[문제 4] **다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.**

(가) 항상성을 유지하기 위해 몸의 여러 기관은 신호를 주고받아 각 기관의 기능을 조절하고 적절하게 반응하는데, 이 과정에 내분비계와 신경계가 작용한다. 내분비계는 호르몬을 생성하고 분비하는 내분비샘들의 모임이고, 호르몬은 내분비샘에서 생성되고 분비되어 특정 조직이나 기관의 생리작용을 조절하는 물질이다. 내분비샘에서 생성된 호르몬은 혈액으로 분비되어 혈액을 따라 이동하다가 표적 세포에만 작용한다. 이는 표적 세포가 특정 호르몬을 인식하고 결합하는 수용체를 가지고 있어 특정 호르몬과만 반응하기 때문이다. 냉장고의 온도 조절과 같이 결과가 원인을 억제하는 조절을 음성 피드백이라고 한다. 항상성은 주로 음성 피드백에 의해 조절되며, 갑상샘에서 분비되는 티록신이 음성 피드백에 의해 분비량이 조절되는 호르몬의 대표적인 예이다. 간뇌의 시상 하부에서 갑상샘 자극 호르몬 방출 호르몬(TRH)을 분비하여 뇌하수체 전엽을 자극하면, 뇌하수체 전엽에서 갑상샘 자극 호르몬(TSH)을 분비하고, TSH는 갑상샘을 자극하여 티록신을 분비한다. 티록신은 시상 하부와 뇌하수체 전엽에 작용하여 TRH와 TSH의 분비를 억제함으로써 티록신의 농도가 계속 증가하는 것을 막는다. 호르몬 분비가 과잉되거나 결핍되면 광범위하고 다양한 증상이 나타날 수 있다. 예를 들면, 티록신 분비 이상으로 나타나는 갑상샘 기능 항진증과 갑상샘 기능 저하증이나, 생장 호르몬 분비 이상으로 나타나는 말단 비대증 등이 있다.

(나) 염색체에서 일어나는 돌연변이는 염색체 수의 이상과 염색체 구조의 이상으로 구분한다. 염색체 수의 이상은 특정 염색체의 수가 많아지거나 적어지는 경우와 염색체가 한 벌 단위로 변화하는 경우이다. 염색체 구조의 이상에는 결실, 중복, 역위, 전좌가 있다. 결실은 염색체의 일부가 떨어져 나간 경우이고, 중복은 염색체의 일부가 동일한 염색체 내에서 한 번 이상 반복되어 나타나는 경우이다. 역위는 염색체의 일부가 잘려서 반대 방향으로 다시 붙은 경우이고, 전좌는 염색체의 일부가 잘려서 상동이 아닌 다른 염색체로 자리를 옮긴 경우이다. 사람에게서 이러한 염색체 구조의 이상이 발생하면 여러 종류의 질병을 유발할 수 있다. 이러한 질병은 핵형 분석을 통해 체세포에 들어 있는 염색체의 수, 모양, 크기를 확인하여 진단할 수 있다.

(다) 지구에 사는 수많은 생물은 모습과 크기가 서로 다르지만 모두 세포로 구성되어 있다. 세포는 생명체를 이루는 기본 단위이며, 세포에서는 생명체가 살아가는 데 필요한 여러 생명 활동이 일어난다. 따라서 세포는 생물을 구성하는 구조적 단위이면서 생명 활동이 일어나는 기능적 단위이다. 세포는 세포의 형태를 유지하고 세포와 세포 외부 환경 사이에서 물질의 출입을 조절하는 세포막으로 둘러싸여 있다. 세포막 안쪽에 있는 여러 가지 세포 소기관들은 유전 정보의 저장, 에너지 대사, 물질의 합성과 분해 및 수송, 세포 모양의 지지 등의 역할을 하며 서로 유기적인 관계를 이룬다. 세포 소기관의 종류에는 핵, 리보솜, 골지체, 소포체, 미토콘드리아, 엽록체, 리소좀, 액포 등이 있다.

(라) 세포 분획법은 특정한 세포 소기관의 구조나 기능을 연구하기 위해 그 세포 소기관을 크기와 밀도에 따라 단계적으로 분리하는 방법이다. 세포를 균질기로 부수어 얻은 세포 혼합물을 원심 분리기에 넣고 속도와 시간을 다르게 하여 회전시키면 세포 소기관이 크기와 밀도에 따라 분리된다. 느린 속도에서는 비교적 크고 무거운 세포 소기관이 포함된 침전물이 형성되고, 속도를 증가시키면 상대적으로 작고 가벼운 세포 소기관이 포함된 침전물이 가라앉아 분리된다.

[문제 4-1] **갑상샘 기능을 알아보기 위해 진단 검사를 다음과 같이 진행하였다.**

[검사 과정]

Ⅰ. 철수, 민수, 선우 세 사람의 혈액을 3시간 간격으로 각각 채취하여 혈중 TSH의 농도를 측정하고 검사 결과에 나타내었다. 단, 혈중 TSH 농도의 정상 범위는 40 ~ 45 mg/mL이다.

Ⅱ. 채취한 혈액에서 백혈구를 분리하고, 세포 속에 들어 있는 염색체의 핵형을 분석하여 염색체 수를 검사 결과에 나타내었다.

Ⅲ. 채취한 혈액에서 분리한 백혈구의 핵에서 DNA를 모두 추출하고, 그 양의 차이를 검사 결과에 나타내었다.

Ⅳ. 갑상샘에 있는 TSH 표적 세포의 TSH 수용체 발현량을 단백질량 분석기를 이용하여 측정하고, 그 값을 검사 결과에 나타내었다.

Ⅴ. 뇌와 갑상샘의 방사선 영상 촬영을 통해 기관의 상태를 확인하였다.

[검사 결과]

구분	혈중 TSH 농도(mg/mL)				염색체 수	DNA 양 (상댓값)	TSH 수용체 (상댓값)	뇌하수체 상태	갑상샘 상태
	1차 측정	2차 측정	3차 측정	4차 측정					
철수	54	62	49	58	46	1.00	0.92	비대	비대
민수	12	8	6	11	46	1.13	2.25	축소	정상
선우	41	42	42	41	46	1.00	1.00	정상	정상

철수, 민수, 선우 세 사람의 검사 결과를 분석하여 갑상샘 기능 항진증이 의심되는 사람을 고르고, 그 이유를 논리적으로 설명하시오. 또한 갑상샘 기능 항진증 환자의 질병 원인을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [15점]

[문제 4-2] **신약 물질 선별을 위해 다음과 같은 실험을 하고 결과를 정리하였다.**

[실험 과정]

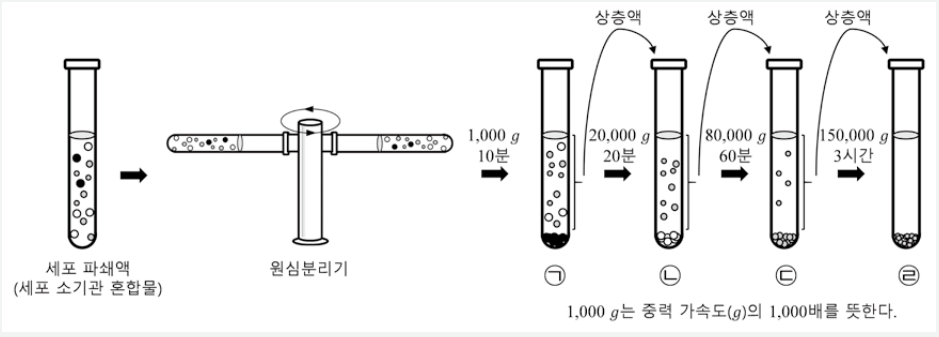
Ⅰ. 신약 물질 A, B, C, D, E를 형광 표지하여 각각의 동물 세포에 처리한 후 세포를 배양하였다.

Ⅱ. 아래 그림과 같이 신약 물질이 처리된 세포의 소기관들을 세포 분획법을 이용하여 단계적으로 분리하였다. 침전물 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣에는 각각 리보솜, 미토콘드리아, 세포막과 내부막 조각, 핵 중 하나가 있다.

Ⅲ. 침전물을 형광 측정하여 아래 <표 1>에 나타내었다.

Ⅳ. 침전물을 분석하여 아래 <표 2>에 나타내었다.

