frac{1}{\sin\theta}=\sqrt{2}$ 이고 두 넓이의 비와 가장 가까운 자연수는 1

2015학년도 논술고사 예시답안(자연계II)

논제 I-수학

[논제 I-1]

n번째 단계에서 물의 양은 다음 점화식으로 표현될 수 있다.

$V_1 = 1,\ V_{n+1} = V_n - \frac{1}{4}V_n^2 + 1\ (n \geq 1)$

명제 $0 < V_n < 2$가 모든 n에 대하여 성립함을 보이자.

$n = 1$일 때, $V_1 = 1$이므로 만족한다.

$n = k$일 때, $0 < V_k < 2$가 성립한다고 가정하면,

$V_{k+1} = V_k - \frac{1}{4}V_k^2 + 1$에서 $V_{k+1} = -\frac{1}{4}(V_k - 2)^2 + 2$이고

$0 < V_k < 2$이므로 $1 < -\frac{1}{4}(V_k - 2)^2 + 2 < 2$이다.

그러므로 $0 < V_{k+1} < 2$이고 $n = k+1$일 때 명제가 성립한다.

따라서 모든 자연수 n에 대하여 $0 < V_n < 2$이 성립한다.

[논제 I-2]

임의의 자연수 n에 대하여 $V_{n+1} > V_n$임을 보이자.

$V_{n+1} - V_n = -\frac{1}{4}V_n^2 + 1$이고 [논제 I-1]의 결과로부터

모든 자연수 n에 대하여 $0 < V_n < 2$이다.

이를 이용하면 모든 n에 대하여 $-\frac{1}{4}V_n^2 + 1 > 0$이므로 $V_{n+1} - V_n > 0$이다.

따라서 용기에 담긴 물의 양 V_n은 n이 커짐에 따라 증가한다.

[논제 I-3]

점화식 $V_{n+1} = V_n - \frac{1}{4}V_n^2 + 1$을 $2 - V_{n+1} = \frac{1}{4}(2 - V_n)^2$로 변형한다.

여기서 $a_n = 2 - V_n$이라고 두면 $a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n^2$이다.

[논제I-1]의 결과로부터 모든 $n \geq 1$에 관하여 $a_n > 0$이다.

따라서 등식 $a_{n+1}=\frac{1}{4}a_n^{\,2}$의 양변에 $\log_2$를 취하면, $\log_2 a_{n+1}=-2+2\log_2 a_n$이다.

이때, $b_n=\log_2 a_n$으로 두면 $b_{n+1}-2=2(b_n-2)$이므로

수열 $\{b_n-2\}$는 공비가 2이고 초항이 $b_1-2=-2$인 등비수열이다.

즉, $b_n-2=(-2)\cdot 2^{n-1}=-2^n$이고 $a_n=2^{b_n}=2^{2-2^n}$이다.

따라서 $V_n=2-a_n=2-2^{2-2^n}$이고 $\lim_{n\to\infty} V_n=2$이다.

[논제 I-4]

원기둥의 밑면의 반지름을 r, 원기둥의 높이를 h라 하자.

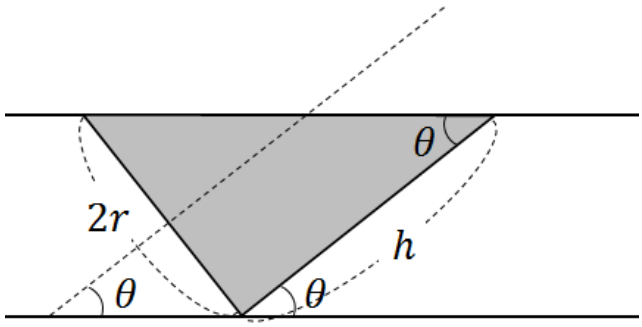
물이 넘치지 않게 최소의 겉넓이를 가지도록 용기를 만들려면,

아래 두 조건을 만족하는

θ, h, r 중 용기의 겉넓이가 최소가 되는 값을 찾으면 된다.

