[생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가)–(라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가)

자극을 받지 않았을 때 신경세포(뉴런)의 세포막에 형성되어 있는 막전위를 측정해 보면 뉴런의 내부는 음(−)으로, 외부는 양(+)으로 대전되어 전위차가 나타난다. 이때 형성되는 세포막 내외의 전위차를 휴지 전위라고 한다. 사람의 경우 휴지 전위는 약 −70mV이며, Na^+−K^+ 펌프와 Na^+ 통로 및 K^+ 통로에 의해 유지되고 있다. 세포 안팎의 농도 차에 따라 Na^+은 세포 내부로, K^+은 세포 외부로 확산되려고 하는데, 이온은 지질 성분의 세포막을 통과하지 못하므로 각각 Na^+ 통로와 K^+ 통로를 통해 세포 안팎으로 확산된다. 이때 Na^+ 통로에 비해 K^+ 통로가 열려 있는 것이 더 많아 Na^+에 비해 K^+의 투과도가 더 높다. 이 때문에 K^+이 세포 외부로 빠져나가고, 또 내부에 존재하는 단백질이 (−) 전하를 띠고 있기 때문에 뉴런 내부는 (−), 뉴런 외부는 (+)가 되며, 막 내외의 전위차가 −70mV 정도가 되면 평형을 이루게 된다.

(나)

활동 전위는 뉴런의 막전위가 휴지 전위에서 시작하여 최대치로 올라갔다가, 다시 휴지 전위로 되돌아오는 신경 신호를 말한다. 활동 전위를 이루는 전기적 변화를 살펴보면, 충분히 강한 자극을 뉴런에 주면 일부 Na^+ 통로가 열려 세포 외부의 Na^+이 세포 내부로 확산되어 들어와 막전위가 역치 전위인 −50mV까지 올라간다. 역치 전위에 이르면 더 많은 Na^+ 통로가 열리게 되며, 세포 외부의 Na^+이 세포 내부로 대량 확산되어 들어오게 되고, 이에 따라 이 부분의 막전위가 +35mV로 역전된다. 막전위가 최고점에 이르면 세포막의 투과성이 변하고 Na^+ 통로가 닫혀 불활성화되며, K^+ 통로가 열려 K^+이 세포 밖으로 확산되어 나가게 된다. 이에 따라 막전위는 빠른 속도로 원래의 휴지 전위 이하로 떨어지는 재분극이 일어난다. 재분극 이후 세포막의 투과성이 원래대로 회복됨에 따라 Na^+−K^+ 펌프가 Na^+을 세포 밖으로, K^+을 세포 안으로 이동시켜 이온을 재배치함으로써 막전위는 휴지 전위 상태를 회복한다.

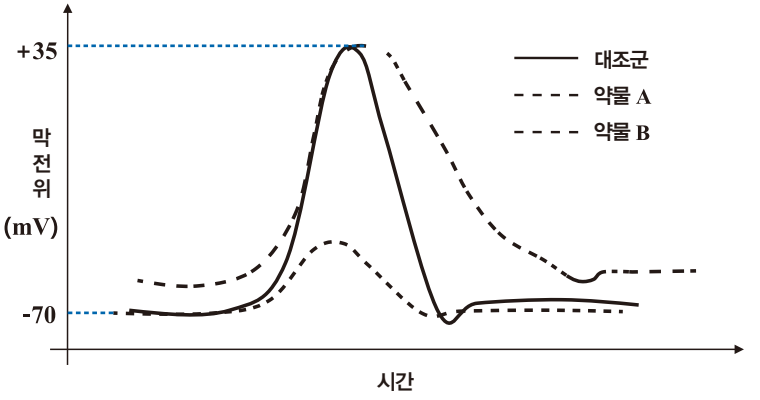
(다)

흥분이 축삭 돌기 말단에 도달하면 Ca^{2+}이 유입되면서 말단에 있는 시냅스 소포에서 아세틸콜린과 같은 신경 전달 물질이 시냅스 틈으로 분비된다. 신경 전달 물질은 시냅스 틈으로 확산되어, 다음 뉴런 또는 근육과 같은 흥분성 세포의 세포막에 있는 이온 통로가 열리게 한다. 충분한 양의 이온 통로가 열리면, 다음 뉴런의 세포막에서 탈분극이 일어나 흥분이 전달된다. 한편, 시냅스에서 흥분은 축삭 돌기에서 다음 뉴런의 가지 돌기나 세포체로만 전달되며 반대 방향으로는 전달되지 않는다. 그 이유는 신경 전달 물질을 분비하는 시냅스 소포가 축삭 돌기 말단에만 있기 때문이다.

(라)

운동 뉴런의 말단은 근육 섬유막과 시냅스처럼 좁은 틈을 두고 접해 있다. 흥분이 운동 뉴런을 따라 전도되어 축삭 돌기 말단에 도달하면 시냅스 소포에서 아세틸콜린이 분비되고, 아세틸콜린이 근육 섬유막으로 확산되면 근육 섬유막에 있는 아세틸콜린 수용체를 활성 시켜서 근육 섬유막이 탈분극됨으로써 활동 전위가 발생한다. 이 활동 전위가 근육 원섬유에 전달되면 근육 원섬유 마디가 짧아져 근육이 수축하게 된다. 근육 섬유는 역치 이상의 자극에서는 자극의 세기와 관계없이 반응의 크기가 항상 일정하다.

[문제 4-1] 다음 그래프는 뉴런에 약물 A와 약물 B를 각각 처리한 후, 자극이 주어졌을 때 막전위의 변화를 측정한 결과이다. 약물 A와 약물 B에 의해 막전위의 변화가 대조군과 다르게 나타난 이유를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 대조군에는 약물을 처리하지 않았다. [10점]



[문제 4-2] 초파리 유전자 *a*, *b*, *c*가 신경 활성과 근육 수축에 미치는 영향을 알아보기 위해, 정상 초파리, 한 개의 유전자만 조작된 단일 돌연변이 초파리, 두 개의 유전자가 조작된 이중 돌연변이 초파리를 이용하여 실험을 수행하였다. 초파리의 운동 뉴런에서 활동 전위의 생성 여부와 근육의 수축 여부를 측정하여 〈표 1〉에 정리하였다. 추가로, 초파리의 근육에 아세틸콜린을 처리한 후, 근육의 수축 여부를 〈표 2〉에 정리하였다. 이 결과들을 종합하여 활동 전위 생성 및 근육 수축 과정에서 유전자 *a*, *b*, *c*가로부터 발현되는 단백질의 역할을 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

〈표 1〉

	정상 개체	단일 돌연변이			이중 돌연변이	
		a	*b*	*c*	*a*, *b*	*b*, *c*
활동 전위 생성	O	X	O	O	X	O
근육 수축	O	X	X	X	X	X

O: 있음 X: 없음

〈표 2〉

	정상 개체	단일 돌연변이			이중 돌연변이	
		a	*b*	*c*	*a*, *b*	*b*, *c*
아세틸콜린 처리 후 근육 수축	O	O	O	X	O	X

O: 있음 X: 없음

[물리]

[문제 4] 다음 제시문 (가)–(다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가)

유체에 잠긴 물체에 작용하는 부력은 잠긴 부분의 부피에 해당하는 유체의 무게와 같다. 밀도가 ρ인 유체에 부피 V만큼 물체가 잠겼을 때, 이 물체가 받는 부력은 $F = \rho V g$가 된다. 여기서 g는 중력 가속도이며, 중력과 부력의 합이 물체에 작용하는 알짜힘이다.