<그림> 세포 분획법에 의한 세포 소기관 분리 실험



[실험 결과]

<표 1> 세포 분획 침전물의 형광 세기

(측정값)

침전물	신약 물질 처리 전	신약 물질 처리 후				
		A 처리군	B 처리군	C 처리군	D 처리군	E 처리군
㉠	0	9.2	0	0	7.2	0
㉡	0	5.6	0	0	0	6.1
㉢	0	0	0	4.3	0	0
㉣	0	0	5.9	0	0	0

<표 2> 세포 분획 침전물 분석 내용

분석 내용	침전물
산소 소비량이 가장 많다.	①
DNA 중합 효소가 검출된다.	②
침전 성분 중 RNA의 비율이 상대적으로 높다.	③

위의 실험 결과를 종합적으로 해석하여 신약 물질 A, B, C, D, E가 결합하는 세포 소기관을 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 설명하시오. 또한, <표 2>의 ①, ②, ③에 해당하는 침전물의 기호를 <표 1>에서 찾아 각각 쓰고, 그 이유를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [15점]

[문제 4] **다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.**

(가) 운동하는 물체가 가진 에너지를 운동 에너지라고 하며 질량이 m, 속력이 v인 물체의 운동 에너지 E_k는 다음과 같다.

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

퍼텐셜 에너지에는 중력 퍼텐셜 에너지와 탄성력 퍼텐셜 에너지가 있다. 물체의 질량이 m, 들어 올린 높이를 h, 중력 가속도를 g라고 할 때 중력 퍼텐셜 에너지 E_p는

$$E_p=mgh$$

로 나타낼 수 있다. 용수철 상수가 k, 용수철이 늘어나거나 줄어든 길이가 x일 때 탄성 퍼텐셜 에너지 E_p는 다음과 같다.

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2$$

퍼텐셜 에너지와 운동 에너지의 합을 역학적 에너지라고 하며, 퍼텐셜 에너지와 운동 에너지가 서로 변환되지만 그 합이 일정하게 보존되는 것을 역학적 에너지 보존 법칙이라고 한다.

$$E=E_p+E_k=\text{일정}$$

(나) 물체에 작용하는 모든 힘의 합력을 알짜힘이라고 한다. 알짜힘의 크기를 구할 때는 힘의 크기뿐만 아니라 방향도 고려하여야 한다. 알짜힘이 0인 상태를 힘의 평형 상태라고 한다.

(다) 벡터는 필요에 따라 성분별로 분해할 수 있다. 벡터 분해는 직각 좌표를 이용하여 벡터의 수직 성분과 수평 성분으로 나누어 분해한다. 크기가 $|\vec{C}|$이고 x축과 이루는 각도가 θ인 벡터 $\vec{C}$를 분해하면, 수평 성분은 $C_x=|\vec{C}|\cos\theta$이고 수직 성분은 $C_y=|\vec{C}|\sin\theta$이다.

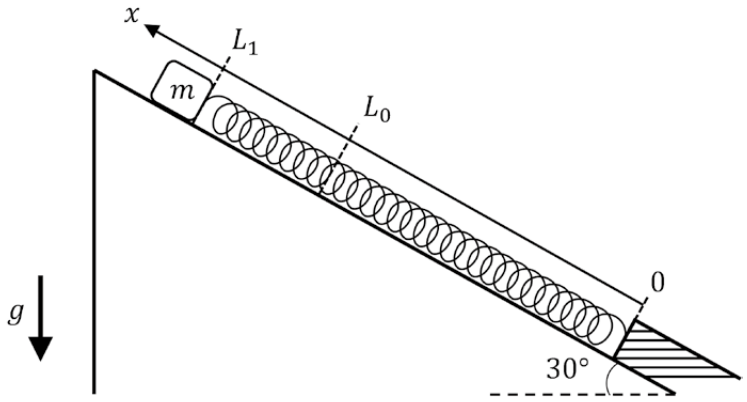
(라) 물체가 한 점을 중심으로 일정한 거리를 유지하며 원 주위를 일정한 속력으로 도는 운동을 등속 원운동이라고 한다. 물체가 원운동을 할 때 단위 시간동안 회전한 각도를 각속도 ω라고 하며 반지름이 r인 원둘레를 따라 원운동을 하는 물체의 속력 v와 각속도의 관계는 다음과 같다.

$$v=r\omega$$

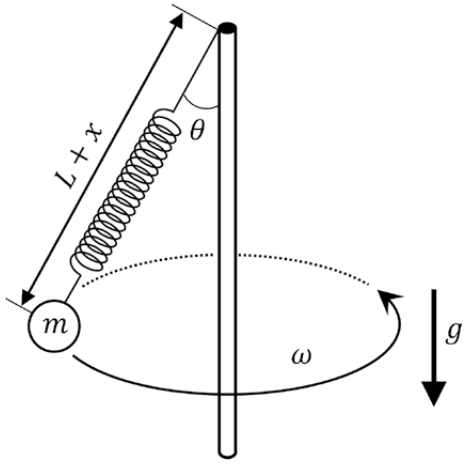
원운동을 하고 있는 물체는 원의 중심 쪽으로 힘을 받고 있고 이 힘을 구심력이라고 부른다. 구심력 F는 다음과 같다.

$$F=m\frac{v^2}{r}=mr\omega^2$$

[문제 4-1] 질량이 m인 물체가 다음 그림과 같이 각도가 $30°$인 경사면 위에서 용수철 상수가 k인 용수철과 연결되어 직선 운동을 하고 있다. 물체가 정지한 평형 상태에서 용수철의 길이는 L_0이다. 경사면과 나란한 x축 방향으로 물체를 잡아당겨 용수철의 길이가 L_1이 되도록 한 후 가만히 놓았을 때, 물체의 최대 속력을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 중력 가속도는 g이고 마찰력과 용수철의 무게는 무시하며, 필요시 $\sin 30° = \frac{1}{2}$과 $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$을 이용하시오.) [15점]



[문제 4-2] 다음 그림과 같이 지면에 수직한 기둥 끝에 용수철로 연결된 물체가 기둥과 일정한 각도 θ를 유지하며 각속도가 ω인 등속 원운동을 하고 있다. 물체의 질량이 m이고 용수철 상수는 k이며 물체가 없을 때 용수철의 길이는 L이다. 제시문 (나), (다), (라)에 근거하여 용수철이 늘어난 길이 x를 ω의 식으로 표현하시오. 그리고 $m = 0.1\,\mathrm{kg}$, $k = 20\,\mathrm{N/m}$, $L = 0.5\,\mathrm{m}$일 때 $\cos\theta$를 ω의 식으로 나타내고, 이를 이용하여 이러한 운동이 가능한 각속도 $\omega(\mathrm{rad/s})$의 범위를 논리적으로 설명하시오. (단, $\theta > 0$이고 중력 가속도는 $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$이며, 용수철의 무게와 기둥의 두께, 물체의 크기는 무시한다.) [15점]



[문제 4] **다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.**

(가) 화학 반응이 일어나면 원자 간 결합이 끊어지고 새로운 결합이 형성되므로 다른 물질이 생기고 상태가 달라지기도 한다. 이러한 화학 반응을 화학식과 숫자로 간단하게 나타낸 것을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식은 반응물과 생성물의 종류와 상태뿐만 아니라 반응에 관여한 물질의 양적 관계를 나타내므로 이를 이용하여 반응물과 생성물의 양을 구할 수 있다.

(나) 기체의 부피는 기체의 몰수와 절대 온도에 비례하고 압력에 반비례한다. 비례 상수(R)를 이용하여 기체의 부피, 몰수, 온도, 압력의 관계를 정리한 식을 이상 기체 방정식이라고 한다. 기체 1몰은 0°C, 1기압에서 22.4 L의 부피를 차지하므로 이를 대입하면 R값을 구할 수 있다. 이 R를 기체 상수라고 한다. 또한, 서로 반응하지 않는 두 가지 이상의 기체가 혼합되어 있을 때 혼합 기체를 이루는 각 기체의 압력을 부분 압력이라고 한다. 혼합 기체의 전체 압력이 각 성분 기체의 부분 압력의 합과 같다는 것을 부분 압력 법칙이라고 한다.

(다) 용질과 용매가 균일하게 섞인 혼합물을 용액이라고 한다. 용액에서 일정량의 용매 또는 용액에 대한 용질의 비율을 농도라고 하는데, 농도가 높을수록 같은 양의 용액에 들어 있는 용질의 양이 많다. 용액 1 L에 녹아 있는 용질의 몰수를 몰 농도라고 하며 단위는 M 또는 mol/L를 사용한다. 용매 1 kg에 녹아 있는 용질의 몰수를 몰랄 농도라고 하며 단위는 m 또는 mol/kg을 사용한다.