조건 1. $\tan\theta=\frac{2r}{h}$

조건 2. $\frac{1}{2}\times$원기둥의 부피$=2$



$\frac{1}{2}\pi r^2 h=2$, $\tan\theta=\frac{2r}{h}$, 그리고 용기의 겉넓이는 $f=\pi r^2+\pi rh$ 이다.

$\frac{1}{2}\pi r^2 h=2$를 이용하면, $h=\frac{4}{\pi r^2}$이므로 $f=\pi r^2+\frac{4}{r}$이다.

f는 r에 관한 함수이고 $r>0$에서 미분가능하므로, $f'(r)=\frac{2\pi}{r^2}\left(r^3-\frac{2}{\pi}\right)$ 이다.

미분의 결과로서 $r>0$인 구간에서 $f(r)$은 $r=\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$ 에서 최댓값을 가진다.

이때, $h=\frac{4}{\pi r^2}=2\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$ 이고, $\tan\theta=\frac{2r}{h}=1$이다.

용기를 물로 가득 채웠을 때 용기의 밑면은 물의 표면의 정사영이 되므로,

두 넓이는 $S_0=S\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=S\sin\theta$를 만족한다.

따라서 $\frac{S}{S_0}=\frac{1}{\sin\theta}=\sqrt{2}$ 이고 두 넓이의 비와 가장 가까운 자연수는 1이다.

<2015학년도 논술고사-자연계II-과학-물리>

1) <논제 II> (100점 만점/60점 기본 점수)

(논제 II-1)

① <3점> $K_{상자} = \frac{1}{2} m_{상자} v_{상자}^2 = \frac{1}{2} \times 1(kg) \times (2(m/s))^2 = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 4(N/m) \times x^2 = 2(J)$

$x = 1(m)$

② <2점> 상자가 용수철과 충돌한 후 순간속도가 0이 되는 데 걸리는 시간($t_{충돌후}$)은 상자가 용수철에 작용할 때의 1/4 주기에 해당

③ <2점> $t_{충돌후} = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4} \sqrt{\frac{m_{상자}}{k}} = \frac{2 \times 3}{4} \sqrt{\frac{1(kg)}{4(N/m)}} = \frac{3}{4}(s).$

④ <3점> $v_{평균} = \frac{s_{충돌전} + s_{출동후}}{t_{충돌전} + t_{충돌후}} = \frac{s_{충돌전} + x}{s_{충돌전}/v_{충돌전} + T/4} = \frac{2+1}{1+3/4} = \frac{12}{7}(m/s).$

(논제 II-2)

① <2점> 운동에너지가 모두 위치에너지로 변환.

② <4점> $U_{추} = mgh = K_{추} = \frac{1}{2} mv^2 = 1(kg) \times 10(m/s^2) \times 0.1(m) = \frac{1}{2} \times 1(kg) \times v^2 = 1(J),$

$v = \sqrt{2}(m/s)$

③ <4점> $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{l}{10}} = 3(s),\ l = 2.5(m).$

(논제 II-3)

① <2점> 두 축전기의 전체 전기 용량은 $C + \frac{1}{3} C = \frac{4}{3} C$.

② <2점> 두 축전기의 전체 전하량 $2Q = \frac{4}{3} CV$ 이므로 $V = \frac{3Q}{2C}.$

③ <2점> 두 축전기를 도선으로 연결시킨 후의 전기 에너지 $U = \frac{1}{2}(\frac{4}{3} C) V^2 = \frac{1}{2}(\frac{4}{3} C) \times (\frac{9Q^2}{4C^2}) = \frac{3}{2} \frac{Q^2}{C}.$

④ <2점> 초기 두 축전기의 전기 에너지 $U_0 = 2 \times (\frac{Q^2}{2C}) = \frac{Q^2}{C}.$

⑤ <2점> 필요한 일 $W = U - U_0 = \frac{3Q^2}{2C} - \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$

(논제 II-4)

① <2점> 축전기 A에 충전된 전하량 $Q_A = 30 \times 10^{-6}\,\mathrm{F} \times 4\,\mathrm{V} = 1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{C}$.

② <2점> 축전기 B에 충전된 전하량 $Q_B = 40 \times 10^{-6}\,\mathrm{F} \times 4\,\mathrm{V} = 1.6 \times 10^{-4}\,\mathrm{C}$.