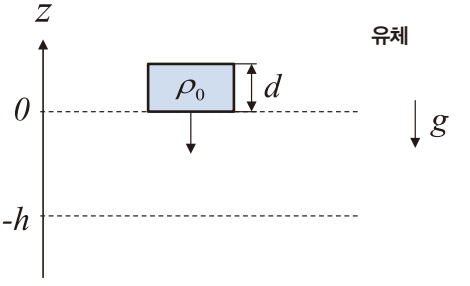
(나)

용수철에 힘이 작용하여 용수철이 x만큼 늘어났을 때 x는 용수철에 작용한 힘에 비례한다. 따라서 길이가 x만큼 늘어난 용수철이 원래의 길이로 되돌아가려는 탄성력은 $F = -kx$이다. 이를 훅의 법칙이라고 한다. 여기서 (−)는 탄성력과 용수철의 변위가 반대 방향이라는 의미이며, k는 용수철의 특성에 따라 정해지는 용수철 상수이다. 용수철 상수가 k인 용수철에 질량 m인 물체를 매달아 진동시키면 주기는 $T = 2\pi\sqrt{m/k}$이다.

(다)

가속도가 일정한 운동을 등가속도 운동이라 하는데, 이것은 속도가 시간에 따라 일정하게 변하는 운동이다. 가속도가 a로 일정한 경우, 처음 시각을 0, 나중 시각을 t, 처음 속도를 v_0, 나중 속도를 v라고 하면 $v = v_0 + at$의 식이 성립한다. 시간 t동안 움직인 변위는 속도–시간 그래프의 아래 면적에 해당하며, 등가속도 운동에서 처음 시각을 0, 나중 시각을 t, 처음 속도를 v_0, 처음 위치를 0, 나중 위치를 s라고 하면 $s = v_0 t + at^2/2$이 성립한다.

[문제 4–1] 넓은 공간에 밀도가 ρ_1인 유체가 가득 차 있다. 이 공간에서 다음 그림과 같이 $z = 0$에 정지해 있던 직육면체 형태의 물체가 낙하를 시작하였다. 물체의 두께가 d, 밀도가 ρ_0일 때 물체가 h만큼 낙하하여 $z = -h$에 도달할 때까지 소요되는 시간을 구하는 과정을 위 제시문에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, $\rho_1 < \rho_0$이고, 중력 가속도는 g이며, 부력과 중력을 제외한 다른 힘은 없다고 가정한다. [10점]



[문제 4–2] [문제 4–1]에서 유체의 밀도가 $z \geq 0$에서 ρ_1, $z < 0$에서 ρ_2이고, [문제 4–1]에서와 동일한 물체가 위 그림과 같이 $z = 0$에 정지해 있다가 낙하를 시작한다고 하자. 위 제시문에 근거하여 이 물체의 운동이 주기 운동이 됨을 보이고, 그 주기를 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. 단, $\rho_1 < \rho_0 < (\rho_1 + \rho_2)/2$이고, 중력 가속도는 g이며, 부력과 중력을 제외한 다른 힘은 없다고 가정한다. [20점]

[화학]

[문제 4] 다음 제시문 (가)–(라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가)

탄소 화합물 중에서 가장 기본이 되는 것은 탄소(C) 원자와 수소(H) 원자로만 이루어진 탄화수소이다. 탄소 원자 사이에 단일 결합으로 이루어진 탄화수소를 포화 탄화수소라고 하며, 사슬 모양의 포화 탄화수소를 알케인이라고 한다. 알케인에는 메테인(CH_4), 에테인(C_2H_6), 프로페인(C_3H_8) 등이 있다. 탄소 원자 사이에 이중 결합이나 삼중 결합으로 이루어진 탄화수소를 불포화 탄화수소라고 하며 이중 결합을 가지고 있는 사슬 모양의 불포화 탄화수소를 알켄이라고 한다. 알켄에는 에텐(C_2H_4), 프로펜(C_3H_6) 등이 있다. 한편 삼중 결합을 가지고 있는 사슬 모양의 불포화 탄화수소를 알카인이라고 하며, 알카인에는 에타인(C_2H_2), 프로파인(C_3H_4) 등이 있다.

(나)

공유 결합을 형성하는 원자들은 중심 원자와 180°, 120°, 109.5° 등 일정한 결합각을 이룬다. 공유 결합 분자에서 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍들은 서로 같은 전하를 띠고 있으므로 반발력이 최소가 되기 위해서 최대한 멀리 떨어져 있으려고 한다. 이를 전자쌍 반발 이론이라고 한다.

(다)

화합물을 이루는 원소의 종류와 수를 알아내는 실험을 원소 분석이라고 한다. 탄소(C), 수소(H), 산소(O)로 이루어진 화합물의 시료를 완전 연소시켰을 때 생성되는 이산화 탄소(CO_2)와 물(H_2O)의 질량을 측정하여 성분 원소인 탄소(C), 수소(H), 산소(O)의 질량비를 알아낸다. 각 성분의 질량을 각 성분의 원자량으로 나누어 주면 조성비를 구할 수 있다. 조성비를 구한 후, 구성 원소의 원자 개수의 비율을 가장 간단한 정수비로 나타낸 식을 실험식이라고 한다. 탄소(C), 수소(H), 산소(O)의 원자량은 각각 12, 1, 16이다.

(라)

아보가드로 법칙에 따르면 모든 기체는 온도와 압력이 같을 때, 같은 부피 속에 같은 수의 분자가 들어 있다. 분자 수가 같으면 몰수도 같으므로, 온도와 압력이 같은 조건에서 기체 1몰의 부피는 기체의 종류에 상관없이 같다.

[문제 4–1] 결합각의 최댓값이 180°인 사슬 모양 탄화수소의 실험식이 C_3H_5로 결정되었다. 제시문 (가), (나), (다)에 근거하여, 이 사슬 모양 탄화수소의 분자량(g/mol)을 구하는 과정을 논리적으로 설명하고 그 구조식을 1개만 제시하시오. [10점]

[문제 4-2] 다음 그림과 같은 장치를 이용하여 액체 상태의 시료 X에 대해 원소 분석 실험을 수행하였다.



[원소 분석 장치]

시료 X를 원소 분석 장치에 넣고 가열하여 완전 연소시켰을 때 이산화 탄소(CO_2)와 물(H_2O)만 생성되었다. 원소 분석 장치에서 반응이 완결된 후 염화 칼슘($CaCl_2$)을 채운 염화 칼슘관에서 54mg, 수산화 나트륨(NaOH)을 채운 수산화 나트륨관에서 132mg의 질량 증가가 측정되었다. 시료 X의 원소 분석 실험을 통해 탄소(C)와 수소(H)의 몰수비가 결정되었고, 시료 X의 실험식을 결정하기 위해 추가적으로 진행된 실험과 그 결과는 다음과 같다.

I. 소량의 시료 X를 넣은 실린더에 건조한 산소(O_2) 기체를 채운 후 상온(25℃)에서 실린더 내부의 부피를 측정하였다.

II. 실린더를 가열하여 연소 반응을 완결시킨 후 실린더를 냉각하여 상온(25℃)으로 유지한 상태에서 실린더 내부의 부피를 측정하였다.

⊙ **실험 결과 : 연소 반응 전과 후 실린더 내부의 부피**

연소 반응 전	연소 반응 후
400mL	300mL

위의 실험 결과와 제시문 (다), (라)에 근거하여 시료 X의 실험식을 논리적으로 추론하시오. 단, 계수를 맞추지 않은 화학 반응식은 다음과 같고, 실린더 안의 액체 상태 물질의 부피는 무시할 정도로 작다. [20점]

$$X\,(l) + O_2\,(g) \rightarrow H_2O\,(l) + CO_2\,(g)$$

2015학년도 중앙대학교 논술 문제

자연계열 I

제시문 출전 / 평가 목표 / 출제 의도

제시문 출전

[수학 문제 2]

제시문 (가) _ 수학, 단원 Ⅱ, 소단원 2 다항식의 곱셈과 나눗셈 (더텍스트, p. 68)

제시문 (나) _ 수학, 단원 Ⅱ, 소단원 2 유리식과 무리식 (중앙교육진흥연구소, p.76)

제시문 (다) _ 수학의 활용, 단원 Ⅲ, 소단원 2 수열의 합 (금성출판사, p. 106)

[수학 문제 3]

제시문 (가) _ 수학 Ⅱ, 단원 Ⅳ, 소단원 3 여러 가지 함수의 미분법 (금성출판사, p. 142)