(라) 비휘발성 용질이 녹아 있는 용액의 어는점은 순수한 용매의 어는점보다 낮은데 이를 어는점 내림(ΔT_f)이라고 한다. 비휘발성, 비전해질 용질이 녹아 있는 용액의 어는점 내림은 용질의 종류에는 관계없고 용액의 몰랄 농도(m)에 비례한다. K_f는 몰랄 내림 상수로 용액의 농도가 1 m일 때 어는점 내림을 뜻하며 이 값은 용질의 종류와 관계없이 용매의 종류에 따라 달라진다.

$$\Delta T_f = T_f - T_f' = K_f \cdot m$$

(T_f: 용매의 어는점, T_f': 용액의 어는점)

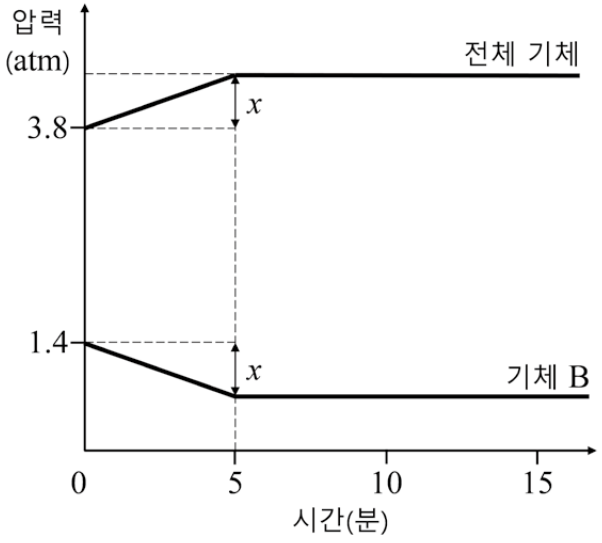
(마) 물질의 입자를 선택적으로 통과시키는 얇은 막을 반투막이라고 하며, 용매는 같지만 농도가 서로 다른 두 용액이 반투막을 사이에 두고 있을 때, 농도가 낮은 용액에서 농도가 높은 용액 쪽으로 용매 입자가 이동하는 현상을 삼투 현상이라고 한다. 이때 반투막에 작용하는 압력이 삼투압이다. 비휘발성, 비전해질 용질이 녹아 있는 묽은 용액의 삼투압(Π)은 용매나 용질의 종류와 관계없이 용액의 몰 농도(C)와 절대 온도(T)에 비례한다. 이를 반트호프 법칙이라고 하며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Pi = CRT \quad (R: \text{기체 상수})$$

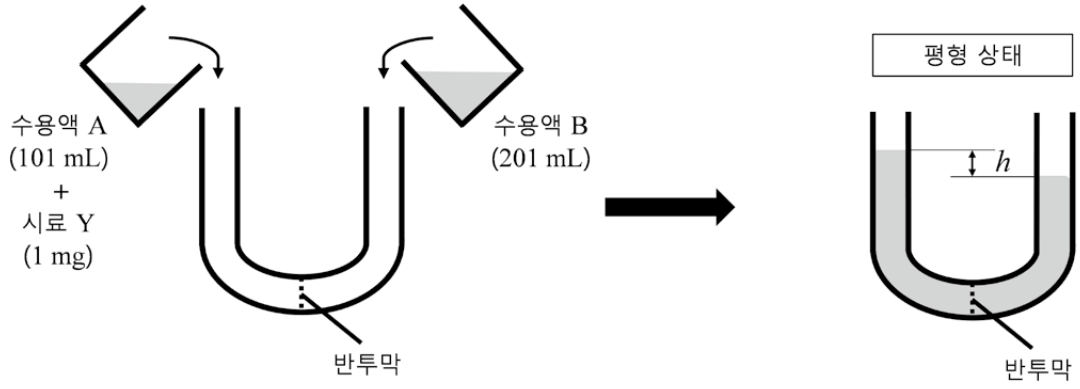
[문제 4-1] 다음은 기체 A와 B가 반응하여 기체 C와 D를 생성하는 반응의 화학 반응식과 온도 T에서 농도로 정의되는 평형 상수(K)이다.

$$a\mathrm{A}(g) + 2\mathrm{B}(g) \rightleftarrows \mathrm{C}(g) + b\mathrm{D}(g) \qquad K$$

일정 부피의 반응 용기에 기체 A와 B를 넣은 후, 용기 내 전체 기체의 압력과 기체 B의 압력 변화를 관찰하였다. 아래의 그림과 같이 5분 후 평형에 도달하였고 기체 B의 압력이 줄어드는 만큼 전체 압력은 증가하였다. 또한, 평형 상태에서 A의 압력은 D의 압력의 2배이고 B의 압력은 C의 압력의 5배라고 할 때, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 K를 논리적으로 구하시오. (단, $RT = 10\ \mathrm{atm \cdot L/mol}$이다.) [15점]



[문제 4-2] 비휘발성, 비전해질 용질 X가 각각 용해된 수용액 A 101 mL와 수용액 B 201 mL가 있다. 수용액 A의 어는점이 0.186 °C 내려갔고 수용액 B의 어는점은 0.093 °C 내려갔다. 반투막이 설치된 U자관 왼쪽에는 수용액 A에 비휘발성, 비전해질 시료 Y를 1 mg 첨가하여 완전히 녹인 후 전부 넣어 주었고, U자관 오른쪽에는 수용액 B를 전부 넣어 주었다. 충분한 시간이 지난 후 평형 상태에서 높이 차 h로부터 삼투압을 측정하였더니 300 K에서 $\frac{1}{1510}$ 기압이었다. 제시문 (다), (라), (마)에 근거하여 시료 Y의 분자량을 구하시오. (단, X와 Y는 서로 반응하지 않고, Y의 용해는 수용액 A의 부피에 영향을 주지 않는다. 삼투압 차이로 이동한 용매의 부피는 전체 부피에 비해 무시할 만큼 작고, 증발 및 온도 변화에 따른 수용액의 부피 변화는 무시한다.) [15점]



- X 분자량: 100
- 기체 상수 R: 0.08 atm · L/(mol · K)
- 물의 밀도: 1 g/cm^3
- 수용액 A의 밀도: 1 g/cm^3
- 수용액 B의 밀도: 1 g/cm^3
- 물의 몰랄 내림 상수: 1.86 °C/m

자연계열 Ⅰ (1교시) 문제해설

수학

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 1] 제시문

확률과 통계, ㈜금성출판사(2019), 배종숙 외, p.58-61, 76-79

확률과 통계, 천재교과서(2019), 류희찬 외, p.53-58, 65-70

확률과 통계, (주)교학사, 권오남 외, p.53-56, 67-70

[문제 2] 수학 II, III-2, 정적분의 활용, 비상교육(2019), 김원경 외 14인, p.125

수학 II, III-2, 정적분의 활용, 미래엔(2019), 황선욱 외 8인, p.136

미적분, II-3, 삼각함수의 덧셈정리, 천재교과서(2020), 류희찬 외 9인, p.69

미적분, II-1, 삼각함수의 덧셈정리, 동아출판(2020), 박교식 외 19인, p.65

수학 II, II-3, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소, 동아출판(2020), 박교식 외 19인, p.86

수학 II, II-2, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소, 비상교육(2019), 김원경 외 14인, p.83

[문제 3] 미적분, III-1, 여러 가지 적분법, ㈜교학사(2019), 권오남 외 14인, p.158

미적분, III-1, 여러 가지 적분법, 좋은책신사고(2019), 고성은 외 5인, p.137

미적분, III-1, 여러 가지 적분법, 천재교육(2019), 이준열 외 7인, p.155

미적분, II-1, 여러 가지 미분법, ㈜교학사(2019), 권오남 외 14인, p.96

미적분, II-1, 여러 가지 미분법, 좋은책신사고(2019), 고성은 외 5인, p.87

미적분, II-1, 여러 가지 미분법, 천재교육(2019), 이준열 외 7인, p.97

출제의도

[문제 1] 다양한 상황에서 발생하는 사건과 이와 관련된 확률의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제에서의 어떤 회사의 의사결정 상황을 확률과 연관 지었으며, 두 가지 상황에 대한 확률을 확률의 덧셈정리를 사용하여 계산할 수 있는가를 평가한다. 이 과정 중에서 사건의 독립 및 종속의 개념이 사용된다. 본 문제는 확률의 덧셈정리 및 사건의 독립 및 종속에 대한 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 '중, 하' 정도로 볼 수 있다.