③ <3점> 축전기 A에 저장된 전기 에너지 $U_A = \frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-6}\,\mathrm{F} \times (2\,\mathrm{V})^2 = 6 \times 10^{-5}\,\mathrm{J}\ (= 60\,\mu\mathrm{J})$

.

④ <3점> 축전기 B에 저장된 전기 에너지

$U_B = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-6}\,\mathrm{F} \times (6\,\mathrm{V})^2 = 7.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}\,(= 720\,\mu\mathrm{J})$.

※ 채점시 유의사항

(1) 풀이과정에서 수식 계산 없이도 올바른 물리개념이 적용되어 동일한 결과를 기술하였다면 정답으로 간주한다.
(2) 부분적인 오류로 답이 틀리더라도 주요개념이 올바르게 들어가면 부분점수를 줄 수 있다.
(3) 풀이 순서는 바뀌어도 된다.

2015학년도 논술고사 예시답안(자연계II)

논제 II-과학-물리

[논제 II-1]

(1) 상자가 이동하여 용수철과 충돌하면서 상자의 운동에너지가 용수철의 위치에너지로 변환이 되므로, $K_{상자}=\frac{1}{2}m_{상자}v_{상자}^2=\frac{1}{2}\times 1(kg)\times(2(m/s))^2=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}\times 4(N/m)\times x^2=2(J)$로 주어진다.

여기서 용수철의 변위의 크기 $x=1(m)$를 얻게 된다.

상자가 용수철과 충돌한 후 순간속도가 0이 되는 데 걸리는 시간($t_{충돌후}$)은 상자가 용수철에 작용할 때의 1/4 주기에 해당하므로,

$t_{충돌후}=\frac{T}{4}=\frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{m_{상자}}{k}}=\frac{2\times 3}{4}\sqrt{\frac{1(kg)}{4(N/m)}}=\frac{3}{4}(s)$로 주어진다.

평균 속도는 $v_{평균}=\frac{s_{충돌전}+s_{출동후}}{t_{충돌전}+t_{충돌후}}=\frac{s_{충돌전}+x}{s_{충돌전}/v_{충돌전}+T/4}=\frac{2+1}{1+3/4}=\frac{12}{7}(m/s)$를 얻게 된다.

(2) 상자가 갑자기 정지할 경우 상자와 함께 등속도 운동하고 있는 추는 단진자 운동을 하게 된다. 이 단진자 운동에서 추가 최고높이에 도달하는 순간, 추의 위치에너지는 상자가 정지하기 전 추의 운동에너지와 같다.

즉, $U_{추}=mgh=K_{추}=\frac{1}{2}mv^2=1(kg)\times 10(m/s^2)\times 0.1(m)=\frac{1}{2}\times 1(kg)\times v^2=1(J)$로부터

상자의 속도 $v=\sqrt{2}(m/s)$임을 알 수 있다.

또한, 단진자의 주기를 3초로 만들기 위해서는 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=2\times 3\times\sqrt{\frac{l}{10}}=3(s)$으로부터 $l=2.5\,\mathrm{m}$을 얻을 수 있다. 즉, 단진자의 실의 길이 $2.5(m)$로 두면 된다.

[논제 II-2]

(1) 평행판 축전기의 전기 용량은 $\epsilon_0\times\frac{S(\text{축전기의 면적})}{d(\text{전극판 사이의 거리})}$ 이므로 전극판 사이의 거리를 3배로 증가 시키면 축전기의 전기 용량은 $\frac{1}{3}C$ 이다. 따라서 병렬 연결된 두 축전기의 전체 전기 용량은 $C+\frac{1}{3}C=\frac{4}{3}C$ 이다. 두 축전기에 충전된 전체 전하량 $2Q=\frac{4}{3}CV$ 이므로 $V=\frac{3Q}{2C}$ 이다.

두 축전기를 도선으로 연결시킨 후의 전기 에너지 $U=\frac{1}{2}(\frac{4}{3}C)V^2=\frac{1}{2}(\frac{4}{3}C)\times(\frac{9Q^2}{4C^2})=\frac{3}{2}\frac{Q^2}{C}$ 이다.

