[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 가설이란 관찰을 통해 인식한 문제를 해결하기 위한 잠정적인 답이다. 가설은 예측 가능해야 하고, 옳은지 그른지 실험이나 관측을 통해 확인할 수 있어야 한다. 가설을 검증하기 위하여 탐구를 설계하고 수행한다. 탐구를 수행할 때는 대조군을 설정하고 실험군과 비교하는 대조 실험을 하여 실험 결과의 타당성을 높여야 한다. 실험에 관계되는 요인을 변인이라고 하는데, 변인에는 독립변인과 종속변인이 있다. 이처럼 자연 현상에서 문제를 인식하고 가설을 세워 이를 실험적으로 검증하는 탐구 방법을 가설을 활용한 연역적 탐구 방법이라고 한다.

(나) 세포가 세포 호흡을 통해 에너지를 전환하는 과정에서 여러 가지 노폐물이 생성된다. 배설은 이산화 탄소, 물, 암모니아와 같이 물질대사의 결과로 생성된 노폐물이나 독성 물질을 몸 밖으로 내보내는 과정이다. 암모니아는 독성이 강해 간에서 물질대사를 통해 독성이 약한 요소로 전환된다. 물질대사의 결과로 생성되는 물질 중 여분의 물과 요소는 순환계를 통해 배설계로 이동하며, 배설계에서는 혈액 속의 요소를 걸러 내어 물과 함께 오줌으로 배설한다. 이처럼 노폐물의 배설 과정은 물질대사와 호흡계, 순환계, 배설계의 통합 작용으로 일어난다. 물질대사의 결과로 생성된 노폐물이 배설되지 못하면 세포나 조직이 해를 입는다.

(다) 말초 신경계는 구심성 뉴런과 원심성 뉴런으로 나눌 수 있다. 감각기에서 받아들인 자극은 구심성 뉴런을 통해 중추 신경계로 전달되고, 중추 신경계에서 내린 반응 명령은 원심성 뉴런을 통해 근육이나 분비샘 등의 반응기로 전달된다. 원심성 뉴런으로 구성된 신경계는 체성 신경계와 자율 신경계로 구분된다. 체성 신경계는 대뇌의 지배를 받아 의식적인 골격근의 반응을 조절한다. 자율 신경계는 대뇌의 영향을 직접 받지 않고 간뇌, 중간뇌, 연수의 조절을 받아 몸의 기능을 조절하는데, 자율 신경계의 말단이 내장 기관, 혈관, 분비샘에 분포하여 주로 소화, 순환, 호흡 운동과 호르몬 분비 등 생명 유지에 필수적인 기능을 조절한다.

(라) 교감 신경과 부교감 신경은 대부분 내장 기관에 같이 분포하면서 서로 반대 효과를 나타내는 길항 작용을 한다. 일반적으로 교감 신경은 위기 상황에 처했을 때 몸 상태를 위기 상황에 대처할 수 있도록 긴장 상태로 만들어 주고, 부교감 신경은 이를 원래 상태로 되돌리는 작용을 한다. 사람이 위험한 상황에 처하거나 스트레스를 받으면 교감 신경이 활성화되어 부신 속질에서 에피네프린의 분비가 촉진된다. 에피네프린은 간에 저장된 글리코젠을 포도당으로 분해하는 과정을 촉진하고, 분해된 포도당을 혈액으로 방출하여 혈당량을 높인다. 또한 교감 신경의 활성화에 의해 동공이 커지고, 심장 박동이 촉진되며, 호흡이 빨라진다. 그리고 위급한 상황이 지나가면 부교감 신경이 원래의 편안한 상태로 회복시켜 준다. 자율 신경의 길항 작용은 항상성에 매우 중요한 역할을 한다. 간뇌의 시상 하부는 체내 상태의 변화가 감지되면 자율 신경을 통해 내장 기관의 기능과 호르몬 분비를 조절하여 체내 상태를 일정하게 유지한다.

[문제 4-1] 고혈압 치료제 후보 물질들이 기관계 상호작용에 어떤 영향을 주는지 확인하기 위해 다음과 같은 실험을 진행하였다.

[실험 과정]

Ⅰ. 고혈압 치료제 후보 물질 X와 Y를 각각 용매 S에 녹여 약물 A와 B를 만든 후, 서로 다른 생쥐에게 혈관을 통해 약물을 주입하였다.

Ⅱ. 약물 주입 2일 후, 생쥐의 각 기관의 물질 함유량을 물질 분석기를 이용하여 측정하고, 그 결과를 <표 1>에 정리하였다.

<표 1> 물질 분석 결과

(수치는 상댓값)

물질	산소			이산화탄소			요소			암모니아			물		
약물 처리	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B
근육	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
간	1.0	1.1	1.1	1.0	1.2	1.1	1.0	2.1	1.2	1.0	11.2	1.1	1.0	1.0	1.0
콩팥	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.1	1.0	20.3	20.1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.2
폐	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.0	1.2

위의 실험 결과를 종합적으로 해석하여 고혈압 치료제 후보 물질 X와 Y 가운데 인체에 보다 안전하게 사용할 수 있는 물질은 무엇인지와 그 이유를 논리적으로 제시하고, 이 실험 결과의 타당성을 높이기 위해서는 어떤 실험을 추가해야 하는지 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 실험에 사용한 모든 생쥐는 유전적으로 동일한 정상 생쥐이다.) [15점]

[문제 4-2] **다음은 저혈당 치료제로 개발 중인 약물 A의 효능을 보기 위해 진행한 실험 과정과 결과를 나타낸 것이다.**

[실험 과정]

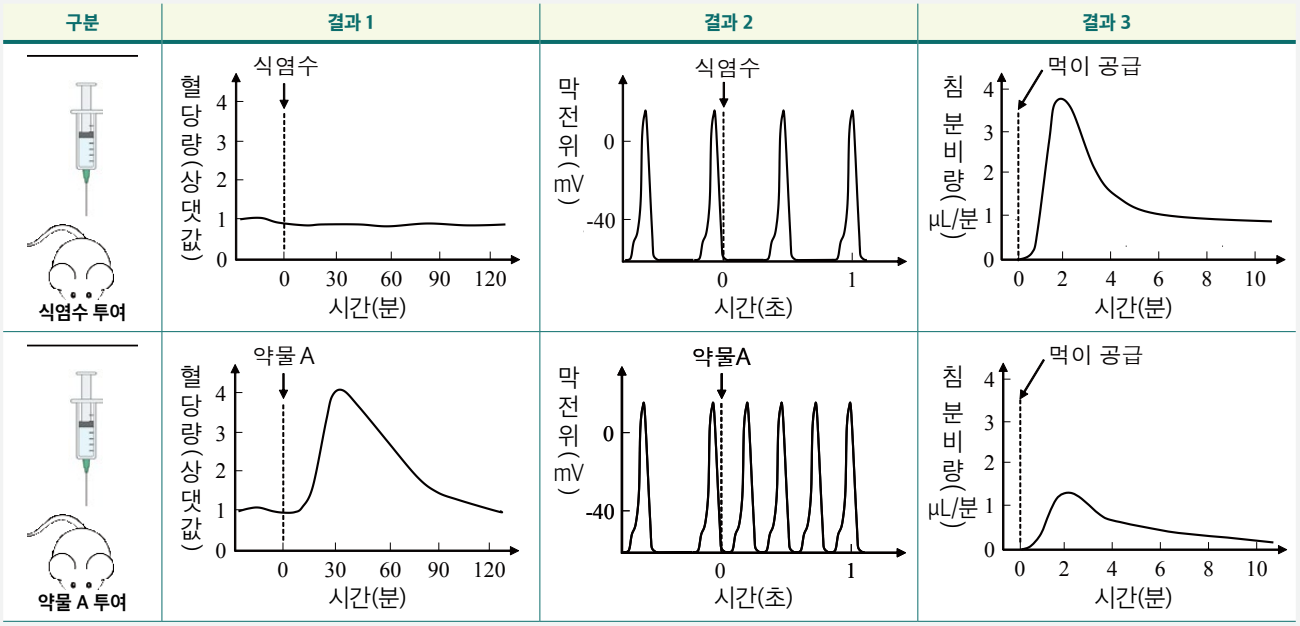
Ⅰ. 10시간 동안 먹이를 주지 않은 다음, 서로 다른 생쥐에게 식염수와 약물 A를 각각 투여하였다.

