[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 세포 호흡은 주로 세포의 미토콘드리아에서 일어나며, 포도당이 산소와 반응하여 이산화 탄소와 물로 분해되면서 에너지가 방출된다. ATP는 생명 활동에 직접적으로 사용되는 에너지원으로, 인산기와 인산기 사이의 결합이 끊어져 ADP와 무기 인산으로 분해되면서 에너지를 방출한다. ADP는 세포 호흡에서 방출되는 에너지를 공급받아 다시 ATP로 합성된다. 우리 몸에서 ATP가 분해되어 방출된 에너지는 화학 에너지, 기계적 에너지, 열에너지 등으로 전환되어 물질 합성, 근육 운동, 체온 유지, 생장 등 다양한 생명 활동에 사용된다.

(나) 모든 의식적인 몸의 움직임은 신경계의 명령에 따라 골격근이 수축하고 이완함으로써 일어난다. 골격근은 여러 개의 근육 섬유 다발로 구성되고, 각각의 근육 섬유는 많은 근육 원섬유로 이루어진다. 근육 원섬유 마디는 근수축의 기본 단위로, 마이오신 필라멘트와 액틴 필라멘트가 일부분 겹쳐 배열된다. 근육 원섬유 마디를 구분하는 경계선을 Z 선이라고 하는데, 액틴 필라멘트는 Z 선에 결합하여 근육 원섬유 마디의 중심으로 뻗어 있다. 현미경으로 근육 원섬유를 관찰하면 근육 원섬유 마디에서 마이오신 필라멘트가 있는 부분은 어둡게 보여 A대(암대)라 하고, Z 선 주위의 액틴 필라멘트만 있는 부분은 밝게 보여 I대(명대)라고 한다. 근육 섬유의 세포막과 접해 있는 운동 뉴런의 축삭 돌기 말단에 활동 전위가 도달하면 축삭 돌기 말단의 시냅스 소포에서 아세틸콜린이 방출된다. 그 결과 근육 섬유의 세포막이 탈분극되고 활동 전위가 발생하여 근육 원섬유가 수축한다. 근육 수축은 근육 원섬유 마디를 구성하는 액틴 필라멘트가 마이오신 필라멘트 사이로 미끄러져 들어가면서 일어나며, 이때 ATP가 소모된다. 근육이 수축하면 마이오신 필라멘트가 있는 A대의 길이는 변하지 않고, 액틴 필라멘트만 있는 I대가 짧아지며, 액틴 필라멘트와 액틴 필라멘트 사이의 H대는 짧아지거나 사라진다. 이와 같은 근육 수축의 이론을 활주설이라고 한다.

(다) 우리 몸으로 병원체가 들어오면, 몸에서는 스스로를 보호하는 방어 작용이 일어나는데, 이러한 방어 작용을 면역이라고 한다. 방어 작용에는 비특이적 방어 작용과 특이적 방어 작용이 있다. 비특이적 방어 작용은 선천적인 것으로 여러 병원체에 비특이적으로 일어나며, 병원체에 감염된 경험 여부와 관계없이 신속하게 일어나는 면역 반응이다. 특이적 방어 작용은 항원의 종류를 인식하고 이에 따라 선별적으로 작용하며, 백혈구의 일종인 T 림프구와 B림프구에 의해 이루어진다. T 림프구의 한 종류인 세포독성 T 림프구는 병원체에 감염된 세포를 직접 인식하여 파괴하는 세포성 면역을 통해 병원체를 제거한다. T 림프구의 또 다른 종류인 보조 T 림프구는 B 림프구가 형질 세포와 기억 세포로 분화되도록 촉진한다. 형질 세포로부터 생성된 항체는 항원과 결합하여 항원을 무력화시킨다. 이처럼 항체에 의한 면역 반응을 체액성 면역 반응이라고 한다.

(라) 항원이 처음 침입하면 1차 면역 반응이 일어난다. 1차 면역 반응에서는 침입한 항원에 특이적인 항체를 생산하기까지 시간이 오래 걸리며 항체 생산량도 많지 않다. 1차 면역 반응에서 활성화된 B 림프구의 일부는 기억 세포로 분화한다. 기억 세포는 동일한 항원이 다시 침입하면 형질 세포로 빠르게 분화하고 다량의 항체를 생산하여 신속하게 항원을 제거한다. 이러한 방어작용의 기억 능력을 이용하는 것이 백신의 원리이다. 백신에는 약화되었거나 죽은 병원체 또는 병원체의 일부분이 담겨 있다. 병원체의 독성은 약화되었지만 항원으로 작용하기 때문에 백신은 체내에서 항체와 기억 세포의 생성을 유도한다.

[문제 4-1] 다리 근육 기능에 이상이 있는 질환의 원인을 찾기 위해 다음과 같이 실험을 진행하고 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

Ⅰ. Ⅰ. 근육 기능이 정상인 철주와 근육 기능에 이상이 있는 민수, 선우의 다리에서 소량의 근육을 각각 채취하였다.

Ⅱ. 채취한 근육 조직의 이완 시와 수축 시에, 근육 세포 내의 무기 인산량과 근육 세포에 접한 운동 뉴런에서 방출되는 아세틸콜린양을 각각 물질 분석기로 측정하여 <표 1>에 나타내었다.

Ⅲ. 채취한 근육 조직이 이완 상태일 때 조직의 절편을 만들고, 전자현미경을 통해 근육 원섬유 마디를 구성하는 각 부위의 길이를 측정하여 <표 2>에 정리하였다.

<표 1> 실험 조건에 따른 적혈구 세포의 이온 농도

(수치는 상댓값)

구분	철주		민수		선우	
근육 자극	전	후	전	후	전	후
무기 인산량	1.0	55.0	1.0	1.1	1.0	22.5
아세틸콜린양	1.0	24.0	1.0	23.7	1.0	24.1

<표 2> 전자현미경을 통한 관찰 결과

(단위: μm)

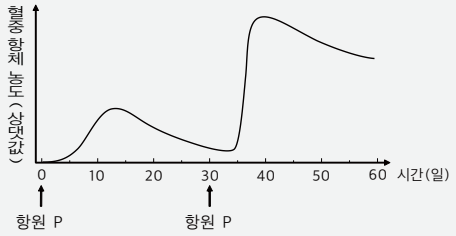
구분	철주	민수	선우
I대 길이	0.71	1.86	0.73
A대 길이	1.52	0	1.51
H대 길이	0.34	0	0.35
Z선 사이의 길이	2.23	1.86	2.24

위의 실험 결과를 통합적으로 해석하여 민수와 선우 두 사람의 근육 질환의 원인을 각각 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [15점]

[문제 4-2] 다음은 독감 백신의 효능을 알아본 실험이다.

[자료]

다음은 생쥐에 항원P를 주입하였을 때, 혈중 항-P 항체 농도의 변화를 나타낸 것이다.



[실험 과정]

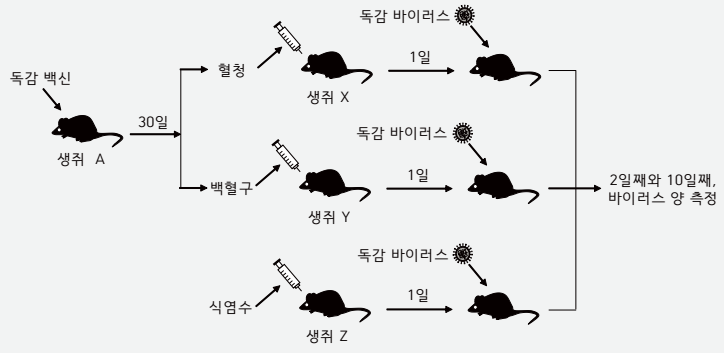
Ⅰ. 생쥐 A에 독감 백신을 접종하였다.

Ⅱ. 30일 후, 생쥐 A의 혈액에서 혈청과 백혈구를 각각 분리하였다.

Ⅲ. 생쥐X에 생쥐 A의 혈청을, 생쥐 Y에 생쥐 A의 백혈구를, 생쥐 Z에 식염수를 주입하였다.