초기 두 축전기의 전기 에너지 $U_0=2\times(\frac{Q^2}{2C})=\frac{Q^2}{C}$ 이다.

그러므로 필요한 일 $W = U - U_0 = \frac{3Q^2}{2C} - \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ 이다.

(2) 가변저항이 R일 때, 직렬 연결된 저항값이 같으므로 각 저항에 4V의 전압이 걸린다. 이 때 병렬로 연결된 축전기에도 같은 전압이 걸리게 되므로 축전기 A, B에 각각 4V씩 전압이 걸린다. 따라서 축전기 A에 충전된 전하량 $Q_A = 30\times10^{-6}\,\mathrm{F}\times4\,\mathrm{V} = 1.2\times10^{-4}\,\mathrm{C}$ 이고 축전기 B에 충전된 전하량 $Q_B = 40\times10^{-6}\,\mathrm{F}\times4\,\mathrm{V} = 1.6\times10^{-4}\,\mathrm{C}$ 이다.

가변저항이 3R일 때, 직렬 연결된 저항의 비가 1:3이 되어 R과 3R인 저항에 각각 2V와 6V의 전압이 걸리게 되므로 축전기 A에는 2V의 전압이 걸리고 축전기 B에는 6V의 전압이 걸린다. 따라서 축전기 A에 저장된 전기 에너지 $U_A = \frac{1}{2}\times30\times10^{-6}\,\mathrm{F}\times(2\,\mathrm{V})^2 = 6\times10^{-5}\,\mathrm{J}\,(=60\,\mu\mathrm{J})$이고 축전기 B에 저장된 전기 에너지 $U_B = \frac{1}{2}\times40\times10^{-6}\,\mathrm{F}\times(6\,\mathrm{V})^2 = 7.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\,(=720\,\mu\mathrm{J})$이다.

<2015학년도 논술고사-자연계II-화학>

1. 점수

전혀 답을 하지 않거나, 전혀 무관한 내용을 적은 경우 50점
조금이라도 관계있는 내용을 적은 경우 60점 기본 점수 부여.

2. <논제 II> (100점 만점/60점 기본 점수)

[논제 II-1] (20점 만점)
(1) (12점 만점)
<3점> 전자쌍 간 반발 원리를 고려하면 네 쌍의 공유 결합 전자쌍 간 반발을 최소화하기 위하여, 탄소를 중심으로 하는 사면체 구조를 갖을 것이다. [그림이 맞으나 설명이 없으면 -1점]
<3점> -OH기의 두 비공유 전자쌍과 두 공유전자쌍 간 반발을 최소화하기 위하여 하여, 굽은 형 구조를 이룰 것이다. [그림이 맞으나 설명이 없으면 -1점]

<6점> 에틸렌 글라이콜은 대칭구조를 갖고 있으므로, C-O에 극성공유 결합이 있음에도 불구하고 전체 쌍극자 모멘트는 0이다. 따라서, 에틸렌 글라이콜은 무극성 분자이다.

(2) (8점 만점)
<2점> 에틸렌 글라이콜 분자는 전기음성도가 큰 산소에 바로 연결된 수소가 있어 수소 결합이 가능한 분자이다.
<3점> 에틸렌 글라이콜은 자체적으로 무극성 분자라 물에 녹을 것 같지 않지만, 물 분자와의 상호작용인 수소결합을 통하여 물에 녹아 들어 갈 수 있다.
<3점> 에틸렌 글라이콜 분자는 물 분자와 상호작용 (즉, 수소결합)을 통하여 물 분자간의 인력을 방해하여 육각형 구조의 얼음 생성을 막는다.

[논제 II-2] (20점 만점)
(1) (12점 만점)
<3점> 환원 반쪽 반응의 금속 원소 산화수는
Ag: +1 → 0 (1점)
Au: +3 → 0 (1점)
Pd: +2 → 0 (1점)

<3점> 그림과 같은 반응이 일어나려면 Ag 금속 입자는 산화되고, 금속 M 이온은 환원되어야 한다.
<3점> 따라서 Ag^+ 이온의 표준 환원 전위보다 높은 표준 환원 전위를 갖는 금속 M 이온에 금속 은 입자를 넣어야 한다.
<3점> Ag^+ 이온 (0.8 V) < $AuCl_4^-$ (0.99 V), 따라서 $AuCl_4^-$ 이온을 선택해야 한다.