Ⅱ. 투여 전과 후, 시간에 따른 혈당량을 <결과 1>에 나타내었다.

Ⅲ. 투여 전과후, 생쥐 심장 세포의 막전위 변화를 <결과 2>에 나타내었다.

Ⅳ. 투여 30분 후, 생쥐에게 먹이를 주고 시간당 침 분비량을 측정하여 <결과 3>에 나타내었다.

[실험 결과]



위 실험 결과를 통합적으로 해석하고, 약물 A가 생쥐에게 어떤 영향을 주는지 설명하시오. 또한 제시문 (다)와 (라)를 바탕으로 약물 A를 투여한 생쥐에서 시간에 따른 혈당량 변화의 이유를 논리적으로 설명하시오. (단, 실험에 사용한 모든 생쥐는 유전적으로 동일한 정상 생쥐이다.) [15점]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 마찰이 없는 수평면 위에서 질량이 각각 m_A, m_B이고 속도가 v_A, v_B인 물체 A, B가 직선상에서 운동하다가 충돌한 후 속도가 각각 v_A', v_B'이 될 때 다음 식이 성립한다.

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

위의 식에서 좌변은 충돌 전 두 물체의 운동량의 합을 나타내고, 우변은 충돌 후 두 물체의 운동량의 합을 나타낸다. 따라서 충돌 과정에서 두 물체의 상호 작용으로 각각의 운동량은 변하지만 두 물체의 운동량의 합은 일정하게 보존됨을 알 수 있다. 일반적으로 외부에서 힘이 작용하지 않으면 물체들의 운동량의 총합은 항상 일정하게 보존된다. 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다. 운동량 보존 법칙은 한 개의 물체가 여러 개로 분리되는 경우에도 성립된다. 또한 두 물체가 충돌 후 함께 붙어서 운동하는 경우에도 성립된다.

(나) 갈릴레이는 물체에 작용하는 마찰력을 무시하면 수평면에서는 힘이 작용하지 않아도 물체가 계속 등속도로 운동을 한다고 생각하였고, 이러한 현상이 물체가 자신의 운동 상태를 계속 유지하려는 성질(관성)을 가지기 때문에 나타난다고 하였다. 뉴턴은 등속도 운동을 하는 물체에 작용하는 알짜힘은 0이라고 하였다. 즉, 물체에 작용하는 알짜힘이 0이면, 등속도 운동을 하던 물체는 계속 등속도 운동을 한다. 이를 뉴턴 제1법칙 또는 관성 법칙이라고 한다.

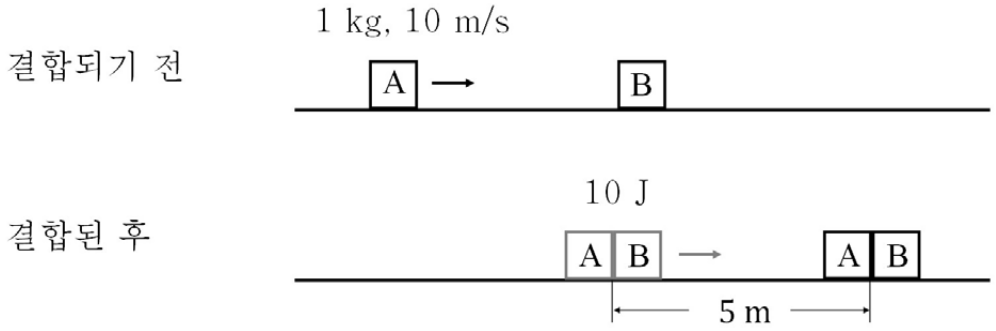
(다) 볼링공에 힘을 작용하여 일을 해 주면 볼링공은 굴러가 핀을 쓰러뜨리는 일을 할 수 있다. 움직이는 볼링공처럼 운동하는 물체가 가진 에너지를 운동 에너지라고 한다. 볼링공을 같은 속력으로 굴리더라도 질량이 클수록 핀을 잘 쓰러뜨린다. 또한, 볼링공의 질량이 같을 때는 더 빠른 속력으로 굴러가는 볼링공이 핀을 잘 쓰러뜨린다. 이처럼 물체의 운동 에너지는 물체의 질량이 클수록, 속력이 빠를수록 크다. 질량이 m, 속력이 v인 물체의 운동 에너지 E_k는 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$으로 나타낼 수 있다. 운동 에너지의 단위는 J이다.

(라) 높은 곳에서 물체를 오른쪽 수평 방향으로 v_0의 속도로 던졌을 때 물체는 수평 방향으로는 v_0의 속도로 등속도 운동을, 연직 방향으로는 중력 가속도 g로 등가속도 운동을 한다. 따라서 오른쪽 수평 방향을 $+x$축 방향으로, 연직 아래 방향을 $+y$축 방향으로 하고 던진 지점을 기준으로 하면, 던진 순간부터 시간 t가 지났을 때 물체의 속도와 위치의 x 성분, y 성분은 각각 다음과 같다.

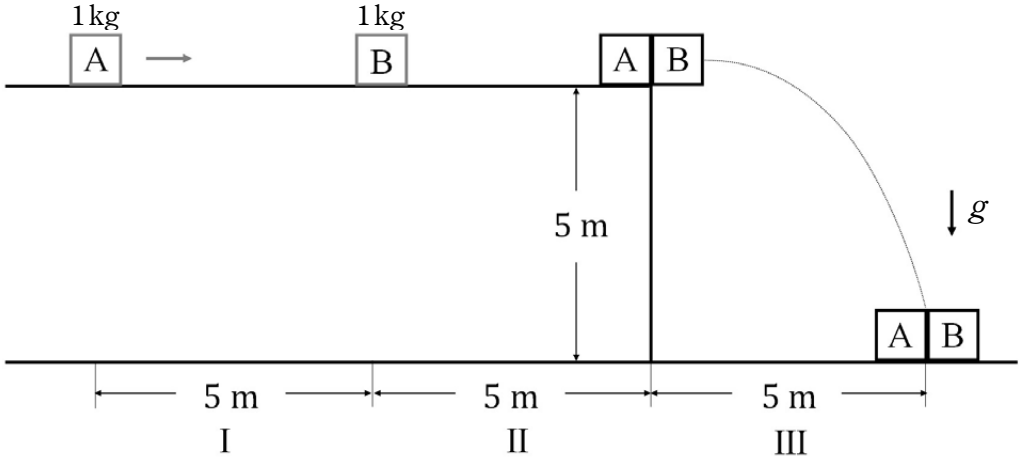
$$v_x = v_0,\ v_y = gt$$

$$x = v_0 t,\ y = \frac{1}{2}gt^2$$

[문제 4-1] 그림과 같이 마찰이 없는 평면에서 질량이 1 kg인 물체 A가 속력 10 m/s로 직선 운동을 한 후, 정지해 있던 물체 B와 한 덩어리로 결합되어 직선 운동을 한다. A와 B가 결합된 후 총 운동 에너지는 10 J이다. 결합된 물체가 결합된 후 거리 5 m만큼 운동하는 데 걸린 시간을 제시문 (가) - (다)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.) [15점]