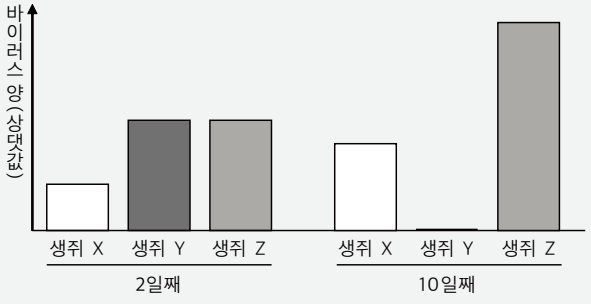
Ⅳ. 1일 후, 생쥐 X, Y, Z에 독감 바이러스를 주입하였다.

Ⅴ. 바이러스 주입 후 2일째와 10일째, 생쥐 X, Y, Z의 코 분비물의 독감 바이러스 양을 측정하였다.



[실험 결과]

다음은 각 생쥐에서 분리한 같은 양의 코 분비물에서 측정한 바이러스의 양을 나타낸 것이다.



위 자료와 실험 결과를 바탕으로 바이러스 주입 후 2일째와 10일째의 생쥐 X, Y, Z에서 바이러스 양이 서로 차이가 나는 이유를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 서술하시오. (단, 실험에 사용한 생쥐는 유전적으로 동일하고 이전에 독감 바이러스에 노출된 적이 없다.) [15점]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (바)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 물체에 알짜힘이 작용하지 않는 한, 물체는 정지 상태나 일정한 속도로 움직이는 상태를 유지한다. 이를 뉴턴 운동 제1법칙이라고 한다. 물체에 힘이 작용하면 알짜힘의 방향으로 그 물체가 가속되고 그 가속도의 크기 a는 물체에 작용하는 알짜힘 F에 비례하고 질량 m에 반비례한다. 이를 뉴턴 운동 제2법칙이라 한다. 질량이 $1\,\mathrm{kg}$인 물체에 $1\,\mathrm{N}$의 힘을 작용하면 물체의 가속도는 $1\,\mathrm{m/s^2}$이다. 한 물체가 다른 물체에 힘을 작용하면 동시에 다른 물체도 그 물체에 같은 크기의 힘을 반대 방향으로 작용한다. 이를 뉴턴 운동 제3법칙이라고 한다.

(나) 경사각이 θ인 빗면에 질량이 m인 물체가 중력에 의해 미끄러질 때, 빗면에 수직인 방향의 중력 성분과 빗면이 물체를 밀어내는 힘의 크기는 같고 방향이 반대여서 힘의 평형을 이룬다. 마찰이나 공기 저항을 무시하면, 물체의 운동 방향과 같은 방향으로 작용하는 알짜힘은 빗면에 나란한 방향의 중력 성분이며 그 크기는 $mg\sin\theta$이다. 이때 g는 중력 가속도이며 중력에 의하여 물체가 지표면으로 낙하할 때의 가속도이다.

(다) 물체에 힘을 작용하여 일을 하면 일을 한 만큼 물체의 에너지가 증가하거나 그 에너지가 다른 형태의 에너지로 전환된다. 질량 m인 물체가 속력 v로 움직일 때 운동 에너지 E_k는 $E_\mathrm{k}=\frac{1}{2}mv^2$이다. 물체가 지면으로부터 높이 h에서 가지고 있는 중력에 의한 에너지를 중력 퍼텐셜 에너지 E_p라 하고 $E_\mathrm{p}=mgh$로 나타낸다. 여기에서 g는 중력 가속도이다. 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합을 역학적 에너지라고 한다. 마찰이나 공기 저항이 없을 때 역학적 에너지는 다음과 같이 보존된다.

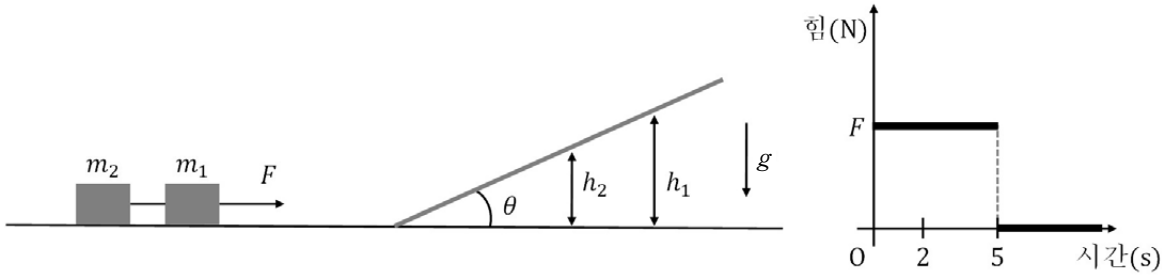
$$\frac{1}{2}mv^2+mgh=\text{일정}$$

(라) 자석은 항상 N극과 S극의 두 극을 갖는데, 같은 극끼리는 서로 밀어내는 힘이 작용하고, 다른 극끼리는 서로 당기는 힘이 작용한다. 이와 같은 힘을 자기력이라고 하고, 자기력이 작용하는 공간을 자기장이라고 한다. 자기장의 방향은 나침반 자침의 N극이 가리키는 방향으로 나타낸다.

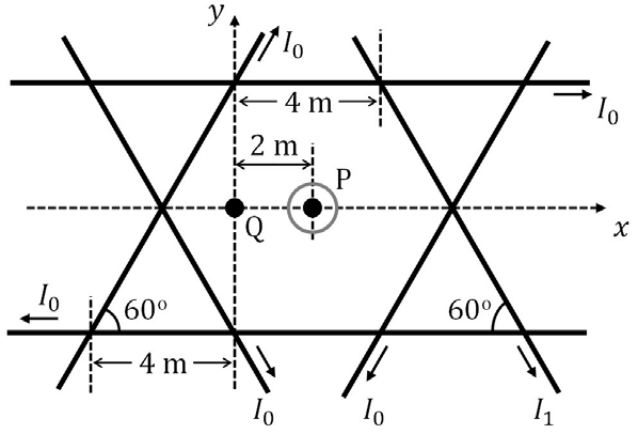
(마) 직선 도선에 전류가 흐를 때 그 주변에 생기는 자기장의 방향은 오른손 법칙으로 알 수 있다. 오른손 엄지손가락이 전류의 방향을 향하게 하고 나머지 네 손가락으로 도선을 감아쥘 때 네 손가락이 가리키는 방향이 자기장의 방향이다. 무한히 긴 직선 도선으로부터 수직으로 거리 r만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기 B는 도선에 흐르는 전류의 세기에 비례하고 거리 r에 반비례한다.

(바) 원형 도선에 흐르는 전류가 만드는 자기장의 방향은 오른손 네 손가락을 전류의 방향으로 감아쥘 때 엄지손가락이 가리키는 방향이다. 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기 B는 전류의 세기에 비례하고 도선이 만드는 원의 반지름에 반비례한다.