기하와벡터, 단원 Ⅱ, 소단원 2 타원 (교학사, p. 50)

기하와벡터, 단원 Ⅲ, 소단원 1 공간도형 (교학사, p. 92)

제시문 (나) _ 수학, 단원 Ⅳ, 소단원 1 함수 (교학사, p. 217)

[생명과학 문제 4]

제시문 (가) _ 교학사 생명과학Ⅰ, 권혁빈 외 공저, p. 137, 휴지전위

제시문 (나) _ 교학사 생명과학Ⅰ, 권혁빈 외 공저, p. 138, 활동전위

제시문 (다) _ 교학사 생명과학Ⅰ, 박희송 외 공저, p. 160, 시냅스에서의 흥분 전달

제시문 (라) _ EBS 탐스런 생명과학Ⅰ, 김진표 외 공저, p. 143, 근수축의 원리

[물리 문제 4]

제시문 (가) _ 물리Ⅰ, 단원Ⅳ, 소단원 2 힘과 에너지의 이용 (교학사, p.327)

제시문 (나) _ 물리Ⅰ, 단원 Ⅰ시공간과 우주, 소단원 1 시간, 공간, 운동 (교학사, p.54)

제시문 (다) _ 물리Ⅰ, 단원 Ⅰ시공간과 우주, 소단원 1 시간, 공간, 운동 (교학사, pp. 35–36)

[화학 문제 4]

제시문(가) _ 화학 Ⅰ, 단원 Ⅲ, 아름다운 분자 세계(EBS, 탐스런 화학 Ⅰ, pp.188–190, 비상교육, 화학 Ⅰ, p. 166)

제시문(나) _ 화학 Ⅰ, 단원 Ⅲ, 아름다운 분자 세계 (EBS, 탐스런 화학 Ⅰ,pp.172–184, 교학사, 화학 Ⅰ, pp.176–177)

제시문(다) _ 화학 Ⅰ,단원 Ⅰ화학의 언어 (EBS, 탐스런 화학 Ⅰ, p.41, 비상교육, 고등학교 화학 Ⅰ, p.34)

제시문(라) _ 화학 Ⅰ,단원 Ⅰ화학의 언어(EBS, 탐스런 화학 Ⅰ, p.32, 상상아카데미, 고등학교 화학 Ⅰ, p.35)

평가 목표 및 출제 의도

[수학 문제 1 (자연계열 Ⅰ)]

다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률 및 기댓값의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제에서는 6개의 공과 주사위라는 두 가지 상황의 확률 구조에 대한 이해도와 각 상황에서의 상금 구조를 기댓값 계산에 정확하게 반영할 수 있는지를 평가한다.

[수학문제 2]

사칙연산은 수학을 공부하는 데 가장 기본적인 연산이다. 다항식에도 사칙연산이 정의된다. 다항식의 나눗셈을 몫과 나머지로 표현하는 것을 이해하고 미분과 적분의 개념을 적용하여 문제를 해결하는 통합적 사고능력을 갖추었는지 평가하고자 하였다.

[수학 문제 3]

원과 타원은 삼각함수를 이용한 매개변수의 함수로 표현될 수 있다. 원을 삼각함수의 매개변수로 표현하였을 때 매개변수의 기하학적 의미를 이해하는 것이 필요하다. 또한 이 원을 정사영한 타원을 삼각함수의 매개변수로 표현하였을 때 매개변수의 의미를 이해해야 한다. 문제 3–1에서는 원의 매개변수와 타원의 매개변수 사이의 연관성에 대한 이해를 평가하고자 하였고, 문제 3–2에서는 두 도형 사이의 위치 관계와 넓이 관계에 대한 이해를 평가하고자 하였다.

[생명과학 문제 4]

신경계에서 정보의 전달은 신경 세포들의 연결인 시냅스를 통해 일어나며 이는 운동 신경 세포에 의한 근 수축 조절에도 적용된다. 개별 신경 세포에서 활동 전위가 생성되는 과정과 시냅스를 통한 신호 전달 과정은 신경계 작동 원리를 이해하는데 필수적인 원리이다. 문제 4–1에서는 제시문을 읽고 Na^+ 통로가 활동 전위의 생성에 중요한 역할을 하고, K^+ 통로가 활동 전위의 소멸 단계에 관여함을 이해하는 능력과, 주어진 실험 결과를 올바로 해석하여 약물 A와 B가 각각 Na^+ 통로와 K^+ 통로에 작용함을 논리적으로 추론할 수 있는지 평가하는 문제이다. 문제 4–2에서는 제시문 (다)와 (라)를 읽고 근 수축이 일어 날 때 운동 뉴런에서 일어나는 신경 전달 물질의 분비와 이에 의한 근육 섬유막의 수용체 활성화 과정을 올바로 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다. 각 근 수축 과정에 관여하는 유전자들에 돌연변이가 일어난 초파리를 이용한 실험 결과를 제시하고 이를 올바로 해석하고, 제시문의 내용과 통합하여 논리적으로 설명할 수 있는지 평가하는 문제이다.

[물리 문제 4]

물체에 가해지는 힘에 의해 발생하는 가속도, 속도,변위 등은 물리를 공부하는 데 필요한 가장 근본이 되는 개념이다. 본 모의평가에서는 유체 내에서 부력과 중력을 받아 운동하는 물체의 움직임에 관한 이해를 묻는 문제를 출제하였다. 문제 4-1은 일정한 크기의 부력을 받아 전체 가속도가 '중력가속도-상수'의 형태로 줄어든 상황에서 발생하는 낙하 운동을 묻는 문제로서 가속도가 일정할 때 시간-변위의 관계를 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다. 문제 4-2는 유체의 밀도가 물체의 밀도보다 크고 작은 구조 사이에서 물체가 움직일 때, 마치 용수철에 매달린 물체가 받는 힘과 같은 왕복 운동이 발생함을 수식 전개를 통해 보이고 그 주기를 구하는 문제로서, 물체의 변위에 따른 힘의 크기를 간단한 수식으로 표현해 보면 제시문에 나타난 진동 운동의 식과 유사함을 알 수 있고, 이를 통해답을 얻을 수 있다.이해력,수리적 표현 능력, 응용력을 평가하는 문제이다.

[화학 문제 4]

고등학교 화학 Ⅰ 교과과정은 주로 화학의 기본적인 언어를 습득하는 것에 주 목적을 두고 있다. 이러한 화학의 기본적인 개념 중에서 전자쌍 반발 이론은 분자의 구조 예측에 이용되는 화학의 필수적인 기본 언어이다. 탄화수소는 자연계를 구성하고 있는 물질 중에서 가장 많이 발견되는 화합물로 탄화 수소를 이루고 있는 화학결합의 종류에 따라 분류될 수 있다. 문제 4-1은 원소 분석 실험을 통하여 결정된 실험식의 개념을 정확히 이해하고, 이를 탄화수소의 일반식과 연결하여 탄화수소의 분자식을 결정하고 분자량을 계산할 수 있어야 한다. 주어진 분자식에서 가능한 탄화수소의 이성질체 중에서 문제와 제시문에 주어진 결합각에 대한 정보를 이용하여 이 탄화수소의 구조를 결정하고, 이 탄화수소의 구조를 예측할 수 있는지를 평가한다.

고등학교 화학 Ⅰ에 소개되는 원소 분석 실험은 유기물의 구성 성분과 조성비를 결정하는 가장 중요한 실험의 하나이다. 일반적으로 시료의 질량이 주어진 상태에서 원소 분석 실험을 이용하여 탄소(C), 수소(H), 산소(O)의 조성비가 결정되고 이를 이용하여 실험식이 결정된다. 문제 4-2는 시료의 질량을 문제에 제시하지 않고 교과서에 소개된 연소 반응 실험의 결과를 이용하여 원소 분석 실험에서 결정하지 못한 산소(O)의 조성비를 유추할 수 있는지를 확인하여, 원소 분석 실험의 원리를 정확히 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다. 산소(O)의 조성비를 결정하기 위해서 제시된 연소 실험의 결과와 제시문에 주어진 아보가드로 법칙을 이용하여 산소 기체와 이산화 탄소 기체의 몰수비를 파악하고, 주어진 화학반응식의 계수를 결정하여 시료의 분자식을 결정하게 함으로써 아보가드로 법칙을 정확히 이해하고 응용할 수 있는지를 평가한다. 교과서에 소개된 원소 분석 실험과 아보가드로 법칙을 정확히 이해하고 하나의 실험에서 부족한 정보를 얻어내기 위하여 다른 실험을 계획할 수 있는 응용력을 평가하는 문제이다.