(2) (8점 만점)

<2점> 산화-환원 반응에서 산화되는 물질이 잃는 전자의 수는 환원되는 물질이 받는 전자의 수와 같아야 함.

<3점> 화학 반응식

$$3Ag(s) + AuCl_4^-(aq) \rightarrow Au(s) + 3Ag^+(aq) + 4Cl^-(aq)$$

단, *계수가 맞지 않은 경우는 -2점.*

위 식을 $3Ag(s) + AuCl_4^-(aq) \rightarrow Au(s) + 3AgCl(s) + Cl^-(aq)$로 쓰면 맞게 함.

<3점> 서술이 단계적으로 말이 되는 경우 3점 만점 부여.

(초기) Ag 금속입자는 산화되어 Ag^+ 이온이 되고, $AuCl_4^-$ 이온은 환원되어 Ag 금속 입자 겉에 Au 금속 필름을 형성한다. 동시에 일어나는 반응이라 구멍이 형성 될 수 있음.

(중기) Ag 금속 입자의 산화(부식)은 더욱 진행되고, $AuCl_4^-$ 이온의 환원은 계속 진행되어 Au 금속 필름은 더욱 두꺼워진다.

(최종) 최종적으로 매우 작은 Ag 금속 입자는 모두 산화되어 소모되고, 안이 비어있는 Au 금속 입자가 만들어진다.

※ 채점시 유의사항

[논제 II-2] (2) 화학반응식에서 화학식은 맞으나, 계수가 맞지 않는 경우는 -2점.

[논제 II-2] (2) 금속 입자의 모양 변화에 대하여 설명이 납득이 되면 3점.

2015학년도 논술고사 예시답안(자연계II)

논제 II-과학-화학

[논제 II-1]

(1) 전자쌍 반발 원리를 고려하면 공유 결합 전자 간 반발을 최소화하기 위하여, C를 중심으로 하는 사면체 구조 (결합각 ~109.5°)를 갖고, 양쪽 말단의 —OH는 두 쌍의 비공유 전자쌍과 두 쌍의 공유 전자쌍 간 반발을 최소화하기 위하여 O를 중심으로 굽은형 구조 (결합각 ~104.5°)를 이루어 입체적인 구조를 이루게 된다.

O의 높은 전기 음성도로 인하여 C—O 간 극성 공유 결합이 있지만, 에틸렌 글라이콜 분자의 —OH가 대칭으로 배치된 구조이므로 분자 내 쌍극자 모멘트의 합이 0이 되므로 에틸렌 글라이콜은 무극성 분자이다.

(2) 에틸렌 글라이콜 분자는 전기 음성도가 큰 O와 결합된 H가 있어서 물 분자와 수소 결합이 가능한 분자이다. 따라서 에틸렌 글라이콜 분자는 물 분자와 수소 결합을 형성하여, 물 분자 간의 인력을 방해하므로 얼음의 육각고리 구조 형성을 막아주어 냉각수의 어는점을 낮추는 효과를 준다.

[논제 II-2]

(1) 환원 반쪽 반응의 금속 원소의 산화수 변화는 다음과 같다.

Ag: +1 → 0, Au: +3 → 0, Pd: +2 → 0

그림과 같은 반응이 일어나려면 금속 은 입자는 산화되고, 금속 M 이온은 환원 되어야 한다. 따라서 Ag^+의 표준 환원 전위보다 높은 표준 환원 전위를 갖는 금속 M 이온에 금속 은 입자를 넣어주어야 한다. Ag^+의 표준 환원 전위 (0.80 V) < $AuCl_4^-$ 의 표준 환원 전위 (0.99 V).
따라서 금속 은 입자는 산화되어 Ag^+이 되는 동시에, $AuCl_4^-$(Au^{3+})은 환원되어 Au 금속이 될 것이다.