[문제 4-2] 그림은 마찰이 없는 평면에서 질량이 1 kg으로 동일한 물체 A, B가 직선 운동을 하다가 낙하하는 운동을 나타낸다. A는 구간 Ⅰ에서 거리 5 m를 이동한 후 정지해 있던 B와 한 덩어리로 결합된다. 결합된 물체는 구간 Ⅱ에서 거리 5 m를 이동한 후, 구간 Ⅲ에서 중력에 의한 포물선 운동을 한다. 결합된 물체가 구간 Ⅲ에서 수평으로 이동한 거리는 5 m이고 낙하 거리는 5 m이다. 제시문 (가) - (라)에 근거하여 물체가 구간 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ을 이동한 시간을 각각 논리적으로 구하시오. (단, 중력 가속도 g는 10 m/s^{2}이고, 물체의 크기, 공기 저항은 무시한다.) [15점]



[문제 4] **다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.**

(가) 화학 반응식으로 알 수 있는 다양한 정보 가운데 반응물과 생성물 사이의 양적 관계가 중요하다. 화학 반응식을 이용하여 주어진 반응물로부터 얻을 수 있는 생성물의 양을 계산할 수 있고, 반대로 일정한 양의 생성물을 얻는 데 필요한 반응물의 양도 계산할 수 있다. 또한 화학 반응에서 몰과 질량의 관계를 이용하면 주어진 물질의 질량을 이용하여 다른 물질의 질량도 계산할 수 있다.

(나) 반응물이나 생성물에 기체가 포함된 화학 반응식의 계수비는 기체의 부피비와도 같다. 이처럼 온도와 압력이 같을 때 반응 기체와 생성 기체의 부피 사이에는 간단한 정수비가 성립한다. 또한 반응물의 질량 총합과 생성물의 질량 총합은 항상 같은데, 이를 질량 보존 법칙이라고 한다.

(다) 같은 원소의 원자들은 양성자수가 모두 같지만, 중성자수는 서로 다른 것이 존재하기도 한다. 예를 들어 양성자가 1개인 수소에는 중성자가 없는 수소와 중성자가 1개 있는 중수소, 중성자가 2개 있는 삼중수소가 있다. 이와 같이 양성자수가 같고 중성자수가 다른 원자들을 동위 원소라고 한다. 동위 원소가 자연에 존재하는 비율은 장소에 상관없이 거의 일정하며, 이를 동위 원소의 존재비라고 한다. 주기율표에 제시된 원소의 원자량은 각 동위 원소의 원자량과 존재비를 이용하여 구한 평균 원자량이다.

(라) 기체의 부피(V)는 기체의 몰수(n)와 절대 온도(T)에 비례하고 압력(P)에 반비례한다. 이를 비례 상수(R)를 이용하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다. 이 R를 기체 상수라고 한다.

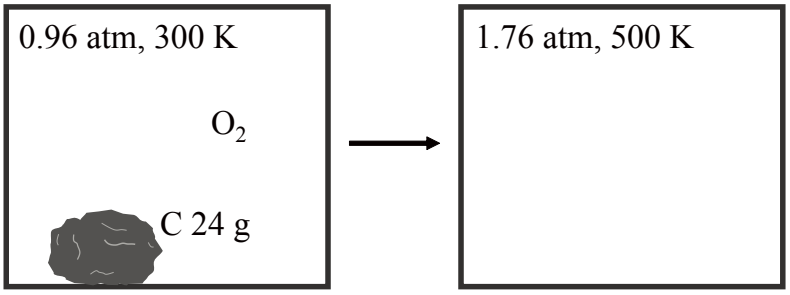
$$PV=nRT$$

기체의 압력은 기체 분자가 용기 벽면에 충돌하여 나타나므로 기체 분자의 수가 많을수록 기체의 압력이 커진다. 즉, 온도와 부피가 일정할 때 기체의 압력은 몰수에 비례한다. 따라서 기체 A가 들어 있는 일정한 부피의 용기에 기체 B를 더 넣으면 기체 B의 압력만큼 전체 압력이 커진다.

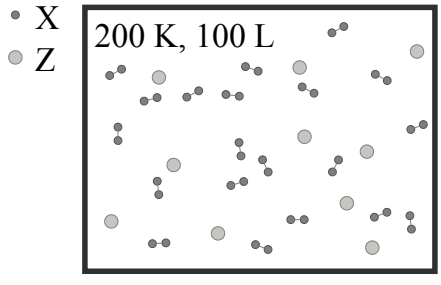
$$P_{\mathrm{T}}=P_{\mathrm{A}}+P_{\mathrm{B}}$$

이때 P_{T}는 혼합 기체의 전체 압력이고, P_{A}와 P_{B}는 혼합 기체에서 기체 A와 기체 B가 각각 차지하는 압력으로 부분 압력 또는 분압이라고 한다. 돌턴은 혼합 기체의 전체 압력이 각 성분 기체의 부분 압력의 합과 같다는 것을 밝혔고, 이를 부분 압력 법칙이라고 한다.

[문제 4-1] 그림과 같이 부피가 100 L로 일정한 용기에 순수한 흑연(C) 24 g과 산소 기체(O_2)가 들어 있다. 초기 상태에서 용기의 압력과 온도는 각각 0.96 atm, 300 K이다. 용기 내의 모든 흑연을 남김없이 연소시켰을 때 기체 분자만 남고 용기의 압력과 온도가 각각 1.76 atm, 500 K이 되었다면, 이때 용기 내에 존재하는 모든 기체의 종류와 각각의 질량을 제시문 (가), (나), (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 흑연의 부피는 무시하며, C와 O의 원자량은 각각 12와 16이다. 기체 상수는 0.08 L · atm/(mol · K)이다.) [15점]



[문제 4-2] 가상의 원소 X는 ^{17}X, ^{18}X, ^{19}X의 동위 원소가 존재하며, 존재 비율은 각각 70 %, 20 %, 10 %이다. 가상의 원소 Z는 ^{4}Z만 존재한다. 그림과 같이 온도 200 K, 부피 100 L의 용기에 기체 X_2와 Z가 혼합되어 있으며, X_2의 부분 압력이 Z의 부분 압력의 2배이다. X_2 중 분자량이 36인 X_2의 존재 비율과 X_2의 평균 분자량을 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 각각 구하시오. 또한 분자량이 36인 X_2의 부분 압력이 0.72 atm이라면 용기 내 전체 기체의 질량을 제시문 (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 기체 상수는 0.08 L · atm/(mol · K)이고, X_2와 Z는 서로 반응하지 않는다. 동위 원소의 존재비는 시간에 따라 변하지 않는다.) [15점]



동위 원소	존재 비율(%)
^{17}X	70 %
^{18}X	20 %
^{19}X	10 %

자연계열 Ⅰ (1교시) 문제해설



수학

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 1] **제시문**
수학, ㈜금성출판사(2020), 배종숙 외, p.262-271 / 수학, 천재교과서(2020), 류희찬 외, p.258-267
수학, ㈜교학사(2020), 권오남 외, p.255-267

[문제 2] 미적분, 비상교육(2019), 김원경 외, p.80 / 미적분, 천재교육(2021), 이준열 외, p.89 / 기하, 비상교육(2019), 김원경 외, p.80
기하, 지학사(2019), 홍성복 외, p.87 / 수학Ⅱ, 미래엔(2019), 황선욱 외, p.87 / 수학Ⅱ, 신사고(2020), 고성은 외, p.85

[문제 3] 수학Ⅱ, ㈜금성출판사(2019), 배종숙 외, p.38-41, 87-91 / 미적분, 천재교육(2019), 이준열 외, p.147-159
수학, ㈜금성출판사(2019), 배종숙 외, p.58-62

출제의도

[문제 1] 주어진 상황에서 가능한 모든 경우의 수를 논리적으로 사고하여 정확하게 계산하는 문제이다. 본 문제에서는 여러 조건 하에서 등번호와 의자번호를 매칭하는 경우의 수를 계산할 수 있는가를 평가한다. 이 과정 중에서 경우의 수, 순열 개념이 사용된다. 본 문제는 경우의 수의 개념 및 순열의 의미 및 순열의 수 계산능력을 평가하며 난이도는 '중, 하' 정도로 볼 수 있다.