예시 답안 / 채점 기준

[수학 문제 1 (자연계열 Ⅰ) 예시 답안]

● ● 바구니에서 i번이 적힌 공을 꺼내고 주사위가 1~4의 눈이 나오면 상금은 $1000\times i$원이고, 주사위의 눈이 5 또는 6이면 2000원이므로, **특별 상금을 제외한 기대상금**(x)은 다음과같다.

$$x=\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{6}\left(\frac{4}{6}\times 1,000i+\frac{2}{6}\times 2,000\right)=\frac{4,000}{36}\sum_{i=1}^{6}(i+1)=\frac{4,000}{36}\left(\frac{56}{2}-1\right)=\frac{108,000}{36}(\text{원})$$

●● 특별 상금은 각각 1/36의 확률로 공의번호가 i ($1 \le i \le 4$)번의 경우 $1000 \times i$원이 추가되고, 공의번호가 5번 또는 6번일 경우 2,000원이 추가로 주어진다. 따라서 **특별 상금의 기댓값** (y)은 다음과 같다.

$$y = \left(\sum_{i=1}^{4} \frac{1000i}{36} \right) + \frac{4,000}{36} = \frac{14,000}{36} \text{(원)}$$

●● 따라서, **총 상금의 기댓값** (z)은,

$$z = x + y = \frac{108,000}{36} + \frac{14,000}{36} = \frac{122,000}{36} = \frac{30,500}{9} \text{(원)}$$

[수학 문제 1 (자연계열 I) 채점기준]

1. 다음과 같이 배점한다.

A. 확률 및 기댓값에 대한 개념적 이해가 있다고 판단된다: 5점

i. 36가지의 사건과 적절한 확률값(1/36)을 연관시킨다: 3점

ii. 관련 상금을 곱하는 시도를 한다: 2점

B. 특별상금을 제외한 기본 상금에 대한 기댓값을 정확히 계산: 10점

i. 주사위의 눈 1~4에 대하여 각각 1000원씩 곱하여 상금 계산: 3점

ii. 5 또는 6일 때는 2000원으로 상금 계산: 3점

iii.위의 상금들을 관련확률(1/36)과 곱하여 기댓값을 계산: 4점

C. 특별상금에 대한 기댓값을 정확히 계산: 5점

i.특별상금을 기본 상금의 2배로 계산: 2점

ii.적절한 확률(1/36)을 곱하여 계산: 3점

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 −0.5~+0.5점 사이의추가 점수 부여 가능함.

[수학 문제 2-1 (자연계열 I) 예시 답안]

●● $f(x) = (x+1)^3 Q(x) + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 라 하고 $g(x) = f'(x), h(x) = g'(x)$ 라 하자.

●● $x = -1$을 대입하여 $f(-1) = c,\ g(-1) = b,\ h(-1) = 2a$를 얻는다.

●● 한편,

$$f(x)=x^{10}+x^9+x^8+\cdots+x^2+x^1+1$$
$$g(x)=10x^9+9x^8+8x^7+\cdots+2x+1$$
$$h(x)=10\cdot 9x^8+9\cdot 8x^7+8\cdot 7x^6+\cdots+4\cdot 3x^2+3\cdot 2x+2$$

●● $c=f(-1)=(1-1)+(1-1)+(1-1)+(1-1)+(1-1)+1=1$

$b=g(-1)=(-10+9)+(-8+7)+(-6+5)+(-4+3)+(-2+1)=-5$

$2a=h(-1)=(10\cdot 9-9\cdot 8)+(8\cdot 7-7\cdot 6)+(6\cdot 5-5\cdot 4)+(4\cdot 3-3\cdot 2)+2$

$=18+14+10+6+2=50$

●● 따라서 $a=25,\ b=-5,\ c=1$이다.

[별해]

●● 다음의 조립제법을 이용하여 $a=25,\ b=-5,\ c=1$을 얻는다.

-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0
-1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		-1	1	-2	2	-3	3	-4	4	-5	
-1	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4	5	-5	
		-1	2	-4	6	-9	12	-16	20		
	1	-2	4	-6	9	-12	16	-20	25		

[수학 문제 2-1(자연계열 I) 채점기준]

1. c를 계산하면 +2점.
2. b를 계산하면 +3점
3. a를 계산하면 +5점

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 −0.5 ~ +0.5점 추가 점수 부여 가능함.

[수학 문제 2-2 (자연계열 I) 예시 답안]

●● $\dfrac{1}{x(x+1)} = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}$

●● $\dfrac{1}{x^2(x+1)^2} = \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}\right)^2 = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} - \dfrac{2}{x(x+1)} = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{2}{x+1}$

●● $\dfrac{10x+p}{x^2(x+1)^2} = (10x+p)\left(\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x}\right) + (10(x+1) + (p-10))\left(\dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{2}{x+1}\right)$

$= \dfrac{p}{x^2} + \dfrac{10-2p}{x} + \dfrac{p-10}{(x+1)^2} + \dfrac{2p-10}{x+1}$

●● 따라서 $\int \dfrac{10x+p}{x^2(x+1)^2}dx$가 x에 대한 유리식으로 주어지려면 $10-2p = 2p-10 = 0$이어야 한다. 즉, $p = 5$이다.

[수학 문제 2-2 (자연계열 I)채점기준]

1. $\dfrac{1}{x(x+1)} = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}$를 계산하면 +2점.
2. $\dfrac{1}{x^2(x+1)^2} = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{2}{x+1}$를 계산하면 +3점.
3. $\dfrac{10x+p}{x^2(x+1)^2} = \dfrac{p}{x^2} + \dfrac{10-2p}{x} + \dfrac{p-10}{(x+1)^2} + \dfrac{2p-10}{x+1}$를 계산하면 +3점.
4. $p = 5$를 계산하면 +2점.

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 −0.5 ~ +0.5점 추가 점수 부여 가능함.

[수학 문제 3-1 예시 답안]

• • $\tan\phi = \frac{y'}{x'} = \frac{b\sin\theta}{a\cos\theta} = \frac{b}{a}\tan\theta$ ❶

• • $\tan\theta = \frac{a}{b}\tan\phi$

• • $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

• • $\cos\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \pm\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2\tan^2\phi}}$ ❷

• • $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

• • $\sin\theta = \pm\sqrt{\frac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}} = \pm\frac{\frac{a}{b}\tan\phi}{\sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2\tan^2\phi}}$ ❸

• • $0 \le \theta < \pi/2$일 때, $\mathrm{P}' = (a\cos\theta, b\sin\theta) = \left(\frac{a}{\sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2\tan^2\phi}}, \frac{a\tan\phi}{\sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2\tan^2\phi}}\right)$ ❹

[별해]

●● $0 \le x < \pi/2$에대해 $y = \tan x$의 역함수 $x = g(y)$ 또는 $x = \tan^{-1} y$ 를 정의하자.

●● 식 ❶로부터,

$$\theta = g\left(\frac{a}{b}\tan\phi\right) \text{ 또는 } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\tan\phi\right) \text{ ❺}$$

●● $$\mathrm{P}' = (a\cos\theta, b\sin\theta) = \left(a\cos\left(g\left(\frac{a}{b}\tan\phi\right)\right),\ b\sin\left(g\left(\frac{a}{b}\tan\phi\right)\right)\right)$$

$$= \left(a\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\tan\phi\right)\right),\ b\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\tan\phi\right)\right)\right) \text{ ❻}$$

[수학 문제 3-1 채점기준]

1. 식 ❶을 제시하면+2점.
2. 식 ❷를 제시하면 +3점.
3. 식 ❸을 제시하면 +3점.
4. 식 ❹를 제시하면 +2점.