(2) 반응에 참여하는 금속 원소의 환원 반쪽 반응은 다음과 같다.

$$Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$$
$$AuCl_4^-(aq) + 3e^- \rightarrow Au(s) + 4Cl^-(aq)$$

산화-환원 반응에서 산화되는 물질이 잃는 전자의 수는 환원되는 물질이 받는 전자의 수와 같아야 함을 고려하여 두 반쪽 전지 반응을 결합하면, 아래와 같은 화학 반응식을 얻을 수 있다.

$$3Ag(s) + AuCl_4^-(aq) \rightarrow Au(s) + 3Ag^+(aq) + 4Cl^-(aq)$$

반응 시간의 경과에 따른 입자의 모양의 변화는 다음과 같다.

초기) 금속 은 입자가 $AuCl_4^-$ 용액에 담가지면 금속 은 입자는 서서히 산화되어 Ag^+으로 됨과 동시에, $AuCl_4^-$(Au^{3+})은 환원되어 금속 은 입자 표면에 Au 금속 막을 형성하기 시작한다.

중기) 반응이 더욱 진행되면서 금속 은 입자의 산화(부식)는 더욱 심하게 진행되고, $AuCl_4^-$(Au^{3+})의 환원은 계속 진행되어 Au 금속 막은 더욱 두꺼워진다.

최종) 최종적으로 매우 작은 금속 은 입자는 모두 산화되어 소모되고, 내부가 비어있는 Au 금속 입자가 만들어진다.

<2015학년도 논술고사-자연계II-생명과학>

(100점 만점/60점 기본 점수)

다음 각각의 논술이 있으면 해당 점수를 부여한다.

[논제Ⅱ-1] 제시문 [가] ~ [라]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(1) 광합성에서 태양의 빛에너지가 포도당의 화학 에너지로 전환되는 과정과, 세포 호흡에서 포도당의 화학 에너지가 ATP의 화학 에너지로 저장되는 과정을 산화-환원 반응의 관점에서 논술하시오. (15점)

2점; 광합성 과정에서 태양의 빛에너지에 의하여 **(물은 산화되어 산소를 생성)**하고, 물에서 나온 전자는 높은 에너지 궤도의 준위로 도약한 후,

2점; **(전자 전달계를 거쳐** ATP를 생성하는 한편, **$NADP^+$를 환원시켜 전자 전달체인 NADPH를 생성)**한다.

2점; 이어서 **(NADPH는** ATP와 함께 **이산화탄소를 고정 및 환원하여 포도당을 생성)**한다.

1점; 특히, 엽록체의 틸라코이드 막에 존재하는 **(전자 전달계를 따라 전자가 단계적으로 내려가면서 산화-환원 반응으로 전달)**될 때 나오는 에너지는 막안팍에서 H^+의 농도 기울기로 변환되어 저장되었다가 다시 ATP의 화학 에너지로 저장된다.

2점; 세포 호흡은 이러한 화학 에너지를 가진 **(포도당을 해당 과정, 피루브산 산화, TCA 회로를 차례로 통과시키면서 이산화 탄소로 산화시키고)** ATP를 생성하는 한편,

2점; **(빼어낸 전자로 NAD^+와 FAD를 환원시켜 각각 전자 전달체인 NADH와 $FADH_2$를 생성)**한다.

2점; 이어서 **(NADH와 $FADH_2$의 전자가 전자 전달계를 거친 후 마지막으로 산소를 환원시켜 물을 생성)**시킨다.

2점; 특히, 미토콘드리아의 내막에 존재하는 **(전자 전달계를 따라 전자가 단계적으로 내려가면서 산화-환원 반응으로 전달)**될 때 나오는 에너지는 막안팍에서 H^+의 농도 기울기로 변환되어 저장되었다가 다시 ATP의 화학 에너지로 저장된다.

(2) 광합성에서 발생하는 산소가 이산화 탄소가 아니라 물에서 유래한다는 것을 확인할 수 있는 실험 방법을 제시하고 논술하시오. (5점)

◆ (실험 1)이 완벽: 3점
◆ (실험 2)가 완벽: 5점
◆ 부족하면 부분 점수를 주고, 두 방법 이상을 쓰면 점수를 합함.
◆ 합계 5점을 초과하지 못함

(실험 1) 분리한 **(엽록체에 옥살산철(III)을 넣고)** 시험관 내의 **(공기를 빼낸)** 다음 **(빛을 비추어, 산소가 발생하고) (옥살산철(III)이 옥살산철(II)로 환원)**됨을 관찰하는 실험을 수행한다.

