STEP 2.
나의 문제점 분석하기

수학

01 출제의도 파악하기

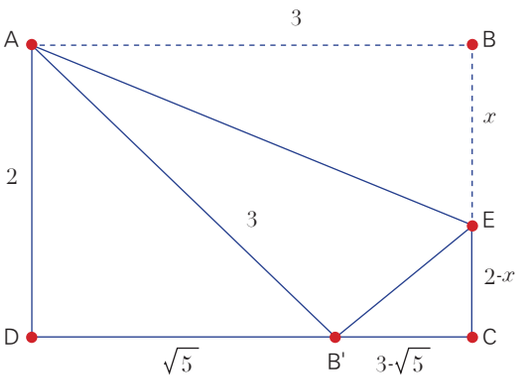
● 고교 수학의 전반적인 학습 정도를 측정하기 위해 미적분, 기하와 벡터 등 고교 수학 핵심 분야를 위주로 출제하였다. 모든 제시문은 교과서에서 출제하여 학업 열중도를 파악하고자 하였다.

출제 제시문

[제시문 1]
(가) 교학사 미적분Ⅱ 51쪽
(나) 천재교육(이준열) 미적분학Ⅱ 117쪽
(다) 천재교육 수학Ⅰ 204쪽
[제시문 2]
(가) 좋은책 신사고 기하와 벡터 174쪽

02 모범답안 VS 나의답안

[문제 1-1]



$\overline{AB'}=3$, $\overline{AD}=2$이므로 $\overline{B'D}=\sqrt{5}$ 이다.
$\overline{BE}=x$ 라 하면, $\overline{B'E}=x$, $\overline{CE}=2-x$, $\overline{B'C}=3-\sqrt{5}$ 이므로
$x^2=(2-x)^2+(3-\sqrt{5})^2$이 성립한다. 이 방정식을 풀면, $x=\frac{9-3\sqrt{5}}{2}$ 이다.
그러므로 $\tan\angle EAB=\frac{\overline{BE}}{\overline{AB}}=\frac{\frac{9-3\sqrt{5}}{2}}{3}=\frac{9-3\sqrt{5}}{6}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 이다.

[문제 1-2]

꼭짓점 B가 옮겨져서 변 CD 위에 놓인 점을 B'라고 하면 $\angle FGB'=\angle FGB$이다.
그러므로 $\angle B'GC=\pi-2\angle FGB$이다. 이제 선분 $\overline{FG}=l$, $\overline{BG}=x$, $\angle FGB=t$ 라고 하면
$l\cos t=x$, $x\cos(\pi-2t)=2-x$ 이다. 이 두 식에서 x를 소거하여 l을 t의 식으로 정리하면

$$l=\frac{2}{\cos t(1-\cos 2t)}=\frac{1}{\cos t(1-\cos^2 t)}$$

이제, $\cos t=s$로 치환하면, 함수 $g(s)=s(1-s^2)$, $0<s<1$은 $s=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 일 때 최댓값 $\frac{2}{3\sqrt{3}}$을 가지므로 l은
$s=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 일 때 최솟값 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$을 갖는다. 이때, $\overline{FG}=\frac{3}{2}$, $\overline{FB}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 이므로 $\tan\angle GFB=\frac{FG}{FB}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이다.

[풀이 2]

선분 $\overline{BG}=s$, $\overline{BF}=t$라 하면 직선 GF의 기울기는 $-\frac{s}{t}$이므로 직선 BB'의 기울기는 $\frac{t}{s}$ 이다($1<s<2$). 따라서 직선 BB'의 방정식은 $y=\frac{t}{s}(x-3)+2$ 이다. 이를 이용하여 점 B'의 좌표를 구하면, $B'=(3-\frac{2s}{t},0)$이다. 이로부터 $\overline{CB'}=\frac{2s}{t}$임을 알 수 있다. $(\overline{CB'})^2+(\overline{CG})^2=(\overline{B'G})^2$이므로 $(\frac{2s}{t})^2+(2-s)^2=s^2$이 성립한다.

이 식을 정리하면 $t^2=\frac{s^2}{s-1}$ 을 얻는다. 이제 $\overline{FG^2}=s^2+t^2=s^2+\frac{s^2}{s-1}=s^2+s+1+\frac{1}{s-1}$ 가 최솟값을 갖게 되는 s의 값을 구하기 위하여 함수 $f(s)=s^2+s+1+\frac{1}{s-1}$ 를 미분하면

$f'(s)=\frac{s^2(2s-3)}{(s-1)^2}$ 이므로 $s=\frac{3}{2}$ 일 때 최솟값을 갖는다. 이때 t의 값은 $\frac{3}{\sqrt{2}}$ 이다.

그러므로 $\tan\angle GFB=\frac{FG}{FB}=\frac{s}{t}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이다.