[문제 2]

[문제 2-1] 함수의 방정식으로부터 주어진 함수의 정의역을 찾을 수 있는 지를 평가한다. 곡선의 길이를 미분과 적분을 이용하여 정적분으로 표현할 수 있는지, 그리고 표현한 정적분을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2] 좌표평면에서 운동하는 점의 좌표를 평면벡터의 내적과 타원의 방정식을 이용하여 (시간)변수로 매개화된 함수로 적절하게 표현할 수 있는지를 평가한다. 그리고 도함수를 활용하여 함수의 극솟값과 극댓값을 찾고 이를 이용하여 함수의 최댓값을 구하는 과정을 이해하는 지를 평가한다.

[문제 3]

[문제 3-1] 닫힌 구간에서 정의된 연속함수가 최댓값, 최솟값을 가짐을 알고 미분과 이차방정식을 이용하여 최댓값, 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2] 주어진 $f(x)$에 대한 이차방정식을 완전제곱식으로 풀어서 $f(x)$를 구하고, 주어진 정적분을 치환, 부분적분 등을 이용하여 구할 수 있는지 평가한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

먼저, 등번호가 5번, 6번, 7번인 사람의 자리를 고려하면 아래의 6가지 경우가 있다.

등번호	5	6	7	남은 자리
자리번호	4	5	6	{0, 1, 2, 3, 7}
	4	5	7	{0, 1, 2, 3, 6}
	4	6	7	{0, 1, 2, 3, 5}
	5	4	6	{0, 1, 2, 3, 7}
	5	4	7	{0, 1, 2, 3, 6}
	5	6	7	{0, 1, 2, 3, 4}

나머지 사람인 등번호 1, 2, 3, 4번의 사람이 앉을 수 있는 경우를 고려해보자.

예를 들어, 남은 자리가 {0, 1, 2, 3, 7}인 경우는 다음과 같이 계산된다.

– 등번호 1번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 - 2가지 (0번 자리, 1번 자리)

– 등번호 2번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 - 2가지 (0번, 1번, 2번 자리 중 등번호 1번이 선택하지 않은 자리)

– 등번호 3번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 - 2가지 (0번, 1번, 2번, 3번 자리 중 등번호 1번, 2번이 선택하지 않은 자리)

– 등번호 4번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 - 1가지 (0번, 1번, 2번, 3번 자리 중 등번호 1번, 2번, 3번이 선택하지 않은 자리)

따라서, 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times1=8$이다.

위의 계산과정을 모든 경우에 대하여 반복하면 아래와 같이 계산된다.

등번호	5	6	7	남은 자리	1, 2, 3, 4번이 앉을 수 있는 경우의 수
자리번호	4	5	6	{0, 1, 2, 3, 7}	$2\times2\times2\times1=8$
	4	5	7	{0, 1, 2, 3, 6}	$2\times2\times2\times1=8$
	4	6	7	{0, 1, 2, 3, 5}	$2\times2\times2\times1=8$
	5	4	6	{0, 1, 2, 3, 7}	$2\times2\times2\times1=8$
	5	4	7	{0, 1, 2, 3, 6}	$2\times2\times2\times1=8$
	5	6	7	{0, 1, 2, 3, 4}	$2\times2\times2\times2=16$

따라서, 모든 경우의 수는 $8\times5+16=56$이다.

채점기준

- 등번호 5번, 6번, 7번이 앉을 수 있는 경우 6개를 모두 찾은 경우: **+10점**
- 6개 경우에 대한 경우의 수를 바르게 계산한 경우: **+10점**
  - 남은 자리 {0, 1, 2, 3, 4}인 경우에 해당하는 $2\times2\times2\times2=16$개를 못찾은 경우: **2점 감점**
  - 그 외의 5개 경우: **각 1점 감점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 2-1] 예시답안

주어진 식으로부터 x의 범위 $\frac{1}{2}\le x\le 1$를 얻는다. 그리고 합성함수 $y=\frac{8}{3}(1-\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}$를 미분하여 $\frac{dy}{dx}=-\frac{2(1-\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}}$을 얻는다. (또는 음함수 미분법을 이용하여 동일한 결과를 얻을 수 있다.) 마지막으로 다음과 같이 적분을 계산하여 해당 곡선의 길이를 구한다.

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\sqrt{1+\frac{4(1-\sqrt{x})}{x}}\,dx=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\sqrt{\left(1-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2}\,dx$$

$$=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(\frac{2}{\sqrt{x}}-1\right)dx=\frac{7}{2}-2\sqrt{2}$$

채점기준

- x범위 $\frac{1}{2}\le x\le 1$를 얻으면 **+2점**
- 미분을 계산하여 $\frac{dy}{dx}=-\frac{2(1-\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}}$을 얻으면 **+3점**
- 곡선의 길이를 적분 $\int_{\frac{1}{2}}^{1}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$를 이용해 구할 수 있다는 것을 알고 있으면 **+1점**
- 적분 $\int_{\frac{1}{2}}^{1}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$를 계산하여 정답을 얻으면 **+4점** (부호에 오류가 있는 경우 **2점 감점**)

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

[문제 2-2] 예시답안

조건 (나)로부터

$$\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)}=\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=(-1-x,\,-y)\cdot(1-x,\,-y)=-1+x^2+y^2$$

을 얻은 후, (가)의 타원 방정식을 대입하여

$$\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)}=-1+(2-2y^2)+y^2=1-y^2\Rightarrow\{y(t)^2\}=\frac{2t+t^2}{2(1+t+t^2)}$$

를 구한다. 이때 삼각형 PAB의 넓이는 $y(t)$이므로 $\{y(t)\}^2$의 최댓값을 구하면 된다. $\{y(t)\}^2$의 최댓값을 구하기 위하여 $\{y(t)\}^2$의 미분을 계산하면 $\{y(t)^2\}'=\frac{2+2t-t^2}{2(1+t+t^2)^2}$이므로, $t=1+\sqrt{3}$일 때 $\{y(t)\}^2$의 최댓값 $\{y(1+\sqrt{3})\}^2=\frac{3+2\sqrt{3}}{6+3\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$을 가진다는 것을 알 수 있다.

채점기준

- 내적의 정의와 조건 (나)를 이용하여 관계식 $\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)}=-1+x^2+y^2$를 얻으면 **+3점**
- 조건 (가)를 이용하여 $\{y(t)^2\}=\frac{2t+t^2}{2(1+t+t^2)}$를 얻으면 **+3점**
- $\{y(t)\}^2$를 도함수 $\{y(t)^2\}'=\frac{2+2t-t^2}{2(1+t+t^2)^2}$를 얻으면 **+3점**
- 극대, 극소를 판정하여 최종적으로 정답 $\frac{3+2\sqrt{3}}{6+3\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$을 얻으면 **+6점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

[문제 3-1] 예시답안

넓이 조건에서 $a(b^2+1)=8$이 나온다. $1+b^2\ge 1$이므로 $a\le 8$이고 범위 $1\le a\le 8$을 얻을 수 있다. $a(b^2+1)=8$을 대입하면 $2a+b^2=2a+\frac{8}{a}-1=f(a)$이 되고 미분하여 $a=2$에서 최솟값 $f(2)=7$을 갖고 $f(1)=9$, $f(8)=16$이므로 $7\le 2a+b^2\le 16$이다. 이 구간에 대하여 $20(2a+b^2)-(2a+b^2)^2$은 $2a+b^2=10$에서 최댓값 $M=100$을 가지고 $2a+b^2=16$에서 최솟값 $m=64$을 갖는다.