(실험 2) 산소의 동위 원소인 **(^{18}O로 표지된 물($H_2{}^{18}O$)과 정상의 이산화탄소(CO_2)를 광합성 식물에 공급)**하고 **(빛을 쬔 후 발생하는 산소에는 ^{18}O 동위원소가 존재)**함을 확인하고, **(^{18}O으로 표지된 이산화탄소($C^{18}O_2$)와 정상의 물(H_2O)을 공급)**하고 같은 **(실험을 반복한 실험)**에서 **(발생하는 산소에는 ^{18}O 동위원소가 존재하지 않음)**을 확인한다.

[논제Ⅱ-2] 제시문 [가], [다], [라], [마]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(1) 발효에서 ATP를 계속 얻기 위하여 선택한 산화-환원 반응의 전략을 전자 공여체 및 전자 수용체의 관점에서 논술하시오. (10점)

3점; 해당 과정에서 생성된 **(NADH가 전자를 잃으면서 전자 공여체로 작용하는 산화 반응)**과

4점; 해당 과정에서 생성된 **(내부의 피루브산 또는 피루브산 대사물이 전자를 받는 전자 수용체로 작용하는 환원 반응이) (서로 산화-환원 짝을 이루도록)** 한다.

3점; 이러한 **(산화-환원 짝 반응에서 전자 수용체인 NAD^+가 재생되고 NADH와 피루브산은 제거,** 예; 젖산, 에탄올이 생성되고 분비)됨으로써 해당 반응이 계속 진행될 수 있다.

(2) 효소가 관여하는 생명체 내의 화학 반응은 온도, pH 등의 환경 조건이 최적일 때 가장 효과적으로 일어난다. 이러한 조건이 변하면 효소에 의한 화학 반응이 효과적으로 일어나지 못하는 이유에 대하여 논술하시오. (10점)

4점; 효소와 반응물들은 온도, pH 등의 환경 조건이 변하면 **(구조 또는 전하에서 변화)**를 겪게 된다. 더욱이 효소는 단백질이기 때문에 이러한 조건이 **(과도하게 변화면 효소의 구조는 결국 완전히 변성되고 효소 활성은 사라지게)** 된다.

3점; 또한, **(효소와 반응 분자들의 운동성과 용해도에도 변화를 줌으로써)** 효소 반응의 효율성에 영향을 주게 된다.

3점; 반응 분자들과의 결합이 이뤄져서 화학 반응이 실제로 일어나는 **(효소의 활성 부위(active site)에서는 이러한 환경 조건의 변화가 더욱더 예민하게 영향을 주게 된다)**. 따라서 **(이 활성 부위에서 구조, 전하, 운동성이 변하면 효소와 반응물들 간의 결합에 더욱더 많은 영향을 주어서)** 효소의 활성을 현저히 떨어뜨리게 된다.

2015학년도 논술고사 예시답안(자연계II)

논제 II-과학-생명과학

[논제 II-1]

(1) 광합성에서 태양의 빛에너지가 포도당의 화학 에너지로 전환되는 과정과, 세포 호흡에서 포도당의 화학 에너지가 ATP의 화학 에너지로 저장되는 과정을 산화-환원 반응의 관점에서 논술하시오. (15점)

광합성 과정에서 태양의 빛에너지에 의하여 물은 산화되어 산소를 생성하고, 물에서 나온 전자는 높은 에너지 궤도의 준위로 도약한 후, 전자 전달계를 거쳐 ATP를 생성하는 한편, $NADP^+$를 환원시켜 전자 전달체인 NADPH를 생성한다. 이어서 NADPH는 ATP와 함께 이산화탄소를 고정 및 환원하여 포도당을 생성한다. 특히, 엽록체의 틸라코이드 막에 존재하는 전자 전달계를 따라 전자가 단계적으로 내려가면서 산화-환원 반응으로 전달될 때 나오는 에너지는 막안팍에서 H^+의 농도 기울기로 변환되어 저장되었다가 다시 ATP의 화학 에너지로 저장된다.