※각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 1~3점 부여 가능.

[수학 문제 3-1 별해 채점기준]

1. 식 ❶을 제시하면+2점.
2. 식 ❺를 제시하면 +4점.
3. 식 ❻을 제시하면 +4점.

※각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 1~3점 부여 가능.

[수학 문제 3-2 (자연계열1) 예시 답안]

●● $\phi = \pi/4$일 때, 원에서의 각도 θ를 구하면 다음과 같다.

$$\tan\phi = \frac{b\sin\theta}{a\cos\theta} = \frac{b}{a}\tan\theta,\ \tan(\pi/4) = \frac{1}{\sqrt{3}}\tan\theta \quad \theta = \pi/3 \text{ ❶}$$

●● 반지름이 a인 원에서, 중심각이 θ인 부채꼴의 넓이는 다음과 같다.

$$S = a^2\pi\frac{\theta}{2\pi}$$ ❷

●● 이 부채꼴을 타원의 평면 위로 정사영하면, 정사영된 부채꼴의 넓이는 제시문에 근거하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S' = S\cos\alpha = S\frac{b}{a} = a^2\pi\frac{\theta}{2\pi}\frac{b}{a} = \frac{ab}{2}\theta$$ ❸

●● $a=\sqrt{3},\ b=1,\ \theta=\pi/3$을 입력하면 다음과 같다.

$$S' = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$$ ❹

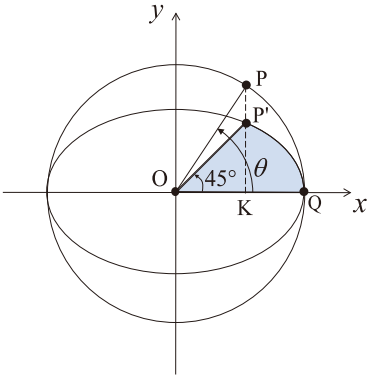
[별해]

●● 아래그림에서 P'는 직선의 식 $(y=x)$과 타원의 식 $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\right)$의 교점이다.

$$\mathbf{P}' = (x', y') = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$ ❺

●● 삼각형 KOP'의 넓이는 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{8}$$



●● 부채꼴 QKP'의 넓이는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\int_{\sqrt{3}/2}^{\sqrt{3}}\sqrt{1-\frac{1}{3}x^2}\,dx$$ ❻

●● 식 ❻에서 $x/\sqrt{3}=\cos t$로 치환하면 다음과 같이 적분식을 정리할 수 있다.

$$\int_{\pi/3}^{0} -\sqrt{3}\sin^2 t\,dt = \frac{\sqrt{3}}{2}\int_{0}^{\pi/3} 1-\cos 2t\,dt = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{1}{2}\sin 2t\Big|_{0}^{\pi/3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{6}\pi - \frac{3}{8}$$ ❼

●● 부채꼴 $\mathrm{QOP'}$ 의 넓이는 $\mathrm{KOP'}$ 의 넓이와 $\mathrm{QKP'}$ 의 넓이를 더한 것과 같다.

$$\frac{3}{8}+\frac{\sqrt{3}}{6}\pi-\frac{3}{8}=\frac{\sqrt{3}}{6}\pi$$ ❽

[수학 문제 3-2 (자연계열1) 채점기준]

1. 식 ❶를 제시하면 +5점
2. 식 ❷를 제시하면 +5점
3. 식 ❸을 제시하면 +5점
4. 식 ❷를 제시하면 +5점

※각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 1~3점 부여 가능.

[수학 문제 3-2 (자연계열1) 별해 채점기준]

1. 식 ❺를 제시하면 +5점
2. 식 ❻을 제시하면 +5점
3. 식 ❼을 제시하면 +5점
4. 식 ❽을 제시하면 +5점

※각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 1~3점 부여 가능.

[생명과학 문제 4-1 예시 답안]

●● 제시문 (나)에 근거하여 신경세포의 활동 전위는 Na^+이온 통로의 활성에 의하여 일어나는데, 약물A를 처리한 신경세포는 활동 전위가 거의 생성되지 않았으므로 약물 A는 Na^+이온 통로 활성 저해제로서 작용한다.

●● 약물 B를 처리한 세포는 휴지전위가 대조군에 비하여 올라가 있고 활동전위가 원상태로 돌아가는데도 시간이 더 오래 걸리는 양상을 가지고 있다. 제시문 (가)에 의하면 휴지 전위 생성과 활동전위의 재분극은 K^+의 투과성에 의하여 결정되므로 약물B는 K^+이온 통로 활성저해제라는 것을 알 수 있다.

[생명과학 문제 4-1 채점 기준]

1. 활동 전위와 Na^+ 또는 이온 통로와의 상관 관계에 대한 표현이 있으면 **+2점**
2. 약물 A가 Na^+ 이온 통로 활성 저해제라는 표현이 있으면 **+3점**
3. 휴지전위 및 재분극과 K^+ 또는 K^+이온 통로와의 관계에 대한 표현이 있으면 **+2점**
4. 약물 B가 K^+이온통로 활성 저해제라는 표현이 있으면 **+3점**

※각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 1~3점 부여 가능.

[생명과학 문제 4-2 예시 답안]

- a 유전자돌연변이에서는 운동신경의 활동전위와 근 수축이일어나지 않았지만, 아세틸콜린에 대한 근 수축 반응은 정상적으로 일어났으므로 a 유전자는 신경세포에서 활동 전위 생성에 관여하는 단백질(예를 들면 Na^+이온통로)이다.

- b 유전자 돌연변이는 활동 전위는 생성되나 근 수축은 일어나지 않았으므로 이렇게 될 수 있는 가능성을 제시문 (다)와 (라)에서 유추하면 1) 축삭 돌기 말단에서 Ca^{2+}의 유입 이상에 의한 아세틸콜린 분비가 안되거나 2) 축삭 돌기 말단에서 아세틸콜린의 분비 이상, 또는 3) 근육 섬유막에서 아세틸콜린 수용체가 이상해서 활동전위가 안 생길 수 있을 가능성이 있다. 그런데 〈표 1〉에서 b, c 유전자 이중 돌연변이는 활동 전위는 생겼으나 자체적인 근 수축은 일어나지 않은 반면, 〈표 2〉에서 아세틸콜린을 첨가하면 근 수축은 정상적으로 일어났으므로 신경세포에서 아세틸콜린 분비가 잘 안 되는 돌연변이이고, 제시문(다)에 근거하여 유전자 b는 Ca^{2+}유입에 관여하는 이온 통로 이거나 아세틸콜린 분비에 관여하는 유전자이다.

- 마지막으로 c 유전자 돌연변이는 활동 전위 생성에는 문제가 없으나 근 수축이 일어나지 않고, 아세틸콜린을 첨가해도 근 수축이 일어나지 않으므로 제시문 (라)에 근거하여 근육 세포에서 아세틸콜린 수용체의 이상으로 근 수축이 일어나지 않는 것으로 유추할 수 있다. 그러므로 유전자 c 는 근 세포막의 아세틸콜린 수용체이다.

[생명과학 문제 4-2 채점 기준]

1. 표 1과 2를 분석해서 a 유전자에 대한 유추와 답이 제시문에 근거해서 논리적이면 **+5점**
2. a 유전자에 대한 설명은 맞았으나 작용 단백질에 대한 **언급이 없으면 +2~3점**
3. 결과 1과 2를 분석해서 b 유전자에 대한 유추를 논리적 설명했으며 답이 제시문에 근거해서 논리적이면 **+10점**(Ca^{2+}유입 또는 아세틸콜린 분비 둘 중 하나만 썼으면 **+5점**)
4. b 유전자에 설명은 맞았으나 작용 단백질에 대한 **언급이 없으면 +3~5점**
5. 표 1과 2를 분석해서 c 유전자에 대한 유추를 논리적으로 했으며 답이 맞았을 경우 **+5점**
6. 유전자 c에 대한 설명은 맞았으나 작용 단백질에 대한 **언급이 없으면 +3점**
7. 각 유전자의 작용 단백질이 제시문에 근거하지 않고 직관적으로 썼으면 **-2점**

※각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 1~3점 부여 가능.