[문제 2-1] 정적분을 이용하여 함수의 그래프와 x축 사이의 넓이를 구하는 과정을 이해하는지 평가한다. 또한 함성함수의 미분법을 적용하여 복잡한 함수를 미분하는 방법을 이해하고 있는지도 평가한다.

[문제 2-2] 도함수를 활용하여 함수의 극솟값과 극댓값을 찾고 이를 이용하여 주어진 닫힌구간에서 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 과정을 이해하는 지를 평가한다.

[문제 3-1] 주어진 정적분을 부분적분, 치환적분을 이용하여 계산하는 것은 중요한 개념이다. 이 문제에서는 주어진 정적분의 형태를 파악한 후, 부분적분을 두 번 사용하여 주어진 정적분 값을 구할 수 있는지와, 삼각함수의 미분과 적분을 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

[문제 3-2] 주어진 상황을 수식으로 표현한 후 음함수 미분과 합성함수 미분을 이용하여 속도를 구하는 문제이다. Q에 대응하는 P를 구할 때 삼각함수가 들어간 방정식을 계산할 수 있는지도 평가한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] **예시답안**

시스템의 각 부품이 작동하는 사건을 p, q, r, s로 나타낸다고 하자.

시스템 (가)와 (나)에서 전류가 흐를 확률 x, y는, 각각

$$\begin{aligned} x &= P\{(p\cap s)\cup(q\cap r)\} \\ &= P\{(p\cap s)\}+P\{(q\cap r)\}-P\{p\cap q\cap r\cap s\} \\ &= P\{p\}P\{s\}+P\{q\}P\{r\}-P\{p\}P\{q\}P\{r\}P\{s\} \\ &= \frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{16}=\frac{7}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= P\{(p\cup q)\cap(r\cup s)\} \\ &= P\{p\cup q\}\times P\{r\cup s\} \\ &= [P\{p\}+P\{q\}-P\{p\cap q\}]\times[p\{r\}+p\{s\}-P\{r\cap s\}] \\ &= [P\{p\}+P\{q\}-P\{p\}P\{q\}]\times[P\{r\}+P\{s\}-P\{r\}P\{s\}] \\ &= \frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16} \end{aligned}$$

따라서, 시스템 설계를 (가)에서 (나)로 교체할 때의 이익의 증가액은

$$\left(10\times\frac{y-x}{x}\times 100\,\%\right)-50=\left\{10\times\left(\frac{2}{7}\times 100\,\%\right)\right\}=-50=\frac{1650}{7}\approx 235.71(\text{만 원}).$$

※ 문제에서의, '1 증가'를 '1 %p 증가'로 해석한 경우, 이익의 증가액은 다음과 같다. 이 경우도 정답으로 간주한다.

$$\{10\times(y-x)\times 100\,\%\}-50=\left\{10\times\left(\frac{2}{16}\times 100\,\%\right)\right\}-50=125-50=75(\text{만 원}).$$

※ 참고: 아래와 같이 모든 경우를 나열하여 확률$(x,\ y)$ 및 확률의 증가값$(y-x)$를 계산할 수 있다.

NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
p	○	○	○	○	○	○	○	○	×	×	×	×	×	×	×	×
q	○	○	○	○	×	×	×	×	○	○	○	○	×	×	×	×
r	○	○	×	×	○	○	×	×	○	○	×	×	○	○	×	×
s	○	×	○	×	○	×	○	×	○	×	○	×	○	×	○	×
시스템(가)	●	●	●	-	●	-	●	-	●	●	-	-	-	-	-	-
시스템(나)	●	●	●	-	●	●	●	-	●	●	●	-	-	-	-	-
확률	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16	1/16

채점기준

1. 시스템 (가)에서 전류가 흐를 확률 x를 바르게 계산한 경우: **+7점**
   (위의 그림에서와 같이 경우의 수를 고려해서 x를 고려할 수도 있음)
2. 시스템 (나)에서 전류가 흐를 확률 y를 바르게 계산한 경우: **+7점**
   (위의 그림에서와 같이 경우의 수를 고려해서 y를 고려할 수도 있음)
   (x와 y를 따로 계산하지 않고 $(y-x)$ 또는 $(y-x)/x$를 바르게 계산한 경우: **+14점)**
3. 교체할 때의 수익 2000/7만 원 또는 125만 원을 바르게 계산한 경우: **+3점**
   (결과값은 바르지 않으나 수익 계산 구조를 반영할 경우: **+1점**)
4. 추가 비용을 고려하여 기대되는 이익의 증가액을 바르게 계산한 경우: **+3점**
   (결과값은 바르지 않으나 비용을 고려하여 이익 증가액의 계산 구조를 반영할 경우: **+1점**)

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 2-1] 예시답안

[방법 1]

직선 l_1과 x축이 이루는 각을 α라고 하자. (이때, $\alpha=\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}$이다.) $y=(\tan\alpha)x$와 곡선 $y=\frac{1}{x}$이 만나는 점 $\left(\frac{1}{\sqrt{\tan\alpha}},\sqrt{\tan\alpha}\right)$을 구한 후, 그림을 그려 $y=x$ 아래의 넓이

$$\frac{1}{2}+\int_1^{1/\sqrt{\tan\alpha}}\frac{1}{x}dx-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\tan\alpha}}\sqrt{\tan\alpha}=-\frac{1}{2}\ln(\tan\alpha)$$

를 구한다. 따라서 영역의 전체 넓이는

$$f(\theta)=-\ln(\tan\alpha)=-\ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

이다. 합성함수의 미분법을 이용하여 f의 도함수

$$f'(\theta)=-\frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}\sec^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}=\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}=\frac{1}{\cos\theta}$$

계산하여 정답 $\theta=\frac{\pi}{3}$를 얻는다.

[방법 2]

삼각형의 대칭성을 이용하지 않는 경우, 두 직선 $y=\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\right)x$와 $y=\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)\right)x$와 곡선 $y=\frac{1}{x}$이 만나는 두 점

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)}},\sqrt{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)}\right),\left(\frac{1}{\sqrt{\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}},\sqrt{\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}\right),$$

을 고려해야 하고, 주어진 영역의 넓이는

$$f(\theta)=\frac{1}{2}+\int_{1/\sqrt{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)}}^{1/\sqrt{\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}}\frac{1}{x}dx-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}\right)$$

를 얻는다. 여기에 탄젠트 함수의 덧셈 정리를 이용하면

$$f(\theta)=\ln\left(\frac{1+\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1-\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)=\ln\left(\frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)+\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)$$

로 간단하게 할 수 있다. 이 함수를 미분하여 정답 $\theta=\frac{\pi}{3}$를 얻는다.

채점기준

[방법 1]

- 주어진 영역을 파악한 후 적분계산을 하여 영역의 넓이 $-\ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\right)$를 얻으면 **+5점**
- 합성함수의 미분법을 이용해 미분계산을 하여 정답을 얻으면 **+5점**

[방법 2]

채점 기준은 동일하다.

- 주어진 영역을 파악한 후 적분계산을 하여 영역의 넓이 $f(\theta)$를 얻으면 **+5점**
- 합성함수의 미분법을 이용해 미분계산을 하여 정답을 얻으면 **+5점**

[문제 2-2] 예시답안

$t=\sqrt{x+1}-1$로 치환하자. 이 때 주어진 함수의 항 중 $\sqrt{x+1}+1$는 유리화하여

$$\sqrt{x+1}+1=\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}=\frac{x}{t}$$

를 대입한다. 그 결과는

$$f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+1}{x+2(\sqrt{x+1}+1)\cos(\sqrt{x+1}-1)}=\frac{1}{t+2\cos t}$$

이다. 따라서 $g(t)=t+2\cos t$(단, $0\le t\le\pi$)가 최솟값을 갖는 t를 찾으면 된다.

함수 $g(t)$를 미분을 하여 도함수 $g'(t)=1-2\sin t$를 구하고 주어진 구간 내에서 도함수가 0이 되는 $t=\frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6}$를 찾는다. 그리고 사인함수의 개형을 이용하여 함수 $g(t)$가 구간 $\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$에서 증가, 구간 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$에서 감소, 구간 $\left(\frac{5\pi}{6},\pi\right)$에서 증가한다는 사실을 확인한다. 따라서 $g(t)$의 최댓값을 찾기 위해서는 주어진 구간의 왼쪽 경계 $t=0$에서의 $t=\frac{5\pi}{6}$값과 에서의 값만 조사하면 된다.