[문제 4-1] 그림과 같이 평면에서 질량이 m_1인 물체와 질량이 m_2인 물체가 실로 연결되어 같이 직선 운동을 한다. 시각 $t=0\,\mathrm{s}$에 정지하였던 두 물체를 힘 F로 끌기 시작하였다. 시각 $t=2\,\mathrm{s}$에 실이 끊어져 질량이 m_1인 물체에만 같은 힘을 3초 동안 작용하였다. 그 후 질량이 m_1인 물체와 질량이 m_2인 물체는 직선 운동을 유지하다 비탈면을 만나 각각 최대 높이 h_1과 h_2까지 올라갔다. 제시문 (가) - (다)에 근거하여 시간 $t\,(2\,\mathrm{s}<t<5\,\mathrm{s})$에서 두 물체의 속력을 F, m_1, m_2, t로 나타내고, 최대 높이 비인 $\frac{h_1}{h_2}$을 m_1과 m_2로 나타내시오. 또한 $m_1=0.1\,\mathrm{kg}$이고 $\frac{h_1}{h_2}=49$일 때, 질량 m_2를 논리적으로 구하시오. (단, 빗면의 길이는 충분히 길고, 두 물체는 충돌하지 않고, 실의 질량, 물체의 크기, 마찰 및 공기 저항은 무시하며, 중력 가속도 g는 $10\,\mathrm{m/s^2}$이다.) [15점]



[문제 4-2] 그림과 같이 xy평면에 서로 평행한 세 쌍의 무한히 긴 직선 도선이 있고 일정한 전류 I_0과 $I_1=3\,I_0$이 화살표 방향으로 각각 흐른다. 이때 6개의 직선 도선이 만드는 정육각형의 중심점 P에서 자기장 B_0을 측정하였다. 점 P에 반지름이 r인 원형 도선을 두고 전류 $I_2=\frac{\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{A}$를 흘려 P에서 자기장을 0으로 만들었다. 그 후, 원형 도선의 중심을 x축을 따라 점 Q에 위치시키고 원형 도선에 흐르는 전류의 세기를 다시 조절하여 Q에서 자기장 B를 0으로 만들었다. 제시문 (라) - (바)에 근거하여 점 Q에 있는 원형 도선에 흐르는 전류 I의 크기와 방향을 논리적으로 구하시오. (단, $I_0\neq 0$이다.) [15점]



[문제 4] 다음 제시문 (가) - (바)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 원자량은 질량수가 12인 탄소(C) 원자의 원자량을 12로 정하고, 이것을 기준으로 비교한 원자의 상대적인 질량이다. 분자가 아보가드로수(6.02×10^{23}개)만큼 모인 집단을 그 분자의 1몰(mol)이라고 한다. 분자량은 분자를 이루는 원자들의 원자량을 합한 값이다. 물질 1몰의 질량을 몰 질량이라고 하며, 단위는 g/mol로 나타낸다. 따라서 물질의 질량과 몰 질량을 알면 물질의 양(mol)을 구할 수 있다.

(나) 탄소(C)를 기본 골격으로 수소(H), 질소(N), 산소(O) 등이 결합하여 이루어진 화합물을 탄소 화합물이라고 한다. 탄소 원자는 원자가 전자가 4개이므로, 최대로 다른 원자 4개와 결합할 수 있어 다양한 종류의 화합물을 만들 수 있다.

(다) 18족 원소 이외의 대부분의 원자들은 전자를 잃거나 얻어서 최외각 전자 껍질에 8개의 전자를 채워 안정한 전자 배치를 가지려고 하는데, 이러한 경향을 옥텟 규칙이라고 한다. 비금속 원자들은 전자를 공유함으로써 옥텟 규칙을 만족시키는데, 2개 이상의 원자들이 전자쌍을 공유하면서 형성되는 화학 결합을 공유 결합이라고 한다. 이때 각 원자에 포함된 원자가 전자 중에서 두 원자가 공유하는 전자쌍을 공유 전자쌍, 결합에 참여하지 않는 전자쌍을 비공유 전자쌍이라고 한다. 공유 결합을 형성하는 원자들은 중심 원자와 109.5°, 120°, 180° 등 일정한 결합각을 이룬다. 분자에서 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍들은 서로 같은 전하를 띠고 있으므로, 반발력이 최소가 되기 위해서 최대한 멀리 떨어져 있으려고 한다. 이를 전자쌍 반발 이론이라고 한다. 특히, 비공유 전자쌍 사이의 반발력이 공유 전자쌍 사이의 반발력보다 더 크게 나타난다.

(라) 루이스는 공유 결합을 설명하려고 원소 기호 주위에 원자가 전자를 점으로 찍어 나타내는 방법을 제안하였는데, 이를 루이스 전자점식이라고 한다. 루이스 전자점식으로 표현한 공유 결합 분자의 전자 배치를 간단하게 나타내려면 공유 전자쌍 1개를 결합선(ㅡ) 1개로 나타내고 비공유 전자쌍은 생략하기도 하는데, 이것을 루이스 구조식이라고 한다. 1개의 전자쌍을 공유하는 결합을 단일 결합이라고 하며, 결합선 1개로 나타낸다. 두 원자 사이에 공유 전자쌍이 2개와 3개인 공유 결합을 2중 결합과 3중 결합이라고 하며, 각각 결합선 2개와 3개로 나타낸다. 다음은 물(H_2O)과 이산화 탄소(CO_2)의 루이스 구조식이다.



(마) 화학 반응이 일어날 때 반응 물질과 생성 물질 사이의 관계를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식에서 각 물질의 계수비는 반응에 관여한 물질의 분자수비와 몰수비를 의미한다. 이때 몰과 입자수, 몰과 질량, 몰과 기체의 부피 관계를 이용하면 반응물과 생성물의 몰수, 입자수, 질량, 부피를 구할 수 있다.

(바) 기체의 부피는 기체의 몰수와 절대 온도에 비례하고 압력에 반비례한다. 비례 상수(R)를 이용하여 기체의 압력(P), 부피(V), 몰수(n), 절대 온도(T) 간의 관계에 대해 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다. 비례 상수 R를 기체 상수라고 한다.

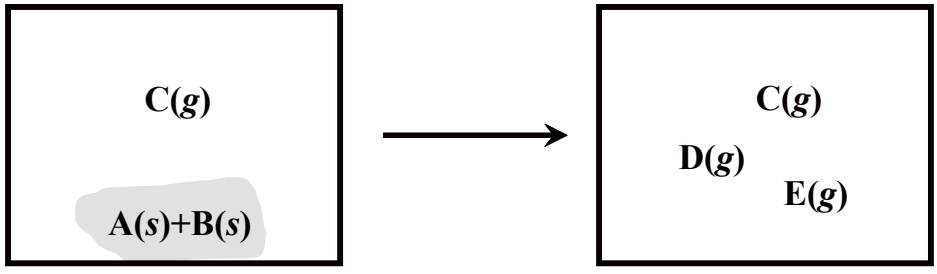
$$PV=nRT$$

[문제 4-1] 분자식이 $C_xH_yO_z$인 탄소 화합물 A가 105 g이 있다. 그중에서 탄소에 해당하는 질량은 54 g이고, 수소에 해당하는 질량은 3 g이다. A의 몰 질량은 70 g/mol이고, A를 이루는 탄소 원자 중 하나는 산소 원자 2개와 다른 탄소 원자 1개와 결합을 이루고 있다. 또한 A의 모든 결합각이 100°보다 크다. 제시문 (가) - (라)에 근거하여 탄소 화합물 A의 분자식을 구하고, 그 루이스 구조식을 제시하시오. 또한 A에서 가장 작은 결합각을 찾아 구조식에 표시하고 그 결합각을 예측하시오. (단, 수소(H), 탄소(C), 산소(O)의 원자량은 각각 1, 12, 16이고, A의 모든 탄소 원자와 산소 원자는 옥텟 규칙을 만족한다.) [15점]

[문제 4-2] 다음은 고체 A와 기체 C가 반응하여 기체 D를 생성하고, 고체 B와 기체 C가 반응하여 기체 E를 생성하는 반응식이다. A와 B의 몰 질량의 비는 2 : 1이다.

$$2A(s) + C(g) \rightarrow 2D(g)$$
$$B(s) + 2C(g) \rightarrow E(g)$$

같은 몰수의 A와 B가 섞여 있는 고체 시료 7.2 g이 부피가 6 L로 일정한 용기에 담겨있다. 이 용기에 충분한 양의 C를 가득 채워 반응 전에는 300 K의 온도에서 1 atm의 압력이 되었다. 반응이 진행되어 A와 B가 전부 소모된 후 같은 온도에서 용기의 압력이 0.68 atm이 되었을 때, 제시문 (가), (마), (바)에 근거하여 반응 전 A의 몰수와 몰 질량(g/mol)을 논리적으로 구하시오. (단, 고체 시료의 부피는 무시하고, A, B, D, E는 서로 반응하지 않는다. 기체 상수 R의 값은 0.08 atm · L/(mol · K)이다.) [15점]



