2. 생활과학부, 미디어기술콘텐츠학과 논술전형 문제

※ 문항 1, 문항 2는 생략함(인문·사회계열 논술전형 문제와 동일)

문항 3

제시문 (ㄱ)~(ㄹ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (40점)

ㄱ

$a>0$, $b>0$에 대하여 곡선 $y=ax^2$과 직선 $y=bx$는 원점과 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$에서 만난다. (단, $0<x_1<1$)

ㄴ

제시문 (ㄱ)의 곡선 $y=ax^2$과 x축, 직선 $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 A라고 하자.

ㄷ

제시문 (ㄱ)의 곡선 $y=ax^2$과 직선 $y=bx$로 둘러싸인 도형의 넓이를 B라고 하자.

ㄹ

제시문 (ㄱ)의 곡선 $y=ax^2$, 직선 $y=bx$, 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$에 대하여 다음 세 조건을 만족하는 좌표평면 위의 점 (x, y)로 이루어진 도형의 넓이를 C라고 하자.

i) $x_1 \le x \le 1$　　ii) $y \ge bx$　　iii) $y \le ax^2$

[논제 1] (30점) 제시문 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)의 A, B, C에 대하여 $|B-C|=\frac{A}{2}$일 때, a와 b의 관계식을 구하고 그 과정을 논술하시오.

[논제 2] (10점) 제시문 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)의 A, B, C에 대하여 $|B-C|=\frac{A}{2}$이고 $C=\frac{7}{9}$일 때, 제시문 (ㄱ)의 점 P의 좌표를 구하고 그 과정을 논술하시오.

문항 3의 출제의도 및 평가기준

01 출제의도

가) 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있는지 확인한다.
나) 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지 확인한다.

02 평가기준

[논제 1] 30점

$A=\int_0^1 ax^2dx=\left[\frac{a}{3}x^3\right]_0^1=\frac{a}{3}$	2점
$ax^2=bx$에서 $x(ax-b)=0$이므로 $x_1=\frac{b}{a}$가 된다. $B=\int_0^{b/a}(bx-ax^2)dx$ $=\left[\frac{b}{2}x^2-\frac{a}{3}x^3\right]_0^{b/a}=\frac{b^3}{2a^2}-\frac{b^3}{3a^2}=\frac{b^3}{6a^2}$	5점
$C=\int_{b/a}^1(ax^2-bx)dx$ $=\left[\frac{a}{3}x^3-\frac{b}{2}x^2\right]_{b/a}^1$ $=\frac{a}{3}-\frac{b}{2}-(\frac{b^3}{3a^2}-\frac{b^3}{2a^2})$ $=\frac{a}{3}-\frac{b}{2}+\frac{b^3}{6a^2}$	5점
i) $B\geq C$인 경우 $\lvert B-C\rvert=B-C=\frac{b}{2}-\frac{a}{3}=\frac{a}{6}$에서 $\frac{b}{2}=\frac{a}{2}$이므로 $a=b$가 됨을 알 수 있다. 그런데 제시문 (ㄱ)에 따라 $\frac{b}{a}<1$이어야 하므로 $a>b$임을 알 수 있다. 따라서 이러한 경우는 성립하지 않는다.	8점
ii) $B<C$인 경우 $\lvert B-C\rvert=C-B=\frac{a}{3}-\frac{b}{2}=\frac{a}{6}$에서 $\frac{b}{2}=\frac{a}{6}$이므로 $b=\frac{a}{3}$이 됨을 알 수 있다.	8점
i), ii)에 의해서 $b=\frac{a}{3}$, 즉, $a=3b$라는 관계식을 얻을 수 있다.	2점

[논제 2] 10점

논제 1에서 $a=3b$이므로 $C=\frac{a}{3}-\frac{b}{2}+\frac{b^3}{6a^2}$ $=b-\frac{b}{2}+\frac{b^3}{54b^2}$ $=\frac{14}{27}b$ 가 된다.	5점
이 값이 $\frac{7}{9}$이므로 $b=\frac{3}{2}, a=\frac{9}{2}$가 된다. 따라서 점 P의 좌표는 $(\frac{b}{a}, \frac{b^2}{a})=(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$임을 알 수 있다.	5점