[문제 2-1]

중심이 $(1,1,0)$인 원을 포함하는 평면은 법선벡터가 $(1,1,0)$이고 점 $(1,1,0)$을 포함한다. 따라서 이 평면의 방정식은 $1(x-1)+1(y-1)=0$이다. 마찬가지로 하면, 중심이 $(0,1,1)$인 원을 포함하는 평면의 방정식은 $1(y-1)+1(z-1)=0$이다.

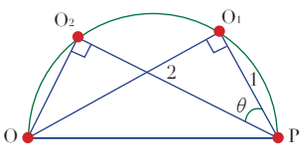
두 원의 교점은 평면 $1(x-1)+1(y-1)=0$ 과 $1(y-1)+1(z-1)=0$ 의 교선 위에 있으므로 교점 P,Q는 두 평면의 교선 $l: x-1=-(y-1)=z-1$ 위에 있다. 교선 l과 구 $x^2+y^2+z^2=9$ 의 교점이 P,Q이므로 방정식 $x-1=-(y-1)=z-1$ 과 $x^2+y^2+z^2=9$을 연립하여 풀면 P,Q는 점 $\left(\frac{2+\sqrt{19}}{3},\frac{4-\sqrt{19}}{3},\frac{2+\sqrt{19}}{3}\right)$과 $\left(\frac{2-\sqrt{19}}{3},\frac{4+\sqrt{19}}{3},\frac{2-\sqrt{19}}{3}\right)$ 이다. 그러므로 선분 PQ의 길이는$\sqrt{\frac{76}{3}}$ 이다.

[문제 2-2]

평면 α위의 원과 β 위의 원의 중심을 각각 O_1, O_2라 하고 두 원의 교점을 P, 두 평면 α와 β의 교선을 l이라 하자.

평면 α에서 직선 l과 주어진 원은 점 P에서만 만나므로 원의 중심 O_1과 점 P를 연결한 직선은 l에 수직이다. 원의 중심 O_1이 점 O에서 평면 α에 내린 수선의 발이므로 삼수선의 정리에 의하여 직선 OP 는 l에 수직이다. 직선 O_2P 도 l에 수직이므로 점 O, O_1, O_2, P 는 같은 평면 위에 있다.

따라서 $\angle O_1PO_2=\angle O_1PO-\angle O_2PO$이다.



$\angle O_1PO=\theta_1$, $\angle OPO_2=\theta_2$라 하면, $\cos\theta_1=\frac{1}{3}$, $\cos\theta_2=\frac{1}{2}$ 이다.

$\angle O_1PO_2$가 두 평면 α와 β의 이면각이므로 $\cos\theta=\cos(\theta_1-\theta_2)=\cos\theta_1\cos\theta_2+\sin\theta_1\sin\theta_2=\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$이다.

출제 제시문

(가) 교학사 물리 Ⅰ, 56 페이지 발췌
(나) 교학사 물리 Ⅰ, 132–133 페이지 발췌
(다) 교학사 물리 Ⅰ, 349 페이지 발췌

물리

01 출제의도 파악하기

● 자석을 구리관을 통해 낙하하는 실험은 교학사와 천재교육의 교과서에서 모두 다루어지고 있다. 이 실험에 대한 이해도를 묻는 문제를 출제하여, 평소 자연 현상과 실험에 대한 호기심과 흥미를 지녔는지를 평가하고자 하였다. 여기에 에너지 보존과 열에너지로의 전환에 의한 비열 개념을 연결하여 학생의 복합적인 사고력을 평가하고자 하였다.

02 모범답안 VS 나의답안

[문제 1]

자석은 공기 중을 그냥 낙하할 때보다 구리관을 통과할 때 더 늦게 떨어진다. 이것은 자석이 떨어질 때 자기력선속의 변화를 방해하는 방향으로 구리관에 유도 전류가 생겨 자석의 낙하 운동을 방해하기 때문이다. 즉, 전기에너지가 구리관에 발생하고 이는 역학적 에너지의 감소로 이어진다. 역학적 에너지의 감소로 같은 높이에서 자석은 더 느린 속도로 낙하한다.

[문제 2]

질량이 0.1kg인 자석이 공기 중을 그냥 5m 낙하한다면 $mgh = 0.1*10*5 = 5\mathrm{J}$ 크기만큼의 위치에너지가 운동에너지로 전환된다. 하지만, 구리관을 통과하였을 때 나중 속도는 8m/s 였으므로 전환된 운동에너지는 $1/2mv^2 = 1/2*0.1*8*8 = 3.2\mathrm{J}$ 뿐이다. 따라서 $1.8\mathrm{J}$ 의 역학적 에너지가 구리관의 전기에너지로 전환되었음을 알 수 있다. 이 전기에너지는 자석이 모두 통과하여 나간 후에는 구리관의 열에너지로 전환된다. $c = \frac{Q}{m\Delta T}$ 로부터 구리의 비열 값과 $Q = 1.8\mathrm{J}$, 온도변화 $0.5\mathrm{K}$ 을 넣어 계산하면, 구리관의 질량 $m = 0.01\ \mathrm{kg}$ 혹은 $10\,g$ 이다.