채점기준

- $a(b^2+1)=8$와 $1\le a\le 8$ 보이면 **+4점**
- $7\le 2a+b^2\le 16$ 보이면 **+4점**

- $M=100$, $m=64$ 보이면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

[문제 3-2] 예시답안

[방법 1]

조건 (가)에서 주어진 식을 $(1+\sin x)^2$로 나누고 이차방정식을 풀어서 정리하면 $\frac{\cos x}{1+\sin x}f(x)=1\pm\sin x$이고 조건 (나)를 만족시키는 연속함수는 다음과 같다.

$$\cos x f(x)=(1+\sin x)^2 \qquad (*)$$

$f'(x)\cos x-f(x)\sin x=(f(x)\cos x)'$을 고려하고 $(*)$을 쓰면

$(f(x)\cos x)'=((1+\sin x)^2)'=2(1+\sin x)\cos x$이므로

$\int_0^{\frac{\pi}{6}}(f'(x)\cos x-f(x)\sin x)e^{\sin x}\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{6}}2(\sin x+1)\cos x\,e^{\sin x}\,dx$

이고 $\sin x=t$로 치환적분하면 $\int_0^{\frac{1}{2}}2(t+1)e^t\,dt$이 되고 부분적분하면 $\sqrt{e}$가 된다.

[방법 2]

조건 (가)에서 주어진 식을 $f(x)$에 대한 이차방정식으로 보고 풀어서 정리하면

$f(x)=\frac{(1+\sin x)(1\pm\sin x)}{\cos x}$이다.

(또는 주어진 식을 $(1+\sin x)^2$로 나누고 이차방정식을 풀어서 정리하면 $\frac{\cos x}{1+\sin x}f(x)=1\pm\sin x$이다.)

조건 (나)를 만족시키는 연속함수는 다음과 같다.

$$\cos x f(x)=(1+\sin x)^2 \qquad (*)$$

$f'(x)\cos x-f(x)\sin x=(f(x)\cos x)'$을 고려하여 부분적분하면

$\int_0^{\frac{\pi}{6}}(f'(x)\cos x-f(x)\sin x)e^{\sin x}\,dx$

$=[f(x)\cos x\,e^{\sin x}]_0^{\frac{\pi}{6}}-\int_0^{\frac{\pi}{6}}f(x)\cos x\,e^{\sin x}\cos x\,dx$

을 얻고 방정식 $(*)$를 이용하면

$[(1+\sin x)^2e^{\sin x}]_0^{\frac{\pi}{6}}-\int_0^{\frac{\pi}{6}}f(x)\cos x\,e^{\sin x}\cos x\,dx=\left(\frac{9}{4}\sqrt{e}-1\right)-\int_0^{\frac{\pi}{6}}(1+\sin x)^2e^{\sin x}\cos x\,dx$

이다. $1+\sin x=t$로 치환적분하면

$\int_0^{\frac{\pi}{6}}(1+\sin x)^2e^{\sin x}\cos x\,dx=\int_1^{\frac{3}{2}}t^2e^{t-1}\,dt=\frac{5}{4}e^{\frac{1}{2}}-1$이다. 합산하면 답은 $\sqrt{e}$이다.

채점기준

- $\cos x f(x)=(1+\sin x)^2$을 구하면 **+8점**
- 치환적분 (**+3점**), 부분적분 (**+3점**), 계산결과 $\sqrt{e}$ (**+1점**) 합하여 **+7점** 배점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 4] **제시문**

생명과학 I, 비상(2018), 심규철 외, p.11, 35, 70-77
생명과학 I, 천재교육(2018), 이준규 외, p.19, 38
생명과학 I, 교학사(2018), 권혁빈 외, p.76-81
생명과학 I, 동아출판(2018), 김윤택 외, p.22, 40
생명과학 I, 미래앤(2018), 오현선 외, p.26, 46, 82-92
생명과학 I, 지학사(2018), 전상학 외, p.22, 42
생명과학 I, 금성출판사(2018), 심재호 외, p.28, 52, 86-92

출제의도

[문제 4-1] 우리 몸에서 소화계, 순환계, 호흡계, 배설계는 서로 다른 기능을 수행하면서도 유기적으로 연결되어 생명 활동에 필요한 에너지를 얻기 위해 통합적으로 작용한다. 따라서 한 기관계에 이상이 생기면 생명 활동이 정상적으로 일어나기 어렵다. [문제 4-1]에서는 순환계를 통한 물질의 이동과 배설계를 통한 노폐물의 배출에 대한 생명체의 항상성을 이해하고, 노폐물이 특정 조직이나 기관에 쌓이게 되면 생명체의 항상성이 깨져 문제가 일어날 수 있음을 이해하고 있는지 확인하고자 하였다. 실험 과정 순서에 따라 실험이 이루어지는 상황을 이해하고, [실험 과정]에 주어진 내용을 해석하면 치료제 후보 물질 X와 Y는 모두 용매 S에 녹인 다음 생쥐에 주입했음을 알 수 있다. <표 1>의 결과를 분석하여 산소, 이산화 탄소, 물의 비율은 약물을 처리하지 않은 실험군과 처리한 군에서의 차이를 발견하고, 조직 안에서 물질의 축적이 미칠 영향에 대해서 제시문과 <표 1>의 해석을 통해 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한 실험 설계에서 물질 X와 Y를 용매 S에 녹여 주입하여서 <표 1>에 나타난 결과가 용매 S에 의한 것인지 물질 X, Y에 의한 것인지 정확히 알 수 없다. A, B 처리 시 모두 콩팥에 요소 노폐물이 축적되는 현상이 관찰되었는데, 이 현상이 용매 S에 의한 것이라면 B가 실제 치료제로 활용할 수 있는 가능성이 높으며, 제시문 (가)를 활용하여 용매 S만을 처리한 대조군 실험을 다시 진행하여야 할 것이다. 이를 통해 실제 측정한 물질 검사 결과와 실험 설계 방법을 활용하여 주어진 실험 결과 상황 속에서 논리적으로 추론하고, 새로운 방법을 제시할 수 있는지 확인하고자 하였다.

[문제 4-2] 진핵생물의 유전자 발현 및 조절 과정을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 진핵생물의 전사 인자는 다른 유전자의 프로모터에 결합함으로써 유전자의 발현을 촉진하거나 억제할 수 있고, 유전자의 발현은 전사와 번역 과정을 통해 이루어지는 것을 이해하는지와 제한 효소의 개념을 파악하고 있는지를 통합적으로 평가하고자 하였다. 특히 전사 인자는 프로모터에만 결합한다는 단서와 전사 인자가 결합한 DNA의 경우 제한 효소가 작용하지 못한다는 단서를 조합하여 암세포에서만 발현하고 있는 유전자 a와 b가 항암제 X와 Y에 의해 어떻게 영향을 받는지를 찾는 문제이며, 문제 해결 과정을 통해 통합 추론 능력을 확인하고자 하였다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시답안

- 약물 A를 처리하면 간에서 암모니아가 요소로 분해되지 못하고 축적되어 간세포의 기능이 저하될 것이며, 콩팥에서는 요소가 배출되지 못하고 축적되어 있어 콩팥에서 요소의 배출에 문제가 있음을 <표 1>을 통해 알 수 있다. 또한 약물 B를 처리하면 콩팥에 요소가 배출되지 못하고 축적되어 있음을 확인할 수 있다.
- [실험 과정]에서 후보 물질 X, Y를 각각 용매 S에 녹여 약물 A, B를 만든 다음 생쥐에 주입하였는데, 약물 A, B를 처리했을 때 공통적으로 나타난 콩팥 기능 이상이 용매 S에 의한 것인지 약물 A, B에 의한 것인지 주어진 실험을 통해서는 확인하기 어렵다.
- 따라서 제시문 (가)에 의해 용매 S만을 처리해준 적절한 실험 대조군을 사용하여 용매 S에 의한 간 및 콩팥의 기능을 추가로 확인해야 한다. 만약 <표 1>에서 나타난 간 및 콩팥의 기능 문제가 용매 S에 의한 것이라면, 치료제 후보 물질 B의 용매를 다른 용매로 바꾸어 볼 수 있다. 따라서 간에도 문제가 있는 물질 X에 비해 물질 Y가 용매에 의한 기능 저하 문제가 해결되면 인체 적용 가능성이 높은 물질이라고 추론해 볼 수 있다.