자연계열 Ⅲ(3교시) 문제해설



수학

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 1] 제시문

수학, 금성출판사(2020), 배종숙 외, p.111-113, 262-267

수학, 천재교과서(2020), 류희찬 외, p.108-112, 258-262

수학, 교학사(2020), 권오남 외, p.101-103, 255-263

[문제 2] 제시문

수학II, 신사고(2020), 고성은 외, p.56

수학II, 미래엔(2019), 황선욱 외, p.55, 126

수학II, 비상교육(2019), 김원경 외, p.118

미적분, 비상교육(2019), 김원경 외, p.80

미적분, 천재교육(2021), 이준열 외, p.89

미적분, 천재교과서(2020), 류희찬 외, p.22

미적분, 신사고(2020), 고성은 외, p.18

[문제 3] 제시문

수학, 금성출판사(2019), 배종숙 외, p.139-151, 233-236

미적분, 좋은책 신사고(2019), 고성은 외, p.102-108

기하, 지학사(2019), 홍성복 외, p.82-97

출제의도

[문제 1] 주어진 상황에서 가능한 경우의 수를 바르게 계산하고, 각 경우에 대해서 함수값을 계산하는 능력이 중요하다. 또한 함수식 계산 및 두 점 간의 거리공식을 활용한 계산 능력이 요구된다. 본 문제는 경우의 수에 대한 이해 및 수식 이해도와 두 점 간의 거리 공식 활용을 평가하며 난이도는 '중, 하' 정도로 볼 수 있다.

[문제 2-1] [문제 2-1] 미분의 정의를 잘 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 주어진 조건으로부터 함수의 값과 미분을 얻을 수 있는지, 이를 이용하여 수열을 찾아내고 수열의 합을 계산할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[문제 2-2] 정적분에서 적분 구간의 의미를 이해하고 적분 함수의 성질(삼각함수의 주기)을 이용하여 정적분을 계산을 쉽게 만들기 위해 적절히 나누는 방법을 묻는 문제이다. 또한 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있는 지도 평가한다.

[문제 3-1] [문제 3-1] 역함수의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 함수로 표현하고 미분을 이용하여 극댓값을 구한 후 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2] 벡터의 내적과 성분을 잘 이해하고 있는지 확인한다. 이로부터 나온 함수의 최댓값, 최솟값을 원의 성질을 이용하거나 미분을 통하여 구할 수 있는지 평가한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] **예시답안**

아래와 같이 원점에서의 거리의 제곱을 구할 수 있다.

A	원점에서 점 A까지 거리의 제곱	B	원점에서 점 B까지 거리의 제곱
$(1, 3)$	10	$(1, \sqrt{5})$	6
$(2, 4)$	20	$(2, \sqrt{8})$	12
$(3, 6)$	45	$(3, 3)$	18
$(4, 10)$	116	$(4, \sqrt{8})$	24
		$(5, \sqrt{5})$	30
		$(6, 0)$	36

각 거리 제곱의 차이가 최소가 되는 경우는 아래와 같다.

- A$=(1, 3)$과 B$=(2, \sqrt{8})$일 때, 거리의 제곱의 차이는 $|10-12|=2$
- A$=(2, 4)$와 B$=(3, 3)$일 때, 거리의 제곱의 차이는 $|20-18|=2$

이때의 순서쌍 (a, b)는 $(1, 2)$, $(2, 3)$이다.

채점기준

- 원점에서 점 A까지의 거리를 바르게 계산한 경우: **+8점**
- 원점에서 점 B까지의 거리를 바르게 계산한 경우: **+10점**
- 거리 제곱 차이가 최소가 되는 경우를 바르게 찾은 경우: **+2점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 2-1] **예시답안**

$\lim_{x\to k}\frac{f(x)-k}{x-k}$가 극한이 존재하기 위해서는 $f(k)=k$이어야 한다.

또한 미분의 정의에 의해 $f'(k)=f(k)\sqrt{f(k)}=k^{\frac{3}{2}}$이므로, 합성함수 미분법에 의해

$$g'(n)=f'(f(n))f'(n)=(f'(n))^2=n^3$$

이다. 따라서

$$\sum_{n=1}^{20} g'(n)=\sum_{n=1}^{20} n^3=\left(\frac{20\cdot 21}{2}\right)^2=44100$$

채점기준

- 극한이 존재한다는 것으로부터 $f(k)=k$를 얻으면 **+3점**

- 미분의 정의로부터 $f'(k)=k^{\frac{3}{2}}$를 얻으면 **+3점**
- 합성함수의 미분법으로부터 $g'(n)=n^3$를 얻으면 **+2점**
- 합을 계산하여 정답을 얻으면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

[문제 2-2] 예시답안

우선 적분 구간을 나누어

$$I_n=\sum_{k=0}^{n-1}\int_{k\pi}^{(k+1)\pi}\{|\sin x|\cos^2 x+\sin^5(2x)\cos x\}dx$$

로 표현한다. 각 적분에 치환적분($u=x-k\pi$)을 한 후, 삼각함수의 성질을 이용하여

$$\begin{aligned}&\int_{k\pi}^{(k+1)\pi}\{|\sin x|\cos^2 x+\sin^5(2x)\cos x\}dx\\&=\int_0^{\pi}\{|\sin(u+k\pi)|\cos^2(u+k\pi)+\sin^5(2(u+k\pi))\cos(u+k\pi)\}du\\&=\int_0^{\pi}\{\sin u\cos^2 u+\sin^5(2u)(-1)^k\cos u\}du\end{aligned}$$

를 얻는다. 치환적분($t=\cos u$)에 의해 $\int_0^{\pi}\sin u\cos^2 u\,du=\frac{2}{3}$이므로

$$\frac{I_n}{n}=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\left\{\frac{2}{3}+(-1)^k\int_0^{\pi}\sin^5(2u)\cos u\,du\right\}=\frac{2}{3}+\frac{1}{n}\left\{\sum_{k=0}^{n-1}(-1)^k\right\}\int_0^{\pi}\sin^5(2u)\cos u\,du$$

이다. 그런데 $0\le\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}(-1)^k\le\frac{1}{n}$ (여기서 $\sum_{k=0}^{n-1}(-1)^k$는 0 또는 1을 이용하였다.)이므로 $\frac{I_n}{n}$의 극한은 $\frac{2}{3}$이다.

채점기준

- 구간을 π간격으로 나누어 합으로 표현하면 **+3점**
- 치환적분을 하여 구간 $0\le u\le\pi$에서의 적분의 합으로 식을 표현하면 **+3점**
- $\int_0^{\pi}\sin u\cos^2 u\,du=\frac{2}{3}$를 얻으면 **+3점**
- $\frac{1}{n}\left\{\sum_{k=0}^{n-1}(-1)^k\right\}\int_0^{\pi}\sin^5(2u)\cos u\,du$의 극한이 0임을 구하면 **+3점**
- 최종적으로 정답 $\frac{2}{3}$을 얻으면 **+3점**

(채점위원 대상 코멘트: 학생들이 $\int_0^{n\pi}\sin^5(2x)\cos x\,dx$를 직접 계산하여 답을 구하려고 하는 경우가 있는데, 이 적분은 n이 짝수인 경우 0이고 홀수인 경우 $\frac{512}{693}$입니다. 많은 학생들이 이 적분을 근거 없이 0이라 하였는데 이 경우는 답이 맞더라도 최대 $10=3+3+3+1$점만 부여합니다.)

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

[문제 3-1] 예시답안

$\mathrm{A}\left(t,\ t+\frac{1}{2(t+1)^2}\right)$일 때, 역함수의 성질에 의하여 $\mathrm{B}\left(t+\frac{1}{2(t+1)^2},\ t\right)$이다. 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선의 방정식은 $x-t+y-\left(t+\frac{1}{2(t+1)^2}\right)=0$이므로 원점에서 거리는 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(2t+\frac{1}{2(t+1)^2}\right)$이고 선분 AB의 길이는 $\frac{1}{\sqrt{2}(t+1)^2}$이다. 삼각형 OAB의 넓이를 $h(t)$라 하면 $h(t)=\frac{1}{4}\left(2t+\frac{1}{2(t+1)^2}\right)\frac{1}{(t+1)^2}$이다. t에 대하여 미분하면 $h'(t)=\frac{1}{2(t+1)^5}(-t^3-t^2+t)$을 얻고 $t=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$에서 최댓값을 갖는다. 이때, 점 A의 좌표는 $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2},\ \frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)$이다.