[물리 문제 4-1 예시 답안]

● ● 물체의 부피를 V라고 할 때, 부력은 $+z$방향이며, 크기는 $\rho_1 V g$이다.

● ● 물체에 가해지는 알짜힘은 부력과 중력의 합으로 $\rho_1 V g - \rho_0 V g = -(\rho_0 - \rho_1) V g$이다.

● ● 물체의 가속도는 알짜힘을 물체의 질량으로 나눈 값이므로 다음과 같다.

$$a = -\left(\frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0}\right) g = -\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_0}\right) g$$

● ● 물체의초기속도가 0이고, 변위가 $-h$이므로 낙하에 소요되는 시간은 다음과 같다.

$$-h = \frac{1}{2} a t^2 , \quad t = \sqrt{\frac{-2h}{a}} = \sqrt{\frac{2h\rho_0}{(\rho_0 - \rho_1) g}}$$

[물리 문제 4-1 채점 기준]

1. 부력을 바르게 구하면+2점.

2. 물체에 가해지는 전체 힘(알짜 힘)을 바르게 구하면+3점.

3. 알짜 힘을물체의 질량으로 나누어 가속도를 바르게 구하면+2점.

4. 낙하에 소요되는 시간을 바르게 구하면 +3점. (문제에 주어지지 않은 물체의 질량이나 부피 등으로 표현했으면 +1점만 부여).

※ 힘의 방향에 따라 알짜 힘, 가속도 등의 + / – 부호가 혼동되어 잘못 표기되었더라도, 크기가 맞으면 그 부분에 해당하는 점수를 모두 부여함.

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

※ 2점 이하의 답안에서 내용에 중력이나 부력에 대한 언급이 있으면 최소 +2점 부여.

[물리 문제 4-2 예시 답안]

● ● 물체에 가해지는 힘의 합(알짜힘)은 부력과 중력의 합이다.

● ● 물체의 변위 z가 $-d < z < 0$인 경우, 물체가 잠겨 있는 부분이 z에 따라 나누어 지며, 부력 $F_{부력}$은 물체의 부피를 V라고 하면 다음과 같다.

$$F_{부력} = \rho_1 \frac{V}{d}(d + z) g - \rho_2 \frac{V}{d} z g = \rho_1 V g + (\rho_1 - \rho_2) \frac{V}{d} z g$$

● ● 물체에 가해지는 합력(알짜힘)은 부력과 중력을 합하여 다음과 같다.

$$F = F_{부력} + F_{중력} = \rho_1 V g + (\rho_1 - \rho_2)\frac{V}{d} z g - \rho_0 V g = -(\rho_2 - \rho_1)\frac{V}{d} g\left(z + \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} d \right)$$

● ● 이 힘은 $\frac{(\rho_2 - \rho_1) V g}{d} \equiv k$라고 할 때, 제시문(나)에 주어진 스프링에 작용하는 $F = -kx$ 형태의 힘이며, 변위에 반대 방향으로 복원력이 작용하는 운동으로 주기 운동임을 알 수 있다. 진동의 중심은 $z = -\frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} d$이며, 진폭은 $\frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} d$이다.

● ● 물체가 많이 낙하하여 변위 z가 $-d > z$인 경우, 물체의 모든 부분이 밀도가 ρ_2인 영역에 있으므로, 부력 $F_{부력}$은 물체의 부피를 V라고 하면 다음과 같다.

$$F_{부력} = \rho_2 V g$$

● ● 이 경우 물체에 가해지는 합력(알짜힘)은 부력과 중력을 합하여 다음과 같이 (+)로 일정함을 알 수 있다.

$$F = F_{부력} + F_{중력} = (\rho_2 - \rho_0) V g$$

● ● 그런데, $-d < z < 0$ 구간에서 진폭의 두 배를 계산하면, $\frac{2\rho_0 - 2\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} d$이며, 문제의 조건에서 $2\rho_0 < \rho_2 + \rho_1$이기 때문에, $\frac{2\rho_0 - 2\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} d < \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} d = d$이다. 진폭의 두 배는 진동 운동에서 물체의 최대 변위에 이므로, 이 물체의 운동은 $-d < z < 0$영역에만 한정되며, 용수철의 운동과 동일한 진동 운동임을 알 수 있다.

● ● 제시문에서 진동 운동의 주기 $T = 2\pi\sqrt{m/k}$이므로, 대입하면 주기를 구할 수 있다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_0 V d}{(\rho_2 - \rho_1) V g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_0 d}{(\rho_2 - \rho_1) g}}$$

[물리 문제 4-2 채점 기준]

1. 물체에 가해지는 합력(알짜힘)이 부력과 중력의 합이라고 표현하면 +2점.
2. $-d < z < 0$ 영역에서 변위에 따른 부력의식을 바르게 구하면 +3점.
3. $-d < z < 0$ 영역에서 부력과 중력을 합하여 물체에 가해지는 알짜힘을 바르게 구하면 +2점.
4. $-d < z < 0$ 영역에서 계산된 힘이 스프링에 작용하는 복원력과 동일한 형태임을 언급하면 +3점.
5. 운동이 $-d < z < 0$ 영역에만 국한됨을 지적하면 +5점 (**감점 계산** 확인 바람).

6. k와 질량을 대입하여 주기를 바르게 구하면 +5점.

※ 변위의 + / − 부호가 혼동되었더라도, 크기가 맞으면 그 부분의 점수를 모두 부여함.

※ 계산실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

※ 수식 계산이 없는 정성적인 답안의 경우 아래 기준을 참고함.

1. 힘이 위치에 따라 + / − 로 변하기 때문에 왕복 주기운동이라는 언급이 있으면 +3점.
2. 문제에주어진밀도의식을해석해서 $\rho_1 < \rho_0 < \rho_2$라고설명했으면 +2점.

※ 감점 계산에 의한 채점 기준

1. 운동이 $-d < z < 0$ 영역에만 국한됨을 수식 전개를 통해 정확히 설명했을 경우 감점 없음.
2. 운동이 $-d < z < 0$ 영역에만 국한됨을 설명하지 않았으면 −2점, 이 경우 $-d > z$부분에서의 부력과 알짜힘의 식이 없으면 각각 −2점, −1점. 따라서 이 부분을 모두 빼먹으면 총 −5점의 감점 요인.

[화학 문제 4-1 예시 답안]

[문제 4-1 분자량에 대한 답안 1]

- 제시문 (나)에서 결합각의 최댓값이 180°이면 삼중결합을 하나는 포함하고 있다는 것을 알 수 있다..
- 제시문 (가)에서 삼중결합을 하나 가지고 있는 탄화수소의 분자식은 C_nH_{2n-2}임을 유추할 수 있고, 이러한 탄화수소, 알카일 중에서 실험식 C_3H_5를 가지는 탄화수소를 찾기 위하여 다음과 같은 간단한 방정식을 만들 수 있다.
- 알카인의 일반식에서 얻을 수 있는 탄소와 수소의 개수비는

$$\text{C의 개수: H의 개수} = n : 2n\text{-}2$$

- 실험식에서 얻을 수 있는 탄소와 수소 개수의 비는 C의 개수: H의 개수 $= 3 : 5$.
- 그러므로 $n : 2n\text{-}2 = 3 : 5$, 이 비례식을 풀면 $5n = 6n\text{-}6$이고 $n = 6$으로 결정된다.
- $n = 6$이므로 분자식은 C_6H_{10}이고 이 탄화수소의 분자량은 제시문 (다)에 주어진 탄소와 수소의 원자량을 이용하면 $12\times6 + 10\times1 = 82$ g/mol이다.
- C_6H_{10}이 삼중결합을 가지는 경우 7개의 구조 이성질 체가 존재할 수 있다. 이 7개의 구조 이성질체의 구조식은 아래와 같다.