채점기준

- <표 1>을 분석하여 후보 물질 A를 사용했을 경우, 간과 콩팥에 문제가 있음을 제시하면 **+3점**
- <표 1>을 분석하여 후보 물질 B를 사용했을 경우, 콩팥에 문제가 있음을 제시하면 **+3점**
- [실험 과정]에서 물질 A, B를 용매 S에 녹여 전달했음을 제시하고, 이에 대한 대조군으로 약물 미처리 군만 사용하는 것은 실험 설계에 문제가 있음을 제시하면 **+5점**
- 용매 S만을 단독으로 처리하여 실험하는 과정이 필요하고, <표 1>의 물질 B 처리 시 나타난 콩팥 문제가 용매 S에 의한 문제이고, 독성이 없는 다른 용매로 바꾸어 물질 B를 사용하면 치료제로 사용할 수 있다고 논리적으로 제시하면 **+4점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 4-2] 예시답안

- 식염수 투여군에 비해 약물 A 투여군의 경우 생쥐의 혈당량이 급격히 증가하며 심장박동이 빨라지고 침분비량은 감소하는 것을 알 수 있음. 이러한 반응은 제시문에 근거하여 약물 A 투여에 의해 생쥐의 교감신경이 활성화되어 나타나는 반응이라고 유추할 수 있고, 약물 A는 교감신경을 활성화하는 약물이라고 생각할 수 있음. 따라서 약물 A를 투여받은 생쥐는 교감신경 활성화에 의해 동공이 커지고, 심장박동이 촉진되며, 호흡이 빨라지는 현상이 나타날 수 있음.
- 제시문에 의하면 약물 A에 의해 혈당이 증가하는 현상은 교감신경 활성화에 따라 에피네프린의 분비가 촉진되고, 분비된 에피네프린은 간에 저장된 글리코젠을 포도당으로 분해하여 혈액으로 방출함으로써 혈당을 높이는 현상으로 예측할 수 있고, 30분이 지나면서 혈당량이 감소하는 것으로 관찰되는 것은 교감신경과 길항작용을 하는 것으로 알려진 부교감 신경이 활성화되기 시작하면서 나타나는 현상으로 유추할 수 있음.

채점기준

- 약물 A 투여군의 심장박동 증가 및 침분비 억제를 설명하면 **+4점**
- 약물 A 투여군에서 나타나는 현상이 교감 신경 활성화에 의한 것을 설명하면 **+4점**
- 약물 A 투여군의 혈당 증가 기전을 설명하면 **+4점**
- 길항 작용 또는 부교감 신경 활성화에 의한 혈당 감소를 설명하면 **+3점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 4] **제시문**

물리학 I, 비상교육(2018), 손정우 외, p.30-47

물리학 I, 교학사(2018), 김영민 외, p.24

물리학 I, 천재교육(2018), 강남화 외, p.19

물리학 II, 미래엔(2018), 김성진 외, p.31-32

출제의도

[문제 4] 역학은 고등학교 물리학 Ⅰ 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리학 Ⅱ 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측하고, 평면상의 등가속도 운동인 포물선 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측하여 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1] 물체의 운동과 운동량 보존 법칙을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 두 물체가 충돌하여 결합하면 두 물체의 운동 에너지의 합은 변화하여 역학적 에너지가 보존되지 않지만 운동량의 합은 보존된다. 이러한 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 충돌하는 물체의 질량이 모두 주어지지 않은 경우이므로 운동량 보존 법칙으로부터 문제 해결을 위해 필요한 속도와 질량에 관한 식이 도출된다. 직선 상에서 운동하는 경우이므로 충돌 전과 충돌 후는 각각 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙, 운동량 보존 법칙을 이해하고 운동 에너지 식을 이용하여 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2] [문제 4-2]는 등속 직선 운동을 하던 물체가 동일한 질량을 가진 물체와 충돌하여 결합하여 등속 직선 운동을 하다가 중력에 의한 포물선 운동을 하여 특정한 지점에 도달하는 상황을 분석하여 각각의 운동에 걸리는 시간을 구하는 문제이다. 두 물체가 충돌하여 결합하면 두 물체의 운동 에너지의 합은 변화하여 역학적 에너지가 보존되지 않지만 운동량의 합은 보존된다. 이러한 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 충돌하는 물체의 초기 속도가 주어지지 않은 경우이므로 운동량 보존 법칙으로부터 문제 해결을 위해 필요한 속도에 관한 식이 도출된다. 직선 상에서 운동하는 경우이므로 충돌 전과 충돌 후는 각각 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 결합된 물체가 낙하하는 운동은 평면상의 등가속도 운동인 포물선 운동이 되고 포물선 운동을 분석하여 속도를 구할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙과 운동량 보존 법칙은 물리학 Ⅰ 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이고 수평으로 던져진 공의 포물선 운동은 물리학 Ⅱ 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이다. 물리학 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시답안

- 충돌하기 전 물체는 등속 직선 운동을 한다. 이 구간에서 물체의 운동량은 $m_A v_A = 10\,\mathrm{kg \cdot m/s}$이다.
- 물체 B의 질량을 m_B이라 하고 충돌한 후 A, B가 결합한 물체의 속도를 v라 하면 충돌 후 운동량은 $(1+m_B)v$이고 운동량 보존 법칙에 의해 $(1+m_B)v = 10\,\mathrm{kg \cdot m/s}$이다.
- 충돌 후 A, B가 결합한 물체의 운동에너지는 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2$이고 문제에서 이 값이 10 J이므로 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2 = 10\,\mathrm{J}$이 성립한다.
- $(1+m_B)v = 10\,\mathrm{kg \cdot m/s}$과 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2 = 10\,\mathrm{J}$을 연립하면 $v = 2\mathrm{m/s}$을 얻는다.
- $v = 2\mathrm{m/s}$의 속도로 5 m를 이동하는데 걸린 시간은 $\frac{5\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{m/s}} = 2.5\,\mathrm{s}$이다.

채점기준

- A, B가 결합되기 전과 후 운동량 보존 법칙을 바르게 적용하면 **+5점**
- A, B가 결합된 후 속도를 바르게 구하면 **+5점**
- A, B가 결합된 후 5 m를 이동하는데 걸린 시간을 바르게 구하면 **+5점**

※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.
※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).