세포 호흡은 이러한 화학 에너지를 가진 포도당을 해당 과정, 피루브산 산화, TCA 회로를 차례로 통과시키면서 이산화 탄소로 산화시키고 ATP를 생성하는 한편, 빼어낸 전자로 NAD^+와 FAD를 환원시켜 각각 전자 전달체인 NADH와 $FADH_2$를 생성한다. 이어서 NADH와 $FADH_2$의 전자가 전자 전달계를 거친 후 마지막으로 산소를 환원시켜 물을 생성시킨다. 특히, 미토콘드리아의 내막에 존재하는 전자 전달계를 따라 전자가 단계적으로 내려가면서 산화-환원 반응으로 전달될 때 나오는 에너지는 막안팍에서 H^+의 농도 기울기로 변환되어 저장되었다가 다시 ATP의 화학 에너지로 저장된다.

(2) 광합성에서 발생하는 산소가 이산화 탄소가 아니라 물에서 유래한다는 것을 확인할 수 있는 실험 방법을 제시하고 논술하시오. (5점)

(실험 1) 분리한 엽록체에 옥살산철(III)을 넣고 시험관 내의 공기를 빼낸 다음 빛을 비추어, 산소가 발생하고 옥살산철(III)이 옥살산철(II)로 환원됨을 관찰하는 실험을 수행한다.

(실험 2) 산소의 동위 원소인 ^{18}O로 표지된 물($H_2{}^{18}O$)과 정상의 이산화 탄소(CO_2)를 광합성 식물에 공급하고 빛을 쬔 후 발생하는 산소에는 ^{18}O 동위원소가 존재함을 확인하고, ^{18}O으로 표지된 이산화탄소($C^{18}O_2$)와 정상의 물(H_2O)을 공급하고 같은 실험을 반복한 실험에서 발생하는 산소에는 ^{18}O 동위원소가 존재하지 않음을 확인한다.

[논제 II-2]

(1) 발효에서 ATP를 계속 얻기 위하여 선택한 산화-환원 반응의 전략을 전자 공여체 및 전자 수용체의 관점에서 논술하시오. (10점)

해당 과정에서 생성된 NADH가 전자를 잃으면서 전자 공여체로 작용하는 산화 반응과 해당 과정에서 생성된 내부의 피루브산 또는 피루브산 대사물이 전자를 받는 전자 수용체로 작용하는 환원 반응이 서로 산화-환원 짝을 이루도록 한다. 이러한 산화-환원 짝 반응에서 전자 수용체인 NAD^+가 재생되고 NADH와 피루브산은 제거(예; 젖산, 에탄올이 생성되고 분비)됨으로써 해당 반응이 계속 진행될 수 있다.

(2) 효소가 관여하는 생명체 내의 화학 반응은 온도, pH 등의 환경 조건이 최적일 때 가장 효과적으로 일어난다. 이러한 조건이 변하면 효소에 의한 화학 반응이 효과적으로 일어나지 못하는 이유에 대하여 논술하시오. (10점)

효소와 반응물들은 온도, pH 등의 환경 조건이 변하면 구조 또는 전하에서 변화를 겪게 된다. 더욱이 효소는 단백질이기 때문에 이러한 조건이 과도하게 변화면 효소의 구조는 결국 완전히 변성되고 효소 활성은 사라지게 된다. 또한, 효소와 반응 분자들의 운동성과 용해도에도 변화를 줌으로써 효소 반응의 효율성에 영향을 주게 된다. 반응 분자들과의 결합이 이뤄져서 화학 반응이 실제로 일어나는 효소의 활성 부위(active site)에서는 이러한 환경 조건의 변화가 더욱더 예민하게 영향을 주게 된다. 따라서 이 활성 부위에서 구조, 전하, 운동성이 변하면 효소와 반응물들 간의 결합에 더욱더 많은 영향을 주어서 효소의 활성을 현저히 떨어뜨리게 된다.