채점기준

- $h(t)=\frac{1}{4}\left(2t+\frac{1}{2(t+1)^2}\right)\frac{1}{(t+1)^2}$ 구하면 **+5점**
- 미분하여 $t=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 구하면 **+3점**
- $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)$ 구하면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

[문제 3-2] 예시답안

[방법 1]

$\mathrm{P}(a, b)$라 하자. 조건 (가)에서 $(a-2)^2+b^2=1$이 나온다. 조건 (나)에서 $x+y=\frac{b-2}{b}$와 $a(x+y)-x-3y=a$가 나오고 정리하면 $x+y=\frac{b-2}{b}$와 $x+3y=-\frac{2a}{b}$이다.

따라서 $\frac{x+y}{x+3y}=\frac{2-b}{2a}$이다. $\frac{2-b}{2a}=k$로 놓으면 $b=-2ka+2$이고 이것은 $(0, 2)$를 지나고 기울기 $-2k$인 직선의 방정식이다. k가 최대, 최소가 되는 것은 원 $(a-2)^2+b^2=1$에 접할 때이다. $(2, 0)$에서 직선에 이르는 거리는 $\frac{|4k-2|}{\sqrt{4k^2+1}}=1$이고 정리하면 $12k^2-16k+3=0$이다.

$M=\frac{4+\sqrt{7}}{6}$, $m=\frac{4-\sqrt{7}}{6}$ 근과 계수의 관계에 의하여 $mM^2+Mm^2=mM(m+M)=\frac{3}{12}\times\frac{16}{12}=\frac{1}{3}$이다.

(참고로 $M=\frac{4+\sqrt{7}}{6}$, $m=\frac{4-\sqrt{7}}{6}$이다.)

[방법 2]

$\frac{x+y}{x+3y}=\frac{2-b}{2a}$에서 $(a-2)^2+b^2=1$을 고려하여 $a=2+\cos\theta$, $b=\sin\theta$을 대입한다.

$\frac{x+y}{x+3y}=\frac{2-\sin\theta}{4+2\cos\theta}$이 되고 우변을 θ에 대하여 미분하여 극대, 극소를 구하면 $M=\frac{4+\sqrt{7}}{6}$, $m=\frac{4-\sqrt{7}}{6}$이고 $mM(m+M)=\frac{1}{3}$이 된다.

채점기준

- 원 $(a-2)^2+b^2=1$임을 보이면 **+3점**
- $x+y=\frac{b-2}{b}$와 $x+3y=-\frac{2a}{b}$을 보이면 **+5점**
- $mM(m+M)=\frac{1}{3}$ 구하면 **+7점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 4] 제시문

생명과학I, 비상(2018), 심규철 외 5인, p.35, 59, 101 / 생명과학I, 천재교육(2018), 이준규 외 5인, p.33, 75, 104
생명과학I, 미래엔(2018), 오현선 외 5인, p.38, 78, 108, 109, 114 / 생명과학I, 동아출판(2018), 김윤택 외 4인, p.35, 65, 102
생명과학I, 금성출판사(2018), 심재호 외 5인, p.46, 83 / 생명과학I, 지학사(2018), 전상학 외 7인, p.34, 78, 94-95, 98

출제의도

[문제 4-1] ATP는 생명 활동에 직접적으로 사용되는 에너지원으로, ATP가 분해되어 방출된 에너지는 근육 운동, 물질 합성, 생장 등 다양한 생명 활동에 사용된다. [문제 4-1]에서는 근육 기능에 이상이 있는 사람의 근육 조직을 채취하여 물질 분석 및 현미경 관찰을 통해 얻어진 결과를 해석하여 질병의 원인을 추론하는 능력을 평가하고자 하였다. 또한 서로 다른 종류의 실험 결과를 통합적으로 해석하여 질병의 원인을 추론하는 문제로써, 학생들의 데이터 해석력, 논리적 사고력, 추론 능력을 종합적으로 측정하고자 하였다. 실험 과정 순서에 따라 실험이 이루어지는 상황을 정확히 이해하고, <표 1>의 결과를 분석하면 민수와 선우의 아세틸콜린의 분비량은 철주와 비교하여 차이가 없음을 통해 근육 조직에 전달되는 신경 자극 전달 과정에는 문제가 없음을 알 수 있다. 그러나 민수는 철주와 비교했을 때 근육 자극 후 생성된 무기 인산의 양이 자극 전과 비교하여 봤을 때 증가하지 않는 것으로 보아 ATP를 사용하는 과정에 문제가 있음을 알 수 있다. 또한 선우는 무기 인산의 생성량이 철주에 비해 반으로 감소한 것을 알 수 있다. 이와 더불어 <표 2>의 전자현미경 관찰 결과에 의하면 선우는 철주와 같이 정상인 것을 알 수 있으나, 민수는 근육 조직 구성 자체에 문제가 있음을 알 수 있다. <표 1>과 <표 2>의 결과를 통합적으로 분석하고 추론해 보면, 민수는 암대를 이루고 있는 마이오신 단백질을 근육세포가 생성하지 못해서 생기는 질환으로 따라서 ATP를 사용하여 근육을 움직일 수 있는 능력이 없음을 알 수 있다. 선우는 근육 조직의 구성에는 문제가 없으나, 마이오신 단백질의 ATP 분해 능력 또는 생성 능력이 정상에 비해 50% 정도 수준으로 떨어져서 나타난 질환임을 알 수 있다. 이를 통해 실제 측정한 실험 결과를 통합적으로 해석하고, 논리적으로 추론할 수 있는 능력을 확인하는 문제이다.

[문제 4-2] 바이러스와 같은 병원체 감염에 의해 유도되는 특이적 면역반응은 기억 세포의 생산을 유도하여 병원체 재감염을 효과적으로 막을 수 있다. 본 문제에서는 주어진 자료를 통합적으로 해석하여, 특이적 면역 반응의 특성을 바탕으로 백신의 특성을 정확히 이해할 수 있는 능력을 평가한다.
이를 위해, 제시문을 읽고 실험 결과를 이해하여 감염 후 2일째와 10일째의 각 생쥐에서 바이러스 양의 차이가 나는 이유를 논리적으로 설명할 수 있는지를 확인한다. 에서 바이러스 양이 줄어들지 않았으나, 10일째에는 기억 세포로부터 분화한 형질세포가 다량의 항체를 생성하여 바이러스가 감소하였음을 추론할 수 있다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시답안

- 제시문 (가)를 통해 무기 인산은 ATP를 사용하여 에너지를 소비하는 과정에서 ADP와 함께 생성됨을 알 수 있다. 정상인 철주의 무기 인산량 대비 민수는 거의 생산이 되지 않았고, 선우는 ATP 사용량 또는 생산량이 정상에 비해 절반 정도로 감소하

였다. 따라서 민수와 선우의 근육에서 ATP를 활용한 근육을 움직이는 과정이 정상적으로 이루어지지 않고 있음을 알 수 있다.

- 제시문 (나)를 통해 아세틸콜린 분비량에는 정상인 철주 대비 민수와 선우에서 변화가 없는 것으로 보아 근육을 움직일 수 있는 신경 자극 전달 과정은 정상임을 알 수 있다.
- <표 2> 결과를 통해 선우의 근육 세포 구조는 정상임을 알 수 있고, 민수의 근육 세포는 근육이 이완되는 상황에서도 Z선 사이 길이와 I대 길이가 같은 것을 알 수 있다. 이는 액틴 필라멘트는 정상이나 A대와 H대를 관찰할 수 없고, 마이오신 단백질이 근육 원섬유 내에 존재하지 않음을 추론할 수 있다.
- 따라서 실험 결과와 제시문을 통합적으로 분석해 보면, 민수는 ATP를 활용해 근수축을 할 수 있는 마이오신 단백질이 발현되지 않아 생기는 근육 질환이고, 선우는 마이오신 단백질은 발현되고 있으나, ATP를 활용하는 능력이 정상에 비해 부족해서 생기는 근육 질환임을 추론할 수 있다.