03 평가기준

문제 1
제시문 (나)의 패러데이 법칙에 근거하여 자석이 구리관을 낙하함에 따라 구리관에 유도 전류가 생겨 전기에너지가 발생함을 밝혔는가?
에너지 보존법칙에 근거하여 이러한 상황에서 자석의 역학적 에너지가 감소하게 되어 자석이 늦게 떨어짐을 명확히 밝혔는가?
명확한 문장으로 논리적으로 설명하였는가?

문제 2
감소한 역학적에너지를 정확히 계산하였는가?
감소한 역학적에너지가 전기에너지로 전환되었다가 열에너지로 바뀜을 풀이과정에서 명확히 밝히고 있는가?
제시문 (다)의 비열에 관한 식에 근거하여 구리관의 질량을 구하고 있는가?
구리관의 질량을 정확히 계산하였는가?

출제 제시문

- 교학사, 생명과학 Ⅰ, 생명과학의 이해
- 상상아카데미, 생명과학 Ⅰ, 항상성과 건강
- 비상교육, 생명과학 Ⅰ, 항상성과 건강

생명과학

01 출제의도 파악하기

● 문제 1의 경우, 고등학교 생명과학 Ⅰ 과정에서 학습하는 병원체의 종류와 특징에 대해 정확하게 이해하고 있는가와 이를 분석하여 항생제의 특성을 바이러스와 세균에 대해 그리고 동물세포와 세균세포의 차이점을 이용한 작용 기전을 유추할 수 있는지 평가하고자 하였다.

● 문제 2는 고등학교 생명과학 Ⅰ 과정에서 인체의 방어 작용을 정확하게 학습하여 체액성 면역인 B 림프구의 항원-항체 반응을 이해하고 제시한 후천성 면역 결핍 증후군의 감염 작용 원리를 이해 · 분석함으로써 가능한 치료제를 추론하고 그 원리를 논리적으로 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다.

02 모범답안 VS 나의답안

[문제 1]

바이러스는 스스로 물질대사를 할 수 없다. 항생제는 세균의 물질대사에 참여하는 효소나 단백질을 억제함으로써 병원균을 죽이기 때문에 스스로 물질대사를 할 수 없는 바이러스가 원인 병원균인 일반 감기에는 치료 효과가 없게 된다.
또한, 페니실린계 항생제의 경우 세균의 세포벽을 만드는 효소를 저해하여 세균을 죽이지만 사람의 세포는 동물 세포로 세균이나 식물과 달리 세포벽을 가지고 있지 않다. 따라서 페니실린은 세포벽이 없는 사람세포에게는 영향이 없고 세균의 세포에만 특이적으로 작용한다.

[문제 2]

체액성 면역을 담당하는 B 림프구는 HIV 바이러스에 대한 항체를 만들어 혈중에서 항원-항체 반응을 하여야 하나, T 림프구의 세포안으로 들어간 HIV 바이러스는 혈중에서 B 림프구가 만든 항체와의 반응을 피할 수 있어 죽이지 않게 된다. 따라서, HIV 바이러스가 완전히 제거되지 못하고 잠복기가 끝나고 발병하게 될 것이다.
HIV 바이러스가 AIDS를 발병하기 위해서는 T 림프구 세포 안으로 들어가 T 림프구를 공격하여야 한다. 이를 위해서는 반드시 T 림프구 표면에 발현되는 단백질-X와 결합을 해야 한다. 따라서 이에 착안하여 대량의 단백질-X를 만들어 치료제로 체내에 주입하면 HIV 바이러스가 T 림프구에서 발현되는 단백질-X가 아닌 주입한 대량의 유리된 단백질-X들과 결합하도록 유인할 수 있어, HIV 바이러스가 T 림프구 세포안으로 침입하는 것을 억제하여 치료할 수 있을 것이다.

