생활과학부, 미디어기술콘텐츠학과 논술전형 문제

※ 문항 1, 문항 2는 생략함(인문사회계열 논술전형 문제와 동일)

[문항 3] 제시문 (ㄱ)~(ㄷ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (40점)

(ㄱ)

미분가능한 함수 $f(x)$가 다음을 만족한다.

1. 모든 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)+4xy$이 성립한다.
2. $f'(0)=3$

(ㄴ)

실수 m에 대하여 제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$는 열린구간 (m, ∞)에서 증가한다.

(ㄷ)

[도함수의 정의] 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 도함수 $f'(x)$는 다음과 같다.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

[논제 1] 제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$에 대해서 $f(1)$을 구하고 그 근거를 논술하시오. (30점)

[논제 2] 제시문 (ㄴ)의 실수 m의 최솟값을 구하고 그 근거를 논술하시오. (10점)

[문항 3] 출제의도 및 해설, 평가기준

출제의도

가) 도함수의 정의를 활용하여 주어진 함수의 도함수를 구하고 함수의 부정적분을 활용하여 도함수의 부정적분을 구할 수 있는지를 확인한다.

나) 함수의 증가와 감소를 이해하고 주어진 함수가 증가, 감소하는 구간을 구할 수 있는지 확인한다.

문항해설

- 주어진 함수의 도함수를 구하고 이를 활용하여 부정적분을 통해 함숫값을 구할 수 있는지를 평가한다.
- 도함수를 활용하여 주어진 함수의 증가하는 구간을 구할 수 있는지를 평가한다.

평가기준

[논제 1] (30점)

제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)$는 다음과 같다. $$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)+f(h)+4xh-f(x)}{h}$$ $$=4x+\lim_{h\to 0}\frac{f(h)}{h}$$	10점
한편, $f(0+0)=f(0)+f(0)+0$으로부터 $f(0)=0$임을 안다.	5점
따라서, $$f'(x)=4x+\lim_{h\to 0}\frac{f(h)}{h}=4x+\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h-0}=4x+f'(0)=4x+3$$ 이다.	5점
그러므로 $f'(x)$의 부정적분은 $$f(x)=\int f'(x)dx=2x^2+3x+C$$ 이다.	5점
그리고 $f(0)=0$에 의해 $C=0$이므로 $f(x)=2x^2+3x$이다. 따라서, $f(1)=5$이다.	5점

[논제 2] (10점)

논제 1로부터 $f'(x)=4x+3$이므로 $f(x)$가 증가하는 구간은 $$f'(x)>0 \Leftrightarrow 4x+3>0 \Leftrightarrow x>-\frac{3}{4}$$ 이다.	5점
즉, $f(x)$는 $(-\frac{3}{4},\infty)$에서 증가하고 문제에서 m의 최솟값은 $-\frac{3}{4}$이다.	5점