실제 $g(0)=2$이고 $g\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$인데 이 두 값을 비교하여 $g(t)$의 최솟값은 $t=\frac{5\pi}{6}$일 때 얻을 수 있음을 확인한다. (여기서 $\frac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$이 2보다 작다는 것을 파악하기 위해서 가장 간단하게는 $\pi\le3.5$, $\sqrt{3}\ge1.5$인 것만 이용해도 충분히 확인할 수 있다.) 따라서 정답은 $x=(t+1)^2-1=\left(\frac{5\pi}{6}+1\right)^2-1$이다.

채점기준

- $t=\sqrt{x+1}-1$로 치환하면 **+3점**
- 함수를 정리하여 $g(t)=t+2\cos t$에 대한 최솟값 문제로 변환하면 **+3점**
- $g(x)$의 도함수를 구해 극소를 찾으면 **+6점**
- 정답 $x=\left(\frac{5\pi}{6}+1\right)^2-1$을 얻으면 **+3점**

- [보충 채점기준] $h(t)=\frac{1}{t+2\cos t}$의 최댓값을 찾는 문제도 계산이 약간 복잡해질 수는 있지만 풀이가 거의 같다. 이 경우는 극소 대신 극대를 찾아 동일한 정답 $x=\left(\frac{5\pi}{6}+1\right)^2-1$을 얻을 수 있다. 따라서 채점기준은 동일하다.
- [많이 발견된 오류] 극값을 $t=\frac{\pi}{6}$만 생각하고 ($t=\frac{5\pi}{6}$는 놓침), 정답을 $\pi^2+2\pi$로 적는 경우가 있음. 이 경우는 **9점(3점+3점+3점)** 부여

[문제 3-1] 예시답안

부분적분을 하고 $\sin^2x dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2x$을 이용하면

$[(2x-\sin2x)e^{F(x)}]_0^\pi-\int_0^\pi(2-2\cos2x)e^{F(x)}dx$

$=2\pi e^{F(x)}-\int_0^\pi e^{F(x)}4\sin^2x dx$

$=2\pi e^{F(x)}-[4e^{F(x)}]_0^\pi=2\pi e^{F(x)}-4e^{F(x)}+4$이다.

$F(x)=\int_0^x\sin^2t dt=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin2x$이므로 $F(\pi)=\left[\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin2x\right]_0^\pi=\frac{\pi}{2}$이고 정리하면 $(2\pi-4)e^{\frac{\pi}{2}}+4$이다.

채점기준

- $[(2x-\sin2x)e^{F(x)}]_0^\pi-\int_0^\pi(2-2\cos2x)e^{F(x)}dx$하면 **+3점**
- $\sin^2x dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2x$ 이용하여 $2\pi e^{F(x)}-4e^{F(x)}+4$ 구하면 **+3점**
- $\int_0^\pi\sin^2x dx=\frac{\pi}{2}$ 계산해서 정답 $(2\pi-4)e^{\frac{\pi}{2}}+4$ 구하면 **+4점**

[문제 3-2] 예시답안

$(x-\cos t)^2+(y-\sin t)^2=8$이다. t에 대하여 음함수, 합성함수 미분하면

$$x\frac{dx}{dt}-\frac{dx}{dt}\cos t+x\sin t+y\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}-\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}\sin t-y\cos t=0 \quad (1)$$

을 얻는다. $\frac{dy}{dx}=(x-1)^2+2(x-1)(x+1)=3x^2-2x-1$이고, $x=2$일 때 $\frac{dy}{dx}=7$이다.

Q=(2, 3)에 대응되는 P를 구하기 위하여

$$(\cos t-2)^2+(\sin t-3)^2=8$$

을 풀면 $2\cos t+3\sin t=3$이고 제곱하여 $4\cos^2 t=9(1-\sin t)^2$의 근을 구하면 $\sin t=\frac{5}{13}$, 1이다.

$0\le t\le\frac{\pi}{4}$이므로 대응되는 P는 $\left(\frac{12}{13},\frac{5}{13}\right)$이다.

식 (1)에 대입하면 $\frac{dx}{dt}=\frac{13}{126}$, $\frac{dy}{dt}=\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}=\frac{91}{126}=\frac{13}{18}$이다.

채점기준

- $x\frac{dx}{dt}-\frac{dx}{dt}\cos t+x\sin t+y\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}-\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}\sin t-y\cos t=0$을 구하면 **+5점**
- Q=(2, 3)에 대응되는 $P=\left(\frac{12}{13},\frac{5}{13}\right)$를 구하면 **+5점**
- $x=2$일 때 $\frac{dy}{dx}=7$ 등을 감안하여 $\frac{dx}{dt}=\frac{13}{126}$, $\frac{dy}{dt}=\frac{91}{126}=\frac{13}{18}$ 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음.

생명과학

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 4] 제시문

생명과학 I, 천재교육(2018), 이준규 외, p.87-93, 134-151 / 생명과학 I, 동아출판(2018), 김윤택 외, p.78-90, 134-154

생명과학 I, 교학사(2018), 권혁빈 외, p.86-95, 142-153 / 생명과학 I, 지학사(2018), 전상학 외, p.82-91, 134-147

생명과학 II, 비상교육(2018), 심규철 외, p.30-42, 78-79, 127-129 / 생명과학 II, 지학사(2018), 전상학 외, p.34-42, 72-75, 120-123

생명과학 II, 교학사(2018), 권혁빈 외, p.38-44, 71-72, 116-120 / 생명과학 II, 천재교육(2018), 이준규 외, p.34-42, 70-75, 121-123

출제의도

[문제 4-1] 우리 몸은 항상성을 유지하기 위해 호르몬의 분비와 표적 세포에서의 호르몬에 대한 반응성이 일정하고 조절되어야 한다. 이와 같은 호르몬에 의한 생리 현상이 정교하게 조절되지 않았을 경우 질병이 걸리기도 한다. [문제 4-1]은 갑상샘의 기능을 검사하는 과정을 제시문을 통해 이해하고, 검사 결과를 해석하여 질병과의 연계성을 추론하는 내용이다. 제시문 (가)로부터 갑상샘 호르몬인 티록신의 분비 과정을 이해하고, 음성피드백 작용의 원리를 이용하여 질병이 있는 환자를 찾아내는 문제이다. 또한 검사 결과의 염색체 분석 및 DNA 양 변화로부터 질병의 원인을 찾아내고 기관의 상태와 TSH 수용체의 관계를 통합적으로 분석하여, 이를 제시문에 근거하여 논리적으로 추론할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 본 문제를 통해 다양한 해석 내용을 제시하는 검사 결과를 활용하여 하나의 생명 현상을 통합적으로 이해할 수 있는지 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2] 지구에 사는 수많은 생물은 모습과 크기가 서로 다르지만 모두 세포로 구성되어 있다. 세포는 생명체를 이루는 기본 단위이며, 세포에서는 생명체가 살아가는 데 필요한 여러 생명 활동이 일어난다. 따라서 세포는 생물을 구성하는 구조적 단위이면서 생명 활동이 일어나는 기능적 단위이다. 여러 가지 세포 소기관들은 유전 정보의 저장, 에너지 대사, 물질의 합성과 분해 및 수송, 세포 모양의 지지 등의 역할을 하며 서로 유기적인 관계를 이룬다. 세포 소기관의 종류에는 핵, 리보솜, 골지체, 소포체, 미토콘드리아, 엽록체, 리소좀, 액포 등이 있다. 세포 분획법은 특정한 세포 소기관의 구조나 기능을 연구하기 위해 그 세포 소기관을 크기와 밀도에 따라 단계적으로 분리하는 방법으로 느린 속도에서는 비교적 크고 무거운 세포 소기관이 포함된 침전물이 형성되고, 속도를 증가 시키면 상대적으로 작고 가벼운 세포 소기관이 포함된 침전물이 가라앉아 분리된다. 세포 소기관들의 기능과 구조, 그리고 각 소기관들이 기능적으로 유기적인 관계를 이루고 있음을 이해하고, 이들 간의 관계성을 설명할 수 있는지와 원핵세포와 진핵세포의 유전체 구성과 유전자 구조를 이해하고 차이를 비교할 수 있는지, 그리고 DNA 복제 과정을 종합적으로 이해하고 있는지를 평가한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] **예시답안**

- 혈중 TSH 농도 검사 결과에서 선우는 정상 범위에서 측정되었고, 민수는 낮게, 철수는 높게 측정되었다. 갑상샘 기능 항진증이 있는 사람은 갑상샘에서 분비되는 티록신의 양이 많고, 음성 피드백 작용 때문에 티록신을 분비하도록 촉진하는 TSH의 혈중 농도는 감소되어 있을 것이다. 4차례 측정에서 모두 TSH의 농도가 낮은 민수가 갑상샘 기능 항진증 환자임을 제시문 (가)와 검사 결과를 통해서 알 수 있다.
- 민수의 질병이 발생한 원인은 염색체 수는 이상이 없음을 알 수 있고, DNA 양이 정상인 선우에 비해 많음을 확인할 수 있다. 염색체 수의 변화 없이 염색체 구조의 이상으로 DNA 양이 증가 할 수 있는 경우는 중복이 일어난 경우이다. 민수는 TSH 수용체의 단백질 발현량이 정상보다 증가한 것으로 보아 갑상샘이 정상으로 보임에도 불구하고, TSH 수용체의 발현량이 증가하여 TSH 호르몬에 대한 반응성이 커져 티록신 분비가 늘어났을 것으로 추론할 수 있다.