[문제 4-1 분자량에 대한 답안 2]

- 제시문 (나)에서 결합각의 최댓값이 180°이면 삼중결합을 하나는 포함하고 있다는 것을 알 수 있다.
- 주어진 실험식에 의하여 가능한 분자식은 $C_3H_5, C_6H_{10}, C_9H_{15}, C_{12}H_{20}, \cdots\cdots$ 등이 있다.

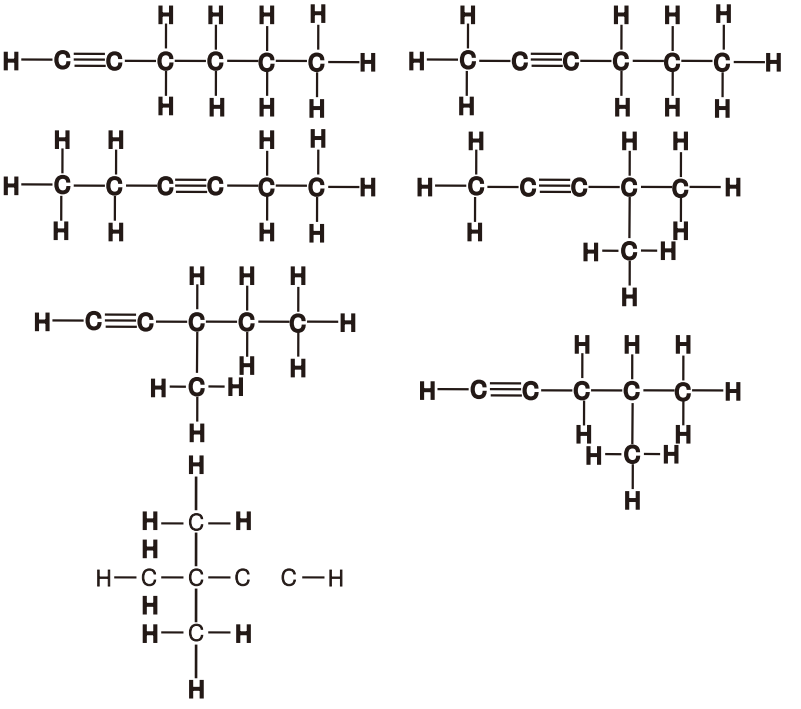
● ● 이 중에 삼중 결합을 하나만 가지는 분자는 제시문 (가)에 근거하여 C_6H_{10}로 결정된다.

● ● 분자식은 C_6H_{10}이고, 분자량은 제시문 (다)에 주어진 정보를 이용하면 다음과 같다

$$12 \times 6 + 10 = 82 \text{ g/mol}$$

[문제 4-1 구조식에 대한 답안]

● ● C_6H_{10}이 삼중결합을 가지는 경우 7개의 구조 이성질체가 존재할 수 있다. 그 구조식은 다음과 같다.



[화학 문제 4-1 채점 기준]

1. C_6H_{10}의 분자량 82g/mol 혹은 82를 정확히 제시하면 +5점.
2. C_6H_{10}의 분자식을 정확히 표현하였으나 분자량 계산에 실수가 있었으면 +4점.
3. C_6H_{10}의 분자식을 정확히 표현하였으나 분자량을 계산하지 않으면 +3점
4. C_6H_{10}의 분자식을 정확히 제시하지는 못했지만, 탄화수소에 삼중 결합이 존재한다 혹은 분자식을 일반 식 C_nH_{2n-2}로 표시하여 알카일이라는 것을 예측하면 +2점.
5. 위의 제시된 구조식 중에서 하나를 정확히 제시하면 +5점.
6. 정답과 다른 분자의 구조식을 그렸으나 구조식의 형식을 갖추었으면 +2점.

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함.

[화학 문제 4-2 예시 답안]

[탄소와 수소의 몰수 비 결정]

- 제시문 (다)에 근거하여 생성된 이산화탄소는 모두 수산화나트륨에 의해서 흡수되므로 생성된 이산화탄소의 양은 132mg. 생성된 물은 모두 염화칼슘에 의해서 흡수되므로 생성된 물의 양은 54mg이다.
- 미지의 시료에 포함된 탄소와 수소의 질량은 다음과 같다

  탄소의 질량=생성된 이산화탄소의 질량 $\times \frac{\text{C의원자량}}{\text{CO}_2\text{의분자량}} = 132 \times \frac{12}{44} = 36\ \text{mg}$

  수소의 질량 = 생성된 물의 질량 $\times \frac{2\times\text{H의원자량}}{\text{H}_2\text{O의분자량}} = 54 \times \frac{2\times1}{18} = 6\ \text{mg}$

- 따라서 미지의 시료를 구성하는 성분 원소 중 탄소와 수소의 몰수비는 $\text{C} : \text{H} = \frac{36}{12} : \frac{6}{1} = 1:2$

[이산화 탄소와 산소 기체의 몰수 비 결정 예시 답안 일반해]

- 제시문 (라)에 근거하여 미지의 시료의 실험식은 CH_2O_x로 나타낼 수 있다.
- $CH_2O_x\ (l) + b\ O_2(g) \rightarrow c\ H_2O(l) + d\ CO_2(g)$로 화학 반응식을 쓸 수 있다.
- 탄소: 수소의비가 1:2로 정해져 있으므로 위의 화학 반응식을 다음과 같다.
- $CH_2O_x\ (l) + b\ O_2(g) \rightarrow H_2O(l) + CO_2(g)$
- 위의 화학반응식의 산소 기체 $O_2(g)$의 계수를 맞추면 다음과 같다.
- $CH_2O_x\ (l) + (3\text{-}x)/2\,O_2(g) \rightarrow H_2O(l) + CO_2(g)$
- 초기에 산소 기체가 400ml가 있었고 yml의 산소 기체가 반응하면 2y/(3-x)ml의 이산화탄소 기체가 생성된다. 남아있는 기체의 부피를 이용하면 $400 - y + 2y/(3\text{-}x) = 300 \rightarrow (x\text{-}1)y = 100(x\text{-}3) \rightarrow x=(300\text{-}y)/(100\text{-}y)$
  즉, 실험식은 CH_2O_xx=(300-y)/(100-y)이다.

[이산화탄소와 산소 기체의 몰수 비 결정 예시 답안 1, 부분 점수 부가]

- 제시문(라)에 근거하여 미지의 시료의 실험식은 CH_2O_x로 나타낼 수 있고 분자식은 임의의 정수을 이용하여 $(CH_2O_x)_n$과 같이 나타낼 수 있다.
- 문제에 주어진 실험식을 이용하면 $(CH_2O_x)_n(l)+b\,O_2(g) \rightarrow c\,H_2O(l)+d\,CO_2(g)$이고 주어진 화학 반응식에서 나타나는 부피 변화는 모두 기체 상태의 물질, 즉 산소와 이산화탄소에 의해서 결정된다.
- 제시문 (다)에 근거하면 주어진 실험 결과로부터 소모된 산소와 생성된 이산화탄소의 몰수비가 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\text{산소의 몰수: 이산화탄소의 몰수} = 400:300 = 4:3$$

- 이 결과로부터 위의 화학반응식의 계수 b와 d의 관계는 $b:d = 4:3$이다.

[실험식의 결정 예시 답안 1]

- 시료 X의 탄소와 수소의 성분비가 1 : 2로 정해져 있으므로 위의 반응식의 균형을 맞추기 위해서는 다음의 연립방정식이 성립된다.
- 탄소의 개수에서 $d = n$, 수소의 개수에서 $nx + 2b = c + 2d$.
- 산소 기체와 이산화탄소 기체의 몰수 비에서 $b : d = 4 : 3$이므로 $b = \frac{4}{3}d$.
- 산소의 개수를 맞추기 위해서는 $nx + \frac{8}{3}n = n + 2n$, $x = \frac{1}{3}$
- 그러므로 실험식은 $CH_2O_{\frac{1}{3}}$ 제시문 (가)에 근거하여 가장 간단한 정수 비로 표현하면 C_3H_6O.