[문제 4-2] 예시답안

- A의 초기 속도를 v라 하면 구간 Ⅰ에서 A가 이동한 시간은 $t_1 = \frac{5}{v}\,\mathrm{s}$이다.
- 구간 Ⅰ과 구간 Ⅱ의 경계에서 A, B는 운동량 보존 법칙을 만족한다. 따라서 충돌 후 A, B가 결합된 물체의 속도를 v'이라 하면 $v = 2v'$이 되어서 $v' = \frac{1}{2}v$가 성립한다. 구간 Ⅱ에서 A, B가 결합된 물체가 이동한 시간은 $t_2 = \frac{5}{v'} = \frac{10}{v}\,\mathrm{s}$이다.
- 구간 Ⅲ에서 A, B가 결합된 물체는 수평 방향의 초기 속도 v'을 가지고 포물선 운동을 한다. 구간 Ⅲ에서 A, B가 결합된 물체가 이동한 시간을 t_3라 하면 수평 방향의 이동 거리는 5 m이므로 $v't_3 = 5\,\mathrm{m}$이고 낙하 거리는 5 m이므로 $\frac{1}{2}gt_3^2 = 5\,\mathrm{m}$이다. 따라서 $t_3 = 1\,\mathrm{s}$이고 $v' = 5\,\mathrm{m/s}$이며 $v = 10\,\mathrm{m/s}$이다.
- 따라서 구간 Ⅰ에서 A가 이동한 시간은 $t_1 = 0.5\,\mathrm{s}$이고 구간 Ⅱ에서 A, B가 결합된 물체가 이동한 시간은 $t_2 = 1\,\mathrm{s}$이며 구간 Ⅲ을 통과한 시간은 $t_3 = 1\,\mathrm{s}$이다.

채점기준

- 구간 Ⅰ과 구간 Ⅱ의 경계에서 속력의 비율을 바르게 구하면 **+5점**
- 구간 Ⅰ과 구간 Ⅱ에서 속력을 바르게 구하면 **+5점**
- 구간 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ을 통과한 시간을 각각 바르게 구하면 **+5점**

※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.
※ 답안의 완성도 수준에 따라 항목 별로 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

[문제 4] **제시문**

화학 I, ㈜미래엔(2020), 최미화 외 5인, p.36-39, 40-41, 58-67 / 화학 I, ㈜천재교육(2020), 노태희 외 6인, p. 30-33, 34-36, 61-63 / 화학 I, ㈜와이비엠(2020), 강대훈 외 3인, p.47-49, 50-53, 71-73 / 화학 I, 동아출판㈜(2020), 황성용 외 3인, p.29-33, 39-45, 60-63 / 화학 I, ㈜지학사(2019), 이상권 외 7인, p.34-35, 36-39, 57-60 / 화학 I, ㈜비상교육(2020), 박종석 외 7인, p.34-36, 37-38, 55-59 / 화학 II, ㈜교학사(2020), 홍훈기 외 6인, p.13-27 / 화학 II, ㈜상상아카데미(2020), 장낙한 외 9명, p.15-30 / 화학 II, ㈜천재교육(2019), 노태희 외 6인, p.11-18 / 화학 II, ㈜지학사(2019), 이상권 외 7명, p.13-25 / 화학 II, ㈜미래엔(2020), 최미화 외 5인, p.14-29 / 화학 II, ㈜비상교육(2020), 박종석 외 7인, p.15-30

출제의도

[문제 4] 본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정(화학 Ⅰ 및 화학 Ⅱ)에 대한 전반적인 이해도를 평가하고자 하였다.

[문제 4-1] [문제 4-1]은 임의의 반응에서 생성물과 반응물의 양적 변화를 논리적으로 도출해 낼 수 있는지를 물어보는 문제이다. 화학 I에서 다루는 화학 반응 및 반응의 양적 관계에 대한 개념 적용 문제로써, 화학 교과에 대한 전반적인 이해도 및 실제 사례 응용 능력을 평가하고자 하였다. 물질을 구성하는 원소들의 원자량과 화합물의 분자량, 화학 반응식 만들기, 기체 반응 법칙, 질량 보존 법칙, 반응물과 생성물의 양적 관계, 이상 기체 방정식에 대해 질문함으로써 화학 반응에 대한 통합적인 이해도를 가늠하고 올바른 결론을 도출해내기 위한 사고 능력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2] [문제 4-2]는 화학 I에서 다루는 원자의 구조, 화학 II에서 다루는 이상 기체의 성질에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 중성자의 개수에 따라 질량수가 달라지는 동위 원소들의 존재 비율을 올바르게 이해하고, 이를 통해 동위 원소를 포함하는 화합물의 질량수, 평균 분자량 등을 파악할 수 있어야 한다. 또한, 돌턴의 부분 압력의 법칙을 이용하여 각 기체가 가지는 압력을 계산하고, 이를 이상 기체 방정식에 적용하여 각 물질의 양을 정확히 도출하여야 한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] **예시답안**

▶ 먼저 초기 상태의 용기 내에 존재하는 흑연(탄소)와 산소 기체의 양을 계산한다.

$$\mathrm{C}:\ \frac{24\,\mathrm{g}}{12\,\mathrm{g/mol}}=2\,\mathrm{mol}$$

$$\mathrm{O_2}:\ n=\frac{PV}{RT}=\frac{0.96\,\mathrm{atm}\times 100\,\mathrm{L}}{(0.08\,\mathrm{atm\cdot L/mol\cdot K})\times 300\,\mathrm{K}}=4\,\mathrm{mol}$$

초기 상태에서 $\underline{\mathrm{C}\text{는 } 2\,\mathrm{mol}}$, $\underline{\mathrm{O_2}\text{는 } 4\,\mathrm{mol}}$ (O 원자는 $8\,\mathrm{mol}$) 존재하였다.

▶ 만약 모든 흑연이 CO_2로 연소하는 경우, CO_2 2 mol이 생성되고 O_2 2 mol이 남는다.

$$P=\frac{nRT}{V}=\frac{(2+2)\text{mol}\times(0.08\,\text{atm}\cdot\text{L/mol}\cdot\text{K})\times 500\,\text{K}}{100\,\text{L}}=1.6\,\text{atm}$$

총 기체의 몰수는 4 mol, 온도는 500 K이 되었으므로, 이상 기체 방정식을 이용하면 1.6 atm의 압력이 얻어진다. 이는 문제에서 언급된 1.76 atm보다 작은 값이므로 실제로는 CO_2 이외에 다른 생성물이 생성되었음을 알 수 있다.

▶ 흑연이 아래의 반응식에 따라 완전 연소시 CO_2를 생성하고, 불완전 연소시 CO를 생성한다.

$$C(s)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow CO(g)$$
$$C(s)+O_2(g)\rightarrow CO_2(g)$$

CO: x mol

CO_2: $2-x$ mol

O_2의 O 원자: $8-\{x+2\times(2-x)\}=4+x$ mol, 즉 O_2: $2+\frac{x}{2}$ mol

모든 탄소가 반응에 참여하였으므로, CO가 x mol 형성되었을 때 CO_2는 $2-x$ mol이 형성된다. 이때 반응에 참여하지 않고 남아 있는 O_2의 몰수는 $2+\frac{x}{2}$ mol이 된다.