채점기준

1. 갑상선 항진증 환자가 민수임을 논리적으로 찾아내었으면 **+2점**
2. 민수가 환자임을 호르몬 분비의 음성 피드백 현상으로 설명하면 **+5점**
3. 염색체수는 문제가 없고, DNA 양의 결과를 이용하여 질병 발생 원인이 염색체 중복에 의해 일어났음을 설명하면 **+3점**
4. 갑상샘 기관의 크기는 정상이지만 TSH 단백질 발현량이 증가하여, TSH에 대한 반응성이 증가하였고, 결국 티록신 분비가 증가하여 감상샘 기능 항진증이 생겼음을 논리적으로 설명하면 **+5점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 4-2] **예시답안**

- 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 설명하면, 세포 분획법으로 분리된 침전물 ㉠은 핵, ㉡은 미토콘드리아, ㉢은 세포막과 내부막 조각, ㉣은 리보솜을 포함한다. 따라서 <표 1>에서 관찰된 것처럼 신약 물질 A는 핵과 미토콘드리아, 신약 물질 B는 리보솜, 신약 물질 C는 세포막 조각, 신약 물질 D는 핵, 신약 물질 E는 미토콘드리아에 특이적으로 결합한다.
- 세포 분획 침전물 분석 결과 산소 소비량이 가장 많은 침전물 ①은 세포 호흡을 통해 ATP를 합성하는 미토콘드리아가 포함된 침전물 ㉡이고, DNA 중합 효소가 검출된 침전물 ②는 DNA 복제를 하는 핵과 미토콘드리아가 포함된 침전물 ㉠과 ㉡이며, 침전 성분 중 RNA가 상대적으로 많은 침전물 ③은 *r*RNA로 이루어지고, *t*RNA와 *m*RNA에 결합하는 리보솜이 포함된 침전물 ㉣이다.

채점기준

1. 문제를 풀기 위해서 분리된 침전물 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 설명하면 **+4점**
2. 신약 물질 A, B, C, D, E가 결합하는 소기관을 정확히 설명하면 **+5점**
3. 세포 분획 침전물 분석을 통해 침전물 기호를 맞게 구하고 설명하면 **+6점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 4] **제시문**

물리학 I, 천재교육(2018), 강남화 외, p.46-47 / 물리학 I, 동아출판(2018), 송진웅 외, p.42
물리학 I, 동아출판(2019), 김성원 외, p.19 / 물리학 II, 미래엔(2018), 김성진 외, p.23, 35
물리학 II, 교학사(2018), 김영민 외, p.16 / 물리학 II, 교학사(2018), 김성원 외, p.40-42

출제의도

[문제 4] 역학은 고등학교 물리 Ⅰ 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리 Ⅱ 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 용수철이 들어간 물리적 상황에서 벡터 합성과 분해를 이용한 알짜힘의 계산과 힘의 평형을 이해하고, 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1] 물체의 운동과 에너지를 이해함으로써 역학의 기초 개념을 확인하는 문제이다. 탄성 퍼텐셜 에너지가 최소가 되는 지점은 용수철의 길이가 압축되지 않은 상태일 때이고, 중력 퍼텐셜 에너지가 최소가 되는 지점은 용수철의 길이가 최소가 되는 지점임을 이해하여야 한다. 또한, 힘의 평형을 이루는 지점에서 탄성 퍼텐셜 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지의 합이 최소가 됨을 논리적으로 이해하여야 한다. 역학적 에너지가 보존되는 물체의 운동에서 중력 퍼텐셜 에너지, 탄성 퍼텐셜 에너지, 운동에너지의 변환과 물체의 속도 변화를 기술할 수 있어야 한다. 본 문항 평가에서는 힘의 합성, 힘의 평형, 역학적 에너지 보존 법칙을 이해하고 이를 바탕으로 물체의 운동을 분석하는 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2] 평면상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구하고 힘의 평형상태를 구하는 문제이다. 문제에서 물체가 등속 원운동 하기 위한 구심력은 탄성력과 중력의 합력으로 나타내어지며, 성분별 알짜힘의 평형식을 통해 용수철이 늘어난 길이 x와 각도 θ를 구하는 문제이다. 물리적으로 가능한 운동으로부터 x와 θ의 범위를 구하고 이로부터 각속도의 최댓값과 최솟값을 정량적으로 구하는 문제이다. 본 문항 평가에서는 평면상에서 힘의 합성과 분해를 물리량 사이의 관계식을 이해하고 그 식으로부터 물리적 운동을 분석하는 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] **예시답안**

- 물체가 평형 상태에 있을 때, 알짜힘이 0인 조건으로부터 용수철이 원래 길이에서 줄어든 길이 l은 다음과 같다.

$$kl = mg\sin 30^\circ \quad \rightarrow \quad l = mg/2k$$

- 용수철 길이가 L_1일 때의 역학적 에너지는 다음과 같다.

$$E = \frac{1}{2}k\left(L_1 - L_0 - \frac{mg}{2k}\right)^2 + \frac{1}{2}mgL_1$$

- 용수철이 평형상태에 있을 때 퍼텐셜 에너지의 합이 최소가 되므로 운동에너지가 최대가 되고, 용수철 길이가 L_0일 때 물체의 속도가 최대임을 알 수 있다.

▶ 용수철 길이가 $x=L_0$일 때의 역학적 에너지와 에너지 보존법칙으로부터

$$E=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{2k}\right)^2+\frac{1}{2}mgL_0=\frac{1}{2}k\left(L_1-L_0-\frac{mg}{2k}\right)^2+\frac{1}{2}mgL_1$$

의 관계식을 세울 수 있고, 물체의 최대 속력은 $v=\sqrt{\frac{k}{m}}(L_1-L_0)$이다.

채점기준

- 속도가 최대가 되는 조건을 논리적으로 바르게 제시하면 **+5점**
- 처음 조건으로부터 보존되는 역학적 에너지를 바르게 구하면 **+3점**
- 평형점에서의 역학적 에너지 보존법칙을 바르게 사용하면 **+3점**
- 최종 답안의 식이 맞으면 **+4점**

※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).

[문제 4-2] 예시답안

▶ 중력은 중력가속도 방향이고 그 크기는 $F_g=mg$이다.

▶ 탄성력의 방향은 용수철의 길이 방향이고 그 크기는 $F_e=kx$이다.

▶ 구심력의 방향은 원의 중심방향이고 그 크기는 $F_c=m(L+x)\omega^2\sin\theta$이다.

▶ 탄성력의 수평 방향 성분 $kx\sin\theta$는 구심력과 힘의 평형을 이루고, 수직방향 성분 $kx\cos\theta$는 중력과 힘의 평형을 이룬다.

$$kx\sin\theta=m(L+x)\omega^2\sin\theta,\quad kx\cos\theta=mg$$

▶ 첫 번째 식으로부터 $x=\frac{m\omega^2}{k-m\omega^2}L$이다.

▶ 두 번째 식과 주어진 물리량으로부터 $\cos\theta=\frac{20}{\omega^2}-\frac{1}{10}$임을 알 수 있다.

▶ 운동가능한 각도인 $\theta=0^\circ$ 조건과 $\theta=90^\circ$ 조건으로부터 각속도 ω의 범위는

$$10\sqrt{\frac{2}{11}}<\omega<10\sqrt{2}$$

임을 알 수 있다.