[이산화 탄소와 산소 기체의 몰수 비 결정 예시 답안 2]

- 원소 분석 실험을 통하여 얻어낸 탄소 : 수소 = 1 : 2를 이용하여 분자식을 쓰면 다음과 같다. $C_nH_{2n}O_x$
- 이를 이용하여 화학반응식을 작성하면

  $C_nH_{2n}O_x\,(l)+b\,O2(g) \rightarrow CH_2O(l) + d\,CO_2(g)$

  위의 반응식에서 c와 d는 탄소의 개수와 수소의 개수를 맞추어서 다음과 같이 쓸 수 있다.

  $C_nH_{2n}O_x(l)+bO_2(g) \rightarrow nH_2O(l) + n\,CO_2(g)$
- 위의 반응식의 균형을 맞추려면

  $C_nH_{2n}O_x\,(l)+(3n\text{-}x)/2\;O_2(g) \rightarrow nH_2O(l) + nCO_2(g)$

  제시문 (다)에 근거하면 주어진 실험 결과로부터 소모된 산소와 생성된 이산화탄소의 몰수 비가 산소의 몰수 : 이산화탄소의 몰수 = 400 : 300 = 4 : 3 이므로 (3n-x)/2 : n = 4:3, x=n/3
- $C_nH_{2n}O_{n/3}$을 만족시키는 가장 간단한 정수 비는 3:6:1 그러므로 실험식은 C_3H_6O.

[화학 문제 4-2 채점 기준]

1. 탄소와 수소의 몰 비를 1 : 2로 정확히 제시하면 +5점.
2. 탄소와 수소의 몰 비는 틀렸으나 탄소의 질량은 이산화탄소에서 수소의 질량은 물에서 얻어낼 수 있다는 것을 명시하면 +2점.
3. 실험의 부피 비에서 산소 기체: 이산화탄소 기체의 몰 비가 4 : 3인 것을 예측하면 +5점.
4. 산소 기체: 이산화탄소 기체의 몰 비를 정확히 계산하지 못했지만 아보가드로 법칙을 이용하여 기체의 부피에서 몰수 비를 구하려 하였으면 +3점
5. 산소 기체: 이산화탄소 기체의 몰 비를 제시하지 못했지만 원소 분석 실험에서 산소의 조성비를 구할 수 없다는 것을 명시하면 +2점
6. 실험식을 정확히 구했으면 +10점.
7. 산소 기체가 모두 소모되는가정을 하고 구했으면 –2점.
8. 실험식은 틀렸으나 산소의 개수를 맞추기 위해서 $\mathrm{n}x + \frac{8}{3}\mathrm{n} = \mathrm{n} + 2\mathrm{n}$, 와 같은 식을 제시하면 +7점
9. 실험식은 틀렸으나 탄소와 수소의 성분비가 일정하므로 생성된 물과 이산화탄소의 몰수비가 같다. 즉 화학 반응식에서 c와 d가 같다는 것을 명시하면 +5점.
   $(\mathrm{CH_2O_x})_\mathrm{n}\,(l) + b\,\mathrm{O_2(g)} \rightarrow c\,\mathrm{H_2O}(l) + d\,\mathrm{CO_2}(g)$
10. 실험식은 틀렸으나"탄소의 개수에서 $d = \mathrm{n}$, 수소의 개수에서 $\mathrm{n} = c$, 산소의 개수에서 $\mathrm{n}x + 2b = c + 2d$"와 같이 화학 반응식에서 계수 사이의 관계를 명시하면 +3점
11. 실험식은 맞으나 특별한 설명 없이 $\mathrm{C_3H_6O_x}$를 가정하고 문제를 해결하는 경우는 –5점.

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 –0.5 ~ +0.5점 추가 점수 부여 가능함.

2015학년도 중앙대학교 논술 문제

자연계열 Ⅱ



CAU

[수학]

[문제 1] 50 m전방에 한 변의 길이가 8 m인 정사각형의 과녁이 있고, 정사각형의 중심을 기준으로 각각 반지름이 1m, 2m, 3m인 원판 A, B, C가 있다. 한 개의 화살을 쏘아 원판 A에 맞힐 경우 10만 원의 상금을, 원판 A를 제외한 원판 B에 맞힐 경우 5만 원의 상금을, 원판 B를 제외한 원판 C에 맞힐 경우 3만 원의 상금을 받는다고 하자. 원판 C를 제외한 과녁에 맞힐 경우에는 상금이 없다. 이 게임의 참가비가 x만 원일 때, 상금에서 참가비를 뺀 이익의 기댓값이 0이상이기 위한 x의 최댓값을 구하시오. 단, 화살은 언제나 과녁 안에 맞으며, 과녁 안의 모든 부분에 같은 확률로 맞는다. [20점]

[문제 2] 다음 제시문 (가)–(다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가)

$x \to \infty$일 때, $\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$은 일정한 값에 수렴함이 알려져 있으며, 그 극한값을 e로 나타낸다. 즉, $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$이다.

(나)

수렴하는 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$과 연속함수 $f(x)$에 대하여 다음의 등식이 성립한다.

$$\lim_{n\to\infty} a_n b_n = \lim_{n\to\infty} a_n \cdot \lim_{n\to\infty} b_n$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n\to\infty} a_n}{\lim_{n\to\infty} b_n} \quad (\text{단, } b_n \neq 0, \lim_{n\to\infty} b_n \neq 0)$$

$$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f\left(\lim_{n\to\infty} a_n\right)$$

(다)

좌표평면 위의 한 점 (x_0, y_0)과 직선 $ax+by+c=0$사이의 거리 d는 다음과 같다.

$$d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

[문제 2–1] 다음 수열의 n번째 항을 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+100a_n}{n+a_n}\right)^n$을 구하시오. [10점]

$$0.1,\ 0.101,\ 0.10101,\ 0.1010101,\ \cdots\cdots$$

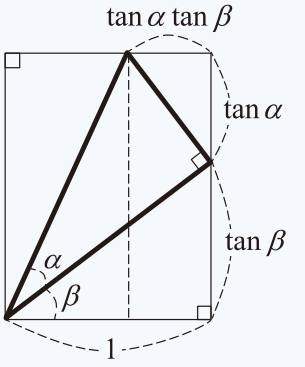
[문제 2–2] [문제 2–1]에서 정의된 수열 $\{a_n\}$의 첫째 항부터 n번째 항까지의 합을 S_n이라 하자. 점 $(S_n, S_n^2-6S_n+11)$과 직선 $x-y-10=0$ 사이의 거리가 최소가 되는 자연수 n을 구하시오. [10점]

[문제 3] 다음 제시문 (가), (나)를 읽고 문제에 답하시오.

(가)

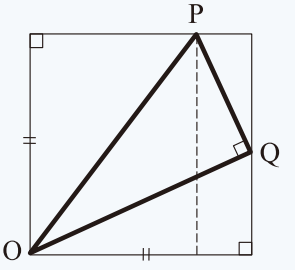
직각삼각형과 한 꼭짓점을 공유하는 직사각형을 이용하여 탄젠트함수의 덧셈정리를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$



(나)

직각삼각형을 포함하는 최소 정사각형은 다음 그림과 같다. 즉, 직각삼각형의 최소각에 있는 꼭짓점 O와 정사각형의 한 꼭짓점을 일치시켰을 때, 직각삼각형의 다른 두 꼭짓점 P와 Q는 정사각형의 두 변 위에 있어야 한다.



[문제 3-1] 제시문 (나)의 그림에서 직각삼각형 OPQ의 세 변의 길이가 3, 4, 5라고 하자. 이 직각삼각형을 포함하는 최소 정사각형의 한 변의 길이를 위 제시문에 근거하여 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 제시문 (가)에 근거하여 다음 그림에서 A와 B의 길이를 구하시오. [20점]