채점기준

- <표 1>을 분석하여 민수의 근육은 ATP를 활용하지 못하고, 선우는 정상인 철주 대비 50%의 활성을 갖고 있음을 논리적으로 설명하면 **+4점**
- <표 1>을 분석하여 민수와 선우 모두 신경세포로부터 근육 자극 전달에는 문제가 없음을 찾으면 **+2점**
- 제시문 (나)를 통해 선우의 근육 원섬유 구조에는 문제가 없음을 제시하고, 민수의 근육 원섬유 구조에 마이오신 단백질이 발현되지 않아 A대(암대)와 H대가 형성되지 않고 명대만 형성되어 있음을 제시하면 **+5점**
- 따라서 민수의 근육 질환은 마이오신 단백질이 만들어지지 않아 ATP 사용량이 없고 근육 원섬유 구조 이상에 의한 질병임을 추론하고, 선우는 마이오신 단백질은 정상적으로 발현하나 ATP 활용 능력이 저하되어 나타나는 질환임을 논리적으로 제시하면 **+4점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 4-2] 예시답안

- 생쥐 X로 전달된 혈청에 항-바이러스 항체가 포함되어 있으므로, 바이러스 주입 2일째와 10일째의 생쥐 X에서 검출된 바이러스 양이 대조군 생쥐인 생쥐 Z에서보다 적다.
- 제시문 (라)와 [자료]를 통해 1차 면역 반응에서는 항체를 생산하기까지 시간이 오래 걸리며 항체 생산량도 많지 않다는 것을 알 수 있다. 따라서, 바이러스 주입 2일째와 10일째, 생쥐 X에서 바이러스가 완전히 제거되지 않은 이유는, 전달된 혈청에 충분한 양의 항체가 포함되어 있지 않기 때문이라고 추론할 수 있다.
- 제시문 (다)와 (라)를 통해, 생쥐 Y로 전달된 백혈구에는 독감 바이러스 특이적인 기억 세포가 포함되어 있음을 알 수 있다. 따라서, 독감 바이러스를 주입된 생쥐 Y에서 기억 세포가 형질 세포로 빠르게 분화하고 다량의 항체를 생성하여, 바이러스 주입 10일째에 독감 바이러스가 크게 감소하였음을 추론할 수 있다.
- 하지만, 주어진 [자료]에 따르면, 2차 면역 반응에서 혈중 항체 농도가 증가하기까지 최소 5일이 소요되므로, 바이러스 주입 2일째에는 생쥐Y에서 바이러스 양이 줄어들지 않았다.

채점기준

- 생쥐 X에 전달된 혈청에 생쥐 A의 항바이러스 항체가 포함되어 있음을 제시 **+2점**
- 혈청에 포함되어 전달된 항체로 인하여 생쥐 X의 바이러스 양이 생쥐 Z에 비해 적음을 제시 **+3점**
- 생쥐 X에 전달된 혈청에 바이러스를 완전히 제거하기 위한 충분한 항체가 포함되어 있지 않았음을 제시 **+3점**
- 생쥐 Y에 전달된 백혈구에 기억 세포가 포함되어 있음을 제시 **+2점**
- 생쥐 Y에 전달된 기억세포에 의해 바이러스가 10일째에 크게 감소하였음을 제시 **+3점**
- 기억 세포가 활성화되어 항체를 충분히 생산하기까지 5일 이상의 시간이 필요하므로, 바이러스 주입 2일째에는 생쥐 Y에서 바이러스가 줄어들지 않았음을 제시 **+2점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 4] **제시문**

물리 I, 비상교육(2018), 손정우 외, p.19,24 / 물리 I, 미래엔(2018), 김성진 외, p.18 / 물리 I, 교학사(2018), 김영민 외, p.60,64,65
물리 I, 와이비엠(2018), 곽영직 외, p.23-28,134 / 물리 I, 지학사(2018), 김성민 외, p.123 / 물리 II, 천재교육(2018), 강남화 외, p.120, 121

출제의도

[문제 4] 역학은 고등학교 물리 I 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리 II 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 또한, 전류와 자기장은 고등학교 물리 I 단원 II 물질과 전자기장에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 뉴턴의 운동 제2법칙을 이해하고, 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였고, 전류와 자기장에서는 전류에 의한 자기장이 나타나는 물리적 상황을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1] 물체의 운동과 에너지를 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 뉴턴의 운동 법칙을 이해하고 직선상에서 물체의 운동 상태 변화를 예측할 수 있다. 힘이 두 물체에 작용하다가 실이 끊어져 힘이 한 물체에만 작용하기 때문에 2초 후 물체의 속도가 달라진다. 따라서 문제에서 주어진 조건을 이용하여 시간에 따른 물체의 가속도와 속도를 구할 수 있다. 또한 물체의 등가속도 운동을 기술하기 위해서 중력을 빗면에 나란한 힘과 빗면에 수직인 힘으로 분해할 수 있다. 이후 물체는 빗면을 따라 올라가며 운동 에너지가 중력 퍼텐셜 에너지로 전환된다. 역학적 에너지는 보존됨으로 물체의 최대 올라간 위치를 통해 빗면을 오르기 전에 물체의 속력을 구할 수 있다. 본 문항의 평가에서는, 일차원 직선 운동, 뉴턴 운동 법칙, 역학적 에너지 보존 법칙을 이해하고 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 평가하며, 중간 수준의 난이도를 갖는 문제이다.

[문제 4-2] 전자기장은 고등학교 물리에서 다루는 주요 분야 중 하나이다. 문제 4-2는 전자기 현상 중 전류에 의한 자기 작용을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 전류가 흐르는 도선 주위에 발생하는 자기장을 이해할 수 있다. 직선 도선 주위에 발생하는 자기장과 원형 도선 주위에 발생하는 자기장 크기와 방향을 예측할 수 있다. 이때 자기장은 수직 거리에 반비례하고 도선에 흐르는 전류의 크기에 비례한다. 문제에서 수직 거리를 알면 일정한 전류가 흐르는 직선 도선의 자기장을 구할 수 있다. 또한, 이를 상쇄시키는 자기장의 크기를 원형 도선에 흐르는 전류로 나타낼 수 있다. 물리1 과목 물질과 전기장 영역에서 배우는 물질과 전자기장의 기본 개념을 이해하면 비례 관계를 이용해 문제를 해결할 수 있다. 물리 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하며, 중간 수준의 난이도를 갖는 문제이다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] **예시답안**

▶ 시간 $0<t<2\,\mathrm{s}$에서 두 물체는 함께 등가속도 운동을 한다. 이 구간에서 두 물체의 가속도는 $a=\frac{F}{m_1+m_2}$이고, 속력은 $v_1=v_2=at=\frac{F}{m_1+m_2}t$이다.

▶ 시간 $2\,\mathrm{s}<t<5\,\mathrm{s}$에서 두 물체가 분리되고 질량이 m_1인 물체만 힘이 작용하여 가속도가 $a_1=\frac{F}{m_1}$인 등가속도 운동을 하고 질량이 m_2인 물체는 등속도 운동을 한다.

$$v_1=\frac{2F}{m_1+m_2}+\frac{F}{m_1}(t-2),\ v_2=\frac{2F}{m_1+m_2}$$

▶ 시각 $t=5\,\mathrm{s}$ 이후 빗면을 만나 물체가 가진 운동 에너지는 중력 퍼텐셜 에너지로 전환된다. 아래와 같이 역학적 에너지 보존 법칙에 따라 물체가 올라갈 수 있는 최대 높이는 시간 $t=5\,\mathrm{s}$에 물체가 가지는 운동 에너지에 의해 결정된다.