채점기준

- 중력, 탄성력의 크기와 방향을 바르게 구하면 각각 **+1점 (총 2점)**
- 구심력의 크기와 방향을 바르게 구하면 **+2점**
- 벡터 분해로부터 힘의 평형을 바르게 제시하면 **+2점**
- 늘어난 길이 x를 m, k, ω, L의 함수로 바르게 나타내면 **+3점**
- $\cos(\theta)$를 ω의 함수로 바르게 구하면 **+2점**
- 운동이 가능한 각속도의 최댓값과 최솟값을 바르게 구하면 각각 **+2점**

※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 답안의 완성도 수준에 따라 항목 별로 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

[문제 4] 제시문

화학 I, ㈜미래엔(2020), 최미화 외 5인, p.32-33, 36-41, 44-45 / 화학 I, ㈜천재교육(2020), 노태희 외 6인, p.27-28, 30-38, 40-41
화학 I, ㈜교학사(2020), 홍훈기 외 6인, p.32-33, 38-42, 43-45 / 화학 I, ㈜금성출판사(2019), 하윤경 외 5인, p.32-33, 34-39, 40-43
화학 I, ㈜와이비엠(2020), 강대훈 외 3인, p.37-38, 41-43, 46-57 / 화학 I, 동아출판㈜(2020), 황성용 외 3인, p.33-35, 36-38, 39-45
화학 I, ㈜지학사(2019), 이상권 외 7인, p.31-33, 34-39, 40-42 / 화학 II, ㈜교학사(2020), 홍훈기 외 6인, p.55-63, 66-67
화학 II, ㈜상상아카데미(2020), 장낙한 외 9인, p.56-67, 68-70 / 화학 II, ㈜천재교육(2019), 노태희 외 6인, p.50-56, 58-60
화학 II, ㈜지학사(2019), 이상권 외 7인, p.49-56, 58-60 / 화학 II, ㈜미래엔(2020), 최미화 외 5인, p.54-55, 60-63, 64-67
화학 II, ㈜비상교육(2020), 박종석 외 7인, p.40-41, 44-45, 46-48

출제의도

[문제 4] 본 논술고사에서는 고등학교 화학 교과과정의 전반적인 내용을 평가하고자 하였다. 화학 I에서 다루는 화학 반응식을 이해하고 화학 반응에서 반응물과 생성물의 양적관계에 대한 이해도를 평가하고자 하였고 몰랄농도와 몰농도의 상관관계에 대한 이해도와 이로부터 물질의 분자량에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 화학 II에서 다루는 이상 기체 방정식과 부분 압력의 법칙의 상관관계에 대해 바르게 이해하고 화학반응식을 완성할 수 있는지에 대해서 평가하고자 하였다. 또한 '어는점 내림'과 반트호프 법칙으로 구할 수 있는 삼투압의 이해도를 평가하고자 하였다. 몰랄농도와 몰농도의 관계를 어는점 내림으로부터 구하고 이를 삼투압에 적용하는 통합적 성취도를 평가하고자 하였다.

[문제 4-1] 화학 반응이 일어나면서 발생하는 기체와 남아있는 고체와의 동적 평형상태를 이해하고 이를 압력과 연결해서 완전한 화학 반응식을 제시할 수 있는 능력에 대해 평가하고자 하였다.

[문제 4-2] 제시문에서 제공하는 정보를 정확하게 숙지하여, 수용액에서의 용질과 용매의 관계를 이해해 몰농도와 몰랄농도 개념에 대한 종합적인 이해도를 평가하고자 하였다. 또한 비휘발성 비전해질 용질이 녹아있는 용질에서 추가적인 시료를 첨가해 주었을 때 농도의 차이 때문에 발생하는 어는점 내림 현상과 몰랄농도의 상관관계를 이해하고 몰농도의 차이로 발생하는 삼투압에 대한 이해도를 통합적으로 평가하고자 하였다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시답안

$$a\,\mathrm{NH_3}(g) + b\,\mathrm{O_2}(g) \rightarrow c\,\mathrm{NO}(g) + d\,\mathrm{H_2O}(l)$$

- 기체 반응의 화학 반응식으로부터 반응 전후의 몰수 변화를 알 수 있다. 이상 기체 방정식 $PV=nRT$로부터 각 기체의 몰수는 $n=\frac{PV}{RT}$로 구할 수 있고, 온도와 부피가 일정하기 때문에 몰수는 기체의 압력에 비례하게 된다.
  반응 초기에는 기체 A와 B만 존재하므로 $P_0=P_{A0}+P_{B0}$이고, 주어진 그래프로부터 $P_0=3.8\,\mathrm{atm}$, $P_{B0}=1.4\,\mathrm{atm}$임을 알 수 있기 때문에, $P_{A0}=2.4\,\mathrm{atm}$임을 알 수 있다. 평형 상태에 도달했을 때 B의 부분 압력이 x만큼 감소하였기 때문에 평형 상태의

각 기체 부분 압력은 다음과 같다.

$$aA + 2B \rightleftarrows C + bD$$

	A	B	C	D
초기 상태 입력	2.4	1.4	0	0
평형 상태 입력	$2.4-\frac{a}{2}x$	$1.4-x$	$\frac{x}{2}$	$\frac{b}{2}x$

평형 상태에서 전체 압력은 $P_1=\left(2.4-\frac{a}{2}x\right)+(1.4-x)+\frac{x}{2}+\frac{b}{2}x=\frac{(b-a-1)}{2}x+3.8\,\text{atm}$이고 반응 초기의 전체 압력은 $P_0=3.8\,\text{atm}$이므로, 전체 압력의 증가량은 $\triangle P=P_1-P_0-\frac{(b-a-1)}{2}x\,\text{atm}$이다. 그래프에서 전체 압력의 증가량이 $x\,\text{atm}$이라고 주어졌기 때문에 $\frac{(b-a-1)}{2}x=x$이고, 따라서 $b=a+3$이다.

- 평형 상태에서 $P_{B1}=5P_{C1}$이라고 주어졌기 때문에 $P_{B1}=(1.4-x)=5P_{C1}=5\times\frac{x}{2}$이고, 이 식을 풀면 $\underline{x=0.4}$임을 구할 수 있다.
- 평형 상태에서 $P_{A1}=2P_{D1}$이라고 주어졌기 때문에 $P_{A1}=2.4-\frac{a}{2}x=2P_{D1}=2\times\frac{b}{2}\times x$이고, 위에서 구한 $b=a+3$, $x=0.4$를 대입하면 $2.4-\frac{a}{2}\times0.4=2\times\frac{(a+3)}{2}\times0.4$가 된다. 이 식을 풀면 $a=2$이고, $b=a+3=5$이다. 정리하면 반응 용기 안에서 일어나는 화학 반응식은 다음과 같다.

$$2A + 2B \rightleftarrows C + 5D$$

따라서 이 화학 반응식의 농도로 정의되는 평형 상수는 $K=\frac{[C][D]^5}{[A]^2[B]^2}$으로 나타낼 수 있다.

- a, b, x값으로부터 평형 상태에서의 각 기체의 부분 압력을 구할 수 있고 이를 정리하면 다음과 같다.

	A	B	C	D
초기 상태 입력	2.4	1.4	0	0
평형 상태 입력	$2.4-0.4=2.0$	$1.4-0.4=1.0$	0.2	1

따라서 농도로 정의되는 평형 상수 K를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K=\frac{[C][D]^5}{[A]^2[B]^2}=\frac{\left(\frac{P_C}{RT}\right)\left(\frac{P_D}{RT}\right)^5}{\left(\frac{P_A}{RT}\right)^2\left(\frac{P_B}{RT}\right)^2}=\frac{P_C P_D^5}{P_A^2 P_B^2}\frac{1}{(RT)^2}=\frac{0.2\times1^5}{2^2\times1^2}\times\frac{1}{10^2}=\frac{1}{2000}=5\times10^{-4}$$

채점기준

1. 평형 상태까지의 전체 압력 증가량 x가 B의 부분 압력의 감소량과 같다는 것으로부터 $b=a+3$을 바르게 구하면 **+5점**
2. x값이 0.4임을 바르게 구하면 **+5점**
3. 평형 상수식을 바르게 도출하고 평형 상수 K를 바르게 구하면 **+5점**

※ 계산을 잘못하면 -1점.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 4-2] 예시답안

- U자관 왼쪽에 수용액 A 101 mL를 넣어주고, U자관 오른쪽에 수용액 B 201 mL를 넣어주면 부피 차이로 인한 중력 차가 발생하므로, 용매가 U자관 오른쪽 201 mL에서 왼쪽 101 mL쪽으로 이동하게 된다.