03 평가기준

<table>
<tr><th>문제 1</th><th>문제 2</th></tr>
<tr><td>- 병원체인 바이러스와 세균의 명확한 차이를 구분하였는지 설명할 수 있는가?
- 항생제가 물질대사에 참여하는 효소나 단백질을 억제하는 기능을 추론할 수 있는가?</td><td>- 체액성 면역인 B 림프구의 특징으로 혈중에서 항원-항체가 반응하는 설명을 이해할 수 있는가?
- T 림프구 세포 안의 HIV 바이러스는 억제하지 못한다는 결과를 도출할 수 있는가?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">- 동물세포를 가지고 있는 인간과 세균의 세포의 차이를 이해하고 있는가?
- 세포벽이 페니실린계 항생제의 세균 특이성을 나타냄을 설명할 수 있는가?</td><td>- 대량의 단백질-X와의 결합을 유추할 수 있는가?</td></tr>
<tr><td>- T 림프구가 단백질-X 결합을 억제함을 설명할 수 있는가?</td></tr>
</table>

출제 제시문

(가) 고등학교 화학 I 〈비상교육 p85〉
(나) 고등학교 화학 I 〈천재교육 p92〉
(다) 고등학교 화학 I 〈상상아카데미 p96〉
(라) 고등학교 화학 I 〈교학사 p99〉

화학

01 출제의도 파악하기

● 원자 반지름 및 이온 반지름을 결정하는 주요 요인에 대한 이해도를 측정하며, 바닥 상태 및 들뜬 상태의 전자 배치와 이온화 에너지의 주요 개념을 숙지하고 있는지 평가한다.

02 모범답안 VS 나의답안

[문제 1]

A^{k+}, B^{l+}, C^{m-}, D^{n-}의 바닥상태에서의 전자배치가 모두 동일하다면 이 전자배치는 Ne 원자의 전자배치와 같으며 따라서 A, B는 3주기 금속원소, C, D는 2주기 비금속원소이다. 그리고 $k > l, m > n$ 이라고 했으므로 A가 B보다 원자번호가 크며, D가 C보다 원자번호가 크다.

A^{k+}, B^{l+}, C^{m-}, D^{n-}의 이온반지름을 비교하면 전자 수는 동일하고 유효 핵전하가 클수록 이온의 반지름이 작아지므로 원자번호(양성자수)는 C, D, B, A 순으로 증가하므로 이온반지름은 $A^{k+} < B^{l+} < D^{n-} < C^{m-}$ 이다.

A, B, C, D 원자 반지름을 비교해 보면 A, B는 전자껍질이 더 많으므로 C, D보다 크다. 같은 주기에서는 원자번호가 클수록 핵전하는 증가하지만 바깥 껍질의 전자는 가려막기 효과가 크지 않아 원자 반지름이 작으므로 원자반지름은 D < C < A < B 이다.

[문제 2]

이온화 과정에서 중성원자의 에너지 상태는 불안정할수록, 그리고 양이온의 에너지 상태는 안정할수록 이온화시키는데 필요한 에너지는 적을 것이다. 나)에서 질소원자는 들뜬 상태이고 질소이온은 바닥상태이므로 이온화 전후의 에너지 차이가 가장 적으므로 가장 에너지가 적게 필요하다. 반면 다)에서는 질소원자는 바닥 상태이고 질소이온은 들뜬 상태이므로 이온화 전후의 에너지 차이가 가장 커서 이온화 에너지보다도 더 많은 에너지를 필요로 한다. 가)에서는 질소원자와 질소이온 모두 바닥상태이므로 이들의 에너지 차이는 이온화 에너지의 정의인 바닥 상태로부터 전자 1개를 떼어 내어 이온으로 만드는데 필요한 최소 에너지와 동일하다.

03 평가기준

[문제 1]

평가항목	점수
A가 B보다 원자번호가 크고 D가 C보다 원자번호가 큼을 언급	각 1점
A, B는 3주기 금속원소, C, D는 2주기 비금속원소임을 언급	
전자 수는 동일하고 유효 핵전하가 클수록 이온의 반지름이 작아지므로 원자번호(양성자수)는 C, D, B, A 순으로 증가함을 언급	
이온반지름은 $A^{k+} < B^{l+} < D^{n-} < C^{m-}$ 임을 정확히 기술함	
A, B는 전자껍질이 더 많으므로 C, D보다 크고 같은 주기에서는 원자번호가 클수록 원자 반지름이 작아짐을 언급	
원자반지름은 D < C < A < B 임을 정확히 기술함	

[문제 2]

평가항목	점수
이온화 과정에서 중성원자의 에너지 상태는 불안정할수록, 그리고 양이온의 에너지 상태는 안정할수록 이온화시키는데 필요한 에너지는 적을 것임을 언급	각 1점
가)에서 질소원자와 질소이온 모두 바닥상태임을 언급	
나)에서 질소원자는 들뜬 상태이고 질소이온은 바닥상태임을 언급	
다)에서 질소원자는 바닥상태이고 질소이온은 들뜬 상태임을 언급	
나)에서 이온화 전후의 에너지 차이가 가장 적으므로 가장 에너지가 적게 필요함을 언급	
가)에서는 질소원자와 질소이온 모두 바닥상태이므로 이들의 에너지 차이는 이온화 에너지와 동일함을 언급	

(등급 표는 2개 문제 공통)

A+	A	B+	B	C+	C	F
합이 6점	합이 5점	합이 4점	합이 3점	합이 2점	합이 1점	합이 0점