▶ 이때 기체의 총 몰수를 구한다.

$$n_{total}=n_{CO}+n_{CO_2}+n_{O_2}=x+(2-x)+\left(2+\frac{x}{2}\right)=4+\frac{x}{2}\,\text{mol}$$

▶ 이상 기체 방정식을 이용하여 x의 값을 구한다.

$$n=\frac{PV}{RT}$$
$$4+\frac{x}{2}\,\text{mol}=\frac{1.76\,\text{atm}\times 100\,\text{L}}{(0.08\,\text{atm}\cdot\text{L/mol}\cdot\text{K})\times 500\,\text{K}}$$
$$x=0.8$$

▶ 위에서 구한 x의 값을 이용하여 각 기체의 몰수를 구한다.

$$n_{CO}=0.8\,\text{mol}$$
$$n_{CO_2}=2-x\,\text{mol}=1.2\,\text{mol}$$
$$n_{O_2}=2+\frac{x}{2}\,\text{mol}=2.4\,\text{mol}$$

▶ 각 기체의 몰수로부터 질량을 구한다.

$$m_{CO}=n_{CO}\times M_{CO}=0.8\,\text{mol}\times 28\,\text{g/mol}=22.4\,\text{g}$$
$$m_{CO_2}=n_{CO_2}\times M_{CO_2}=1.2\,\text{mol}\times 44\,\text{g/mol}=52.8\,\text{g}$$
$$m_{O_2}=n_{O_2}\times M_{O_2}=2.4\,\text{mol}\times 32\,\text{g/mol}=76.8\,\text{g}$$

따라서 반응 후 용기 내에 존재하는 기체는 CO, CO_2, O_2이며, 이들의 질량은 각각 22.4 g, 52.8 g, 76.8 g이다. 이는 초기 상태에 존재하던 흑연과 산소 기체의 총 질량(152 g)과도 같다.

채점기준

- 초기 상태 탄소 몰수를 올바르게 구하면 **+2점**
- 초기 상태 산소 기체의 몰수를 올바르게 구하면 **+3점**
- 흑연의 일부가 CO_2가 아닌 CO를 형성하여 기체의 총 몰수가 증가하는 것을 알고, 각 기체 간 양적 관계식을 바르게 계산하면 **+4점**

- 각 기체의 질량을 올바르게 계산하면 **+6점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 4-2] 예시답안

▶ X_2의 분자량은 동위 원소의 존재 비율에 따라 34부터 38까지의 크기를 갖게 된다. 각각의 존재 비율을 계산한다.

	X_2의 분자량	존재 비율
$^{17}X-^{17}X$	34	$0.7\times0.7=0.49$ → 49 %
$^{17}X-^{18}X$	35	$0.7\times0.2\times2=0.28$ → 28 %
$^{17}X-^{19}X$ 및 $^{18}X-^{18}X$	36	$0.7\times0.1\times2+0.2\times0.2=0.18$ → 18 %
$^{18}X-^{19}X$	37	$0.1\times0.2\times2=0.04$ → 4 %
$^{19}X-^{19}X$	38	$0.1\times0.1=0.01$ → 1 %
계		100 %

따라서 전체 X_2 분자 중 18 %가 36의 분자량을 갖는다.

▶ X_2 중 분자량이 36인 X_2의 존재 비율이 18 %인 것을 이용해 전체 X_2의 부분 압력을 구한다. 문제의 설명에 따르면 Z의 부분 압력은 X_2의 부분 압력의 절반이다.

$$X_{X_2(36)}\times P_{X_2},$$
$$0.18\times P_{X_2},$$
$$P_{X_2},$$
$$P_Z=2\,\text{atm}$$

▶ X_2와 Z의 부분 압력으로부터 각각의 몰수를 구한다.

$$n_{X_2},$$
$$n_Z=\frac{P_Z\times V}{RT}=\frac{2\,\text{atm}\times100\,\text{L}}{(0.08\,\text{atm}\cdot\text{L/mol}\cdot\text{K})\times200\,\text{K}}=12.5\,\text{mol}$$

▶ 전체 기체의 질량을 구하기에 앞서 X_2의 평균 분자량을 구한다.

$$M_{X_2}=\{(17\times0.7)+(18\times0.2)+(19\times0.1)\}\times2=34.8$$

▶ 각 기체의 몰수와 평균 분자량으로부터 전체 기체의 질량을 구한다.

$$\begin{aligned}m_{total}&=m_{X_2}+m_Z=n_{X_2}\times M_{X_2}+n_Z\times M_Z\\&=25\,\text{mol}\times34.8\,\text{g/mol}+12.5\,\text{mol}\times4\,\text{g/mol}\\&=920\,\text{g}\end{aligned}$$

따라서 전체 기체의 질량은 920 g으로 얻어진다.

채점기준

- X의 동위 원소 존재 비율을 통해 전체 X_2 중 분자량이 36인 X_2의 비율을 올바르게 구하면 **+6점** (모든 분자량에 대해 존재 비율을 나타낼 필요 없음)
- X_2의 평균 분자량을 올바르게 구하면 **+2점**
- X_2와 Z 각각의 몰수를 올바르게 구하면 **+4점**
- X_2와 Z의 몰수, 분자량으로부터 전체 기체의 질량을 올바르게 구하면 **+3점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.

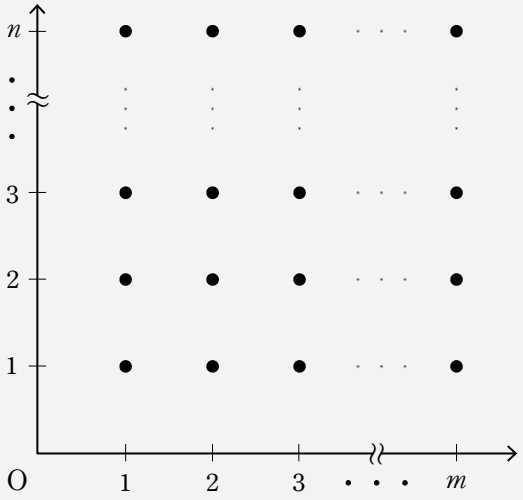
자연계열 Ⅱ(2교시) 문제



수학

[문제 1] **다음 상황에 기초하여 문제에 답하시오.**

그림과 같이 좌표평면 위에 좌표가 $(1, 1)$, $(1, 2)$, $\cdots$, (m, n)인 $m \times n$개의 점이 있다. 이 중 4개의 점을 택하여 만들 수 있는 직사각형 중 넓이가 1인 것을 제외한 개수를 $A(m, n)$이라고 정의한다. (단, m, n은 1보다 큰 자연수이다.)



$A(3, 100) - A(2, 100)$을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.
- 다항식 $P(x)$에 대하여 $P(\alpha)=0$일 때, $P(x)$를 $x-\alpha$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면 $P(x)=(x-\alpha)Q(x)$이다.
- 각 α와 β에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,\ \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta,\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

- 함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)\ (\text{단, } a<x<b)$$

[문제 2-1] x에 대한 방정식 $2x^3+3kx^2-(2k^2+k-2)=0$이 단 하나의 실근을 가지게 하는 실수 k의 범위를 구하시오. (단, $k\geq 0$이다.) [10점]

[문제 2-2] 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)\sin(x-t)dt=\ln(1+x^2)$$

을 만족한다. 이때 정적분 $\int_0^2 xf(x)dx$의 값을 구하시오. [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 닫힌구간 $[a, b]$에서 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 도함수가 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx=[f(x)g(x)]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

- 점 (a, b)와 점 (b, a)는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

- 두 평면벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 θ일 때, $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 내적은 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$이다.

[문제 3-1] 실수 θ에 대하여 영역 $A=\{(x, y)|(x-1)^2+y^2\le 1, y\ge(\tan\theta)x\}$의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.
정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{g(\theta)}{\cos^2\theta}d\theta$의 값을 구하시오. (단, $0\le\theta\le\frac{\pi}{4}$이다.) [10점]

[문제 3-2] $x\ge 1$에서 정의된 함수 $f(x)=\frac{1}{14+8\sqrt{3}}\ln x(\ln x-1)^2$에 대하여, 원점이 O인 좌표평면 위의 점 $A(t, f(t))$가 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭시킨 점을 B라 할 때, 두 벡터 $\frac{\overrightarrow{OA}}{|\overrightarrow{OA}|}$와 $\frac{\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OB}|}$의 내적의 최댓값을 구하시오. (단, $x\ge 1$에서 $f(x)\le\sqrt{x}$이다.) [15점]