  중력에 의한 압력 차이가 없어질 때의 부피가 $\frac{201+101}{2}\,\text{mL}=151\,\text{mL}=0.151\,\text{L}$이다.

  그런데 Y를 첨가한 수용액 A와 Y를 첨가하지 않은 수용액 B의 농도 차이 때문에 발생하는 삼투압이 추가적인 용매의 이동을 발생시킨다. 이때, 삼투압의 차이가 두 용액의 높이 차 h를 결정하게 된다. 시료 Y를 첨가한 수용액 A와 첨가하지 않은 수용액 B의 삼투압의 차이를 이용해, 추가한 시료 Y의 분자량을 구할 수 있다.

▶ 수용액 A에 용해된 용질 X의 몰랄 농도를 어는점 내림을 이용해 구하면 다음과 같다.

$\Delta T_f = T_f - T_f' = K_f \cdot m$

$0.186^\circ\mathrm{C} = 1.86^\circ\mathrm{C}/m \times m_\mathrm{A}$

그러므로 수용액 A에 용해된 X의 몰랄 농도는 $m_\mathrm{A} = 0.1\,\mathrm{mol/kg}$이다.

수용액 A에 용해된 X의 몰수를 a라고 하면 다음의 식이 성립한다.

$m_\mathrm{A} = \dfrac{a\,\mathrm{mol}}{(0.101 - 0.1a)\,\mathrm{kg}} = 0.1\,\dfrac{\mathrm{mol}}{\mathrm{kg}}$ (0.101 kg: 수용액 A의 질량, $0.1a$: 용질 X의 질량)

따라서, 수용액 A에 용해된 X의 몰수 a는 0.01 mol이다.

▶ 수용액 B에 용해된 용질 X의 몰랄 농도를 어는점 내림을 이용해 구하면 다음과 같다.

$\Delta T_f = T_f - T_f' = K_f \cdot m$

$0.093^\circ\mathrm{C} = 1.86^\circ\mathrm{C}/m \times m_\mathrm{B}$

따라서, 수용액 B에 용해된 X의 몰랄 농도는 $m_\mathrm{B} = 0.05\,\mathrm{mol/kg}$이다.

B에 용해된 X의 몰수를 b라고 하면 다음의 식이 성립한다.

$m_\mathrm{B} = \dfrac{b\,\mathrm{mol}}{(0.201 - 0.1b)\,\mathrm{kg}} = 0.05\,\dfrac{\mathrm{mol}}{\mathrm{kg}}$ (0.201 kg: 수용액 B의 질량, $0.1b$: 용질 X의 질량)

그러므로 수용액 B에 용해된 X의 몰수 b는 0.01 mol이다.

▶ 수용액 A와 B에 용해된 용질 X의 몰수가 같으므로, X로 인해 발생하는 삼투압 차이는 없다. 따라서 시료 Y에 의한 삼투압의 차이로 높이 차 h가 생긴다.

삼투압 공식 $\Pi = CRT$를 이용하여 시료 Y에 의한 삼투압을 구해보면 다음과 같다.

$\Pi = \dfrac{0.001}{M_\mathrm{Y}}\mathrm{mol} \times \dfrac{1}{0.151\,\mathrm{L}} \times 0.08\,\dfrac{\mathrm{atm\,L}}{\mathrm{mol\,K}} \times 300\,K$

문제에 주어진 삼투압의 차이가 $\dfrac{1}{1510}\,\mathrm{atm}$이므로, 다음의 식이 성립한다.

$\dfrac{1}{1510}\,\mathrm{atm} = \dfrac{0.001}{M_\mathrm{Y}}\mathrm{mol} \times \dfrac{1}{0.151\,\mathrm{L}} \times 0.08\,\dfrac{\mathrm{atm\,L}}{\mathrm{mol\,K}} \times 300\,K$

따라서, Y의 분자량 $M_\mathrm{Y} = 240$이다.

채점기준

1. 수용액 A와 B의 몰랄 농도를 바르게 구하면 **+3점**
2. 몰랄 농도로부터 수용액 A와 B의 몰 농도를 바르게 구하면 **+6점**
3. 삼투압 공식을 이용하여 Y의 분자량을 바르게 구하면 **+6점**

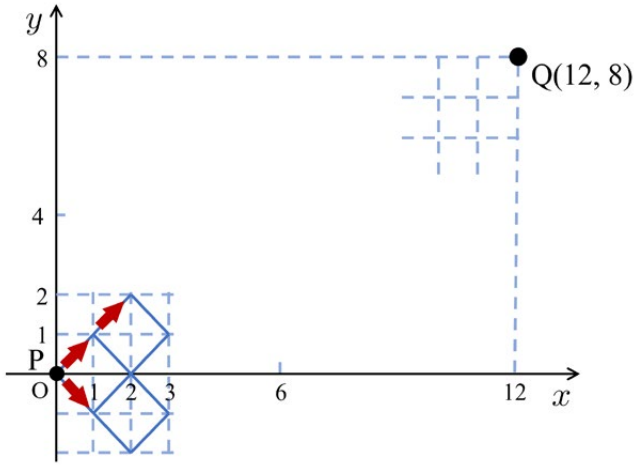
※ 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.

자연계열 Ⅱ(2교시) 문제

수학

[문제 1] 좌표평면 위의 점 P는 동전을 한 번 던져서 앞면이 나오면 오른쪽 대각선 방향의 위(↗)로 한 칸만큼, 뒷면이 나오면 오른쪽 대각선 방향의 아래(↘)로 한 칸만큼 이동한다. 동전을 반복적으로 던지는 실험의 결과, 아래의 그림과 같이 원점 O에서 출발한 점 P가 점 Q(12, 8)에 도착했다고 할 때, 원점을 출발한 이후 점 P가 x축에 닿지 않았을 확률을 구하시오. [20점]



[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 실수 a, b에 대하여 $(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$이 성립한다.

- 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴하고 $\lim_{n\to\infty}a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty}b_n=\beta$일 때, 다음 식이 성립한다.

$$\lim_{n\to\infty}a_nb_n=\left(\lim_{n\to\infty}a_n\right)\left(\lim_{n\to\infty}b_n\right)=\alpha\beta,\ \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\frac{\lim_{n\to\infty}a_n}{\lim_{n\to\infty}b_n}=\frac{\alpha}{\beta}\ (\text{단, } \beta\neq0)$$

- 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$$

- 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $x=g(t)$로 놓으면, 다음 식이 성립한다.

$$\int f(x)dx=\int f(g(t))g'(t)dt$$

[문제 2-1] 다음 극한값을 구하시오. [10점]

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n}+1)^4+(\sqrt{n}+2)^4+(\sqrt{n}+3)^4+(\sqrt{n}+4)^4+\cdots+(\sqrt{n}+n)^4}{(n+1)^4+(n+2)^4+(n+3)^4+(n+4)^4+\cdots+(2n)^4}$$

[문제 2-2] 닫힌구간 $[0, 20]$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 식을 만족한다.

$$f(20-x)=\sqrt{-x^2+20x-2(f(x))^2}$$

이때, 정적분 $\int_0^{10}xf(x)dx$의 값을 구하시오. [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, 속력은 $\sqrt{(f'(t))^2+(g'(t))^2}$이다.
- 직선 $y=mx+n$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라고 하면 $\tan\theta=m$이다.
- 각 α와 β에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} \quad (\text{단, } \alpha\neq\frac{\pi}{2},\ \beta\neq\frac{\pi}{2},\ \tan\alpha\tan\beta\neq1)$$

[문제 3-1] 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가

$$x=t,\quad y=\frac{2}{3}(t^2-2t+2)^{\frac{3}{2}}$$

이다. 점 P의 속력이 최소가 되는 시각을 t_0이라 할 때, 시각 $t=0$에서 시각 $t=t_0$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위에 원점 O가 중심이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 $A(\cos\theta, \sin\theta)$가 있다. 그리고 원점을 지나며 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 2θ인 직선과 곡선 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$의 교점을 B라 하고, 삼각형 AOB의 넓이의 최댓값을 M이라 하자. 삼각형 AOB의 넓이를 $\tan\theta$로만 표현된 함수로 나타내고, 이를 이용하여 M^2을 구하시오. (단, $0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}$) [15점]