▶ $m_1gh_1=\frac{1}{2}m_1v_1^2$, $m_2gh_2=\frac{1}{2}m_2v_2^2$이고 두 식을 서로 나누면 아래와 같다.

$$\frac{h_1}{h_2}=\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2=\left(\frac{\frac{2F}{m_1+m_2}+\frac{3F}{m_1}}{\frac{2F}{m_1+m_2}}\right)^2=\left(\frac{5m_1+3m_2}{2m_1}\right)^2$$

따라서, $\frac{h_1}{h_2}=\left(\frac{5}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)\right)^2$이다.

▶ 만약 $\frac{h_1}{h_2}=49$이고 질량은 양수임으로, $\sqrt{49}=7=\left(\frac{5}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)\right)$이고 $\frac{m_2}{m_1}=3$임을 알 수 있다. $m_1=0.1\,\mathrm{kg}$이기 때문에 $m_2=0.3\,\mathrm{kg}$이다.

채점기준

- 뉴턴의 운동 법칙을 바르게 기술하면 **+3점**
- 주어진 시간 구간에서 두 물체의 속력을 바르게 구하면 **+3점**
- 역학적 에너지 보존법칙을 바르게 기술하면 **+3점**
- 두 물체의 질량 비를 이용하여 최대 높이 비를 바르게 나타내면 **+3점**
- 주어진 높이 비를 통해 질량 $m_2=0.3\,\mathrm{kg}$을 바르게 구하면 **+3점**

※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).

[문제 4-2] 예시답안

▶ 점 P에서 직선 도선의 수직 거리는 $4\,\mathrm{m}\times\sin 60^\circ=2\sqrt{3}\,\mathrm{m}$로 모두 같다.

▶ 점 P에서 직선 도선에 의한 자기장 B_0는 수직 거리에 반비례하며 전류에 비례한다. 전류 I_0가 정육각형의 중심으로부터 시계 방향으로 흐르는 4개의 직선 도선은 자기장이 xy평면으로 들어가는 방향($-z$ 방향 또는 $\otimes$)이며 크기는 $\alpha\frac{I_0}{2\sqrt{3}}\times 4$로 나타난다. (단, α는 직선 도선의 비례상수이다.) 전류 I_0가 반시계 방향으로 흐르는 직선 도선은 자기장이 xy평면으로 나오는 방향($+z$ 방향 또는 $\odot$)이며 $\alpha\frac{I_0}{2\sqrt{3}}$이다. 전류 $3I_0$가 시계방향으로 흐르는 직선 도선은 자기장이 xy평면으로 들어가는 방향이며 $\alpha\frac{3I_0}{2\sqrt{3}}$이다.

즉, $B_0=\alpha\frac{-I_0}{2\sqrt{3}}\times 4+\alpha\frac{+I_0}{2\sqrt{3}}+\alpha\frac{-3I_0}{2\sqrt{3}}=-\sqrt{3}\alpha I_0$, B_0의 크기는 $\sqrt{3}\alpha I_0$ (또는 $B_0\propto\sqrt{3}I_0$), xy평면으로 들어가는 방향이다.

▶ P에서 자기장을 0으로 만들어야 하기에 원형 도선에 의한 자기장의 방향은 xy평면으로 나오는 방향이며 $B=\sqrt{3}\alpha I_0=\beta\frac{I_2}{r}$이다. (단, β는 원형 도선의 비례상수이다.) 원형 도선에 흐르는 전류 I_2는 $\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{A}$이므로 $I_0=\frac{1}{3}\frac{\beta}{\alpha}\frac{1}{r}\mathrm{A}$로 표현된다. (단, r의 단위는 m이다.)

▶ 점 Q에서 전류 I_0가 정육각형의 중심으로부터 시계방향으로 흐르는 4개의 직선 도선은 각각 $\sqrt{3}\,\mathrm{m}$, $2\sqrt{3}\,\mathrm{m}$, $3\sqrt{3}\,\mathrm{m}$, $2\sqrt{3}\,\mathrm{m}$이며 자기장 방향은 xy평면으로 들어가는 방향으로 동일하다. 전류 I_0가 반시계 방향으로 흐르는 직선 도선의 수직

거리는 $\sqrt{3}\,\mathrm{m}$이며 전류 $3I_0$가 시계방향으로 흐르는 직선 도선의 수직 거리는 $3\sqrt{3}\,\mathrm{m}$이다.

- 점 Q에서 직선 도선에 의한 자기장의 크기와 방향은 다음과 같이 표현된다.

$$B=\alpha\left(\frac{-I_0}{\sqrt{3}}+\frac{-I_0}{2\sqrt{3}}+\frac{-I_0}{3\sqrt{3}}+\frac{-I_0}{2\sqrt{3}}+\frac{+I_0}{\sqrt{3}}+\frac{-3I_0}{3\sqrt{3}}\right)=-\frac{7\sqrt{3}}{9}\alpha I_0$$

B의 크기는 $\frac{7\sqrt{3}}{9}\alpha I_0$ (또는 $B\propto\frac{7\sqrt{3}}{9}I_0$), xy평면으로 들어가는 방향

- Q에서 자기장을 0으로 만들기 때문에 원형 도선에 의한 자기장의 방향은 xy평면으로 나오는 방향이며 크기는 $B=\beta\frac{I}{r}=\frac{7\sqrt{3}}{9}\alpha I_0$를 만족해야 하고, $I=\frac{7\sqrt{3}}{9}\frac{\alpha}{\beta}I_0 r$로 표현된다. 따라서 비례 관계 또는 $I_0=\frac{1}{3}\frac{\beta}{\alpha}\frac{1}{r}\,\mathrm{A}$를 이용하면 원형 도선에 흐르는 전류 I의 크기와 방향은 다음과 같다.

$$I=\frac{7\sqrt{3}}{27}\,\mathrm{A},\ \text{반시계 방향}$$

채점기준

- 점 P에서 직선 도선의 수직 거리를 바르게 구하면 **+3점**
- 점 P에서 직선 도선에 의한 자기장 B_0을 바르게 나타내면 **+3점**
- 점 Q에서 직선 도선의 수직 거리를 바르게 구하면 **+3점**
- 점 Q에서 직선 도선에 의한 자기장 B를 바르게 구하면 **+3점**
- 원형 도선에 흐르는 전류 I의 크기와 방향을 바르게 구하면 **+3점**

※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).

화학

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 4] **제시문**

화학 I, ㈜지학사(2019), 이상권 외 7인, p. 27-33 18-23, 116-117, 133-136, 120-121, 34-39
화학 I, ㈜천재교육(2019), 노태희 외 6인, p. 23-27, 15-17, 116-117, 138-141, 132-135, 30-37
화학 I, ㈜교학사(2020), 홍훈기 외 6인, p. 27-32, 18-21, 108-109, 129-131, 121-125, 39-40
화학 I, ㈜금성출판사(2019), 하윤경 외 5인, p. 29-32, 17-25, 109-111, 125-129, 121-124, 35-38
화학 I, ㈜미래엔(2020), 최미화 외 5인, p. 28-33, 20-24, 118-120, 134-137, 130, 36-41
화학 I, ㈜와이비엠(2020), 강대훈 외 3인, p. 35-37, 23-27, 127-129, 148-151, 145-147, 50-53
화학 I, ㈜동아출판(2020), 황성용 외 3인, p. 29-33 18-22, 120-122, 146-151, 142-145, 39-43
화학 I, ㈜비상교육(2020), 박종석 외 7인, p. 27-31 17-19, 106-107, 123-125, p.115, 34-39
화학 I, ㈜상상아카데미(2020), 장낙한 외 9인, p. 31-35 23-27, 119-120, 139-142, 131-134, 41-43
화학 II, ㈜지학사(2020), 이상권 외 7인, p. 17 / 화학 II, ㈜미래엔(2020), 최미화 외 5인, p. 20-21
화학 II, ㈜천재교육(2019), 노태희 외 6인, p. 18 / 화학 II, ㈜상상아카데미(2020), 장낙한 외 9인, p. 21-23
화학 II, ㈜비상교육(2020), 박종석 외 7인, p. 15-16 / 화학 II, ㈜교학사(2020), 홍훈기 외 6인, p. 19

출제의도

[문제 4] 본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정에 대한 전반적인 이해도 및 문제 해결 능력을 평가하고자 하였다.

