2014학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 14:00 ~ 17:00]

모집단위	학부·과	수험번호		성 명	

【 수험생 유의사항 】

1. 답안작성 시 제목은 달지 말 것.
2. 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
3. 답안지 작성 시 필기구는 반드시 흑색펜을 사용할 것. (청색/적색펜 및 연필은 사용 불가)
4. 문제지와 답안지의 문제번호가 일치하는지 반드시 확인할 것.(불일치시 0점 처리)
5. 글자수의 제한은 없으나 각 문항별 답안 작성 구역을 벗어날 경우 0점 처리합니다.
6. 답안지 수정은 두줄로 긋고 새로 작성하여야 함.(수정테이프는 사용할 수 없음)

※ 풀이과정을 반드시 기술할 것, 기술의 형식과 내용은 평가의 주요한 요소임.

[문제 1]

매개변수 t로 나타내어진 두 함수 $x(t)$, $y(t)$가 다음 관계식을 만족시킬 때 아래 물음에 답하여라.

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\cos x}{y},\ \frac{dy}{dt} = -2x\cos x - \sin x \quad \left(\text{단, } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2},\ y > 0\right)$$

(a) $\dfrac{d(\ln y)}{dx}$를 x에 대한 식으로 나타내어라. (20점)

(b) $x = 0$일 때 $y = 3$이다. y를 x에 대한 식으로 나타내어라. (80점)

[문제 2]

좌표평면에서 x축 위의 점 $\mathrm{P}(t, 0)$과 y축 위의 점 $\mathrm{Q}(0, 1)$에 대하여, 두 점 $\mathrm{R}_i (i = 1, 2)$가 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{QR}_i} \cdot \overrightarrow{\mathrm{QP}} = 0$

(2) 점 R_i와 x축 사이의 거리가 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{QR}_i}$의 크기보다 1만큼 작다.

(a) 두 벡터의 내적 $\overrightarrow{\mathrm{PR}_1} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PR}_2}$ 의 값을 t에 대한 식으로 나타내어라. (30점)

(b) 두 점 R_1, R_2 중 x좌표의 값이 작은 점을 R라 하고, R를 y축에 대하여 대칭이동시킨 점을 S라고 하자. 세 점 O(0,0), R, S를 지나는 원의 반지름의 길이를 t에 대한 식으로 나타낸 식을 $r(t)$라 하자. $r(t)$를 구하고 극한값 $\lim_{t\to\infty} r(t)$를 구하여라. (70점)

[문제 3]

각 자리의 숫자로 1, 2, 3, 4, 5 만이 사용된 2014자리 자연수 전체집합을 A라고 하자.

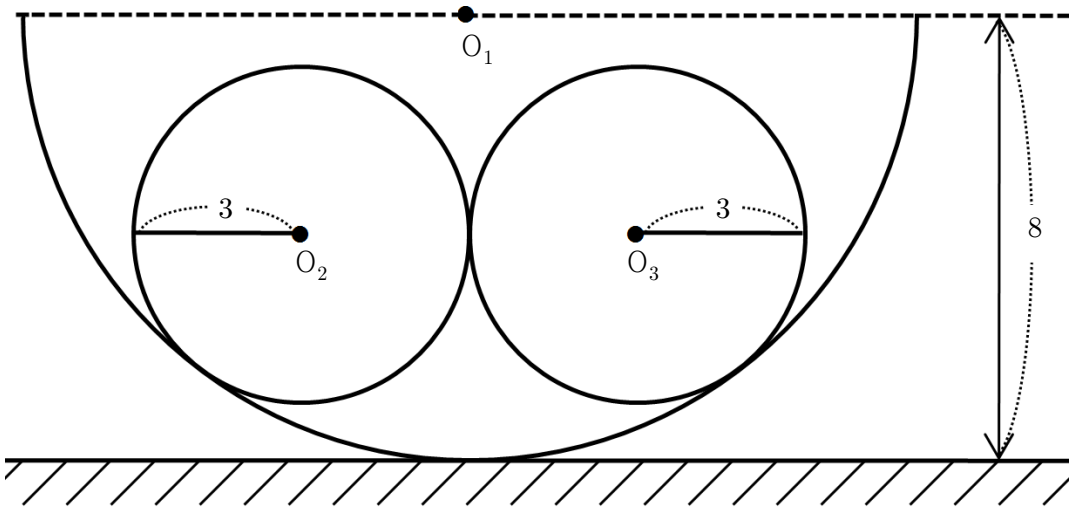
(a) 집합 A에 속하는 자연수 중에서 자리의 숫자에 쓰인 1의 개수가 홀수인 것의 개수를 m이라 할 때, $2m$의 일의 자리의 숫자를 구하여라. (50점)

(b) 집합 A에 속하는 자연수 중에서 자리의 숫자에 쓰인 1과 2의 개수가 각각 홀수인 것의 개수를 n이라 할 때, $4n$의 일의 자리의 숫자를 구하여라. (50점)

[문제 4]

(a) 원 $x^2+(y-r)^2=r^2$과 직선 $y=h$ $(0<h<2r)$로 둘러싸인 도형 중 아랫부분 도형을 y축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 구하여라. (30점)

(b) 반지름의 길이가 8cm인 반구 모양의 용기에 반지름의 길이가 3cm인 쇠공 2개가 접하면서 놓여있다. O_1을 용기 반구의 중심, O_2와 O_3를 두 쇠공의 중심이라 하자. 세 중심을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 용기 단면의 모양은 다음과 같다.



이 용기에 초당 $21\pi\text{cm}^3$의 일정한 비율로 물을 넣기 시작하여 채워진 물이 $105\pi\text{cm}^3$가 되는 순간의 수면 높이와 그 때 수면 높이의 속력을 구하여라. (70점)

(단, 용기의 윗면과 $\overline{O_2O_3}$는 바닥면과 평행하며, 물을 채울 때 쇠공은 움직이지 않는다.)

이 면은 여백입니다.