[문제 4-1] [4-1]에서는 화학 I 교과에 대한 전반적인 이해도 및 응용 능력을 평가하고자 하였다. 구체적으로 'I. 화학의 첫걸음'에서 다루는 탄소 화합물, 몰, 분자량, 몰 질량 등의 개념과 'III. 화학 결합과 분자의 세계'에서 다루는 공유 결합, 루이스 구조식, 분자의 구조, 전자쌍 반발 이론에 대한 개념을 다루었다. 물질의 질량과 몰 질량과의 관계를 통해 탄소 화합물의 분자식을 구하고, 공유 결합으로 형성된 이 분자의 루이스 구조를 그리며, 전자쌍 반발 이론에 근거하여 그 결합각들을 예측하는 것을 질문함으로써 주어진 개념들에 대한 통합적인 이해도를 가늠하고 올바른 결론을 도출해내기 위한 사고 능력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2] [4-2]에서는 화학 I에서 다루는 화학 반응식과 화학 II에서 다루는 이상 기체의 성질에 대한 개념을 바르게 연계하여, 화학 반응에서의 양적 관계를 논리적으로 도출해 낼 수 있는지 물어보는 문제이다. 부피가 변하지 않는 한 용기에서 고체 혼합물과 기체 화합물 간의 반응이 진행될 때, 압력 변화 값을 통해 이상 기체 방정식을 이용하여 전체 기체 몰수의 변화 값을 구할 수 있어야 한다. 또한, 물질의 양(mol)과 물질의 질량 관계를 이용하여 고체 반응물의 몰 질량을 계산할 수 있어야 한다.

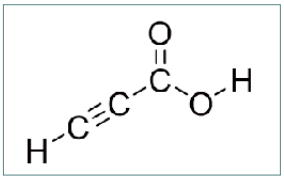
2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] **예시답안**

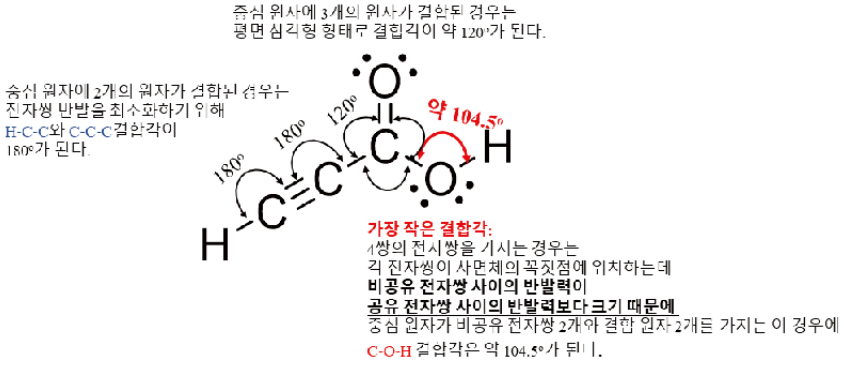
- 탄소 화합물 A는 탄소, 수소, 산소로만 구성되어 있고, 105 g 중 탄소는 54 g, 수소는 3 g을 차지하므로 산소의 양은 48 g에 해당된다. (105 − 54 − 3 = 48)
  각 원소의 해당 질량과 각각 12, 1, 16인 탄소, 수소, 산소의 원자량을 고려하여, 탄소, 수소, 산소 원자수의 비를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathrm{C:H:O}=\frac{54}{12}:\frac{3}{1}:\frac{48}{16}=3:2:2$$

  A의 몰 질량은 70 g/mol이므로 탄소 3개, 수소 2개, 산소 2개로 구성된 $\mathrm{C_3H_2O_2}$의 분자식을 얻을 수 있다.
- A에는 산소 2개 및 다른 탄소 1개와 결합하고 있는 탄소가 존재하고 모든 결합각이 100°보다 크므로, 가능한 구조의 루이스 구조식은 다음과 같다.



- 전자쌍 반발 이론에 근거하여 이 분자 내에서의 결합각을 다음과 같이 예상할 수 있다. 가장 작은 결합각은 약 104.5°의 C−O−H 결합각이다. 이 경우 4쌍의 각 전자쌍이 사면체의 꼭짓점에 위치하는데, 비공유 전자쌍 사이의 반발력이 공유 전자쌍 사이의 반발력보다 크기 때문에, 비공유 전자쌍 2개와 결합 원자 2개를 가지는 산소를 중심 원자로 C−O−H 결합각은 약 104.5°가 된다.



채점기준

- 탄소화합물 A의 분자식 $C_3H_2O_2$를 바르게 구하면 **+5점**
- 탄소화합물 A의 루이스 구조식을 바르게 제시하면 **+6점**
- 약 104.5°인 C–O–H의 결합각이 가장 작은 결합각임을 바르게 찾으면 **+4점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 조절 가능함.

[문제 4-2] 예시답안

▶ 같은 몰수의 고체 화합물 A와 B가 모두 반응하였고, 그 몰수를 a라 하면 반응 전과 후의 기체 C, D, E의 몰수 변화는 화학 반응식의 계수비를 고려하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$2A(s) + C(g) \rightarrow 2D(g) \text{ (반응 1)}$$
$$B(s) + 2C(g) \rightarrow E(g) \text{ (반응 2)}$$

	C의 몰수 변화	D의 몰수 변화	E의 몰수 변화	전체 기체의 몰수 변화
반응 후	$-a/2$ (반응 1) $-2a$ (반응 2)	a	a	$-a/2$

▶ 이상 기체 방정식을 이용하면, 전체 압력 변화 값(DP=0.68 atm − 1 atm)을 이용하여 전체 기체의 몰수 변화 그리고 이를 통해 반응 전 A와 B의 몰수 a를 계산할 수 있다.

$$PV = nRT$$
$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(0.68-1)\text{atm} \times 6\text{L}}{0.08\,\text{atmL/(molK)} \times 300\,\text{K}} = \frac{-a}{2}\,\text{mol}$$
$$a = 0.16$$

▶ 참고로 다음과 같이 a를 구할 수도 있다.

반응 전 기체 몰수

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1\,\text{atm} \times 6\,\text{L}}{0.08\,\text{atmL/(molK)} \times 300\,\text{K}} = 0.25\,\text{mol}$$

반응 후 기체 몰수

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{0.68\,\text{atm} \times 6\,\text{L}}{0.08\,\text{atmL/(molK)} \times 300\,\text{K}} = 0.17\,\text{mol}$$

전체 기체 몰수의 변화 $= 0.17\,\text{mol} - 0.25\,\text{mol} = \frac{-a}{2}\,\text{mol}$, 따라서 $a = 0.16$

▶ A와 B의 몰 질량의 비가 2 : 1이므로 구하고자 하는 A의 몰 질량을 M_A라 하면 B의 몰 질량은 $M_A/2$이다. 반응 전에 A, B가 각각 0.16몰 존재하였고 이 두 화합물의 총 질량이 7.2 g이었으므로 다음과 같이 M_A를 계산할 수 있다.

총 질량 = 몰 질량(g/mol) × 몰수 $= (M_A\,\text{g/mol} \times 0.16\,\text{mol}) + (M_A/2\,\text{g/mol} \times 0.16\,\text{mol})$

$$= 1.5\,M_A \times 0.16\,\text{mol} = 7.2\,\text{g}$$
$$M_A = 30\,\text{g/mol}$$

채점기준

- 전체 기체 몰수 변화를 바르게 구하면 **+5점**
- 이상 기체 방정식을 이용하여 반응 전 A의 몰수, 0.16몰을 바르게 구하면 **+5점**
- A의 몰 질량이 30 g/mol임을 바르게 구하면 **+5점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 조절 가능함.