〈자연계열〉 문제지

모집단위											
성 명											
수험번호	2	5	1	0	8						

2025학년도
수시모집 모의논술고사

□ 문제수 및 고사 시간

문제수	고사 시간	배점 비율
3	100분	[문제 1]은 총 점수의 34%, [문제 2], [문제 3]은 각각 33%

□ 수험생 유의사항

- 답안지에 모집단위, 성명, 수험번호, 주민번호 앞자리를 정확히 기입
- 계산기와 통신기기 등은 휴대할 수 없으며, 휴대 시 부정행위로 처리
- 답안지는 1매만 사용해야 하며, 2매 사용 시 무효(0점) 처리
- 반드시 **검은색 필기구(볼펜, 연필, 사인펜 등)**만 사용
- **수정테이프, 수정액** 사용 가능, **필기구로 두 줄을 그어 수정해도 무방함**
- 해당 답안란에 답안을 작성할 것, 답안 영역을 벗어난 내용에 대해서는 채점이 불가함
- **0점 처리 기준**
  - 답안지에 답 이외의 특정 표시나 자신의 신원을 드러내는 표기를 한 경우
  - **풀이과정이 없는** 경우

SEOULTECH
서울과학기술대학교
SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE &TECHNOLOGY

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 자연수 n에 대하여

$$a_n = \frac{1}{n}\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1+\frac{n}{n}\right)$$

이라고 할 때, 극한 $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값을 구하시오.

[1.2] 함수 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$, $x>0$가 증가하는 구간과 감소하는 구간을 구하시오. 그리고 이를 이용하여 $e<a<b$인 상수 a와 b에 대하여, $\frac{\ln a}{\ln b}$와 $\frac{a}{b}$의 대소 관계를 밝히시오.

[1.3] 공차가 각각 d_1과 d_2인 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n^2}{(b_{n+2}-b_n)S_n}=27$$

일때, $\frac{d_1}{d_2}$의 값을 구하시오. (단, $d_1>0$, $d_2>0$)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

다음과 같이 정의된 두 함수가 있다.

$$f(x)=\frac{5^x}{1+5^x}-\frac{1}{2},\quad g(x)=mx\ \ (\text{단, } m>0)$$

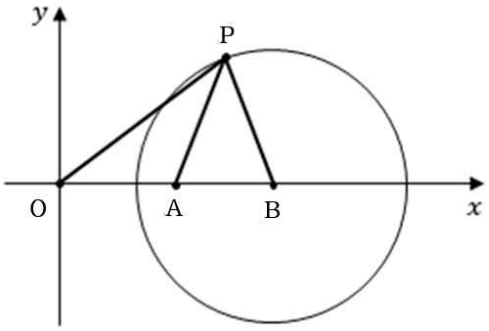
[2.1] 곡선 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대해서 대칭임을 보이시오.

[2.2] 곡선 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=g(x)$의 그래프가 세 점에서 만나기 위한 m의 범위를 구하시오.

[2.3] 곡선 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=g(x)$의 그래프가 세 점 (a, ma), (b, mb), (c, mc)에서 만나고, 직선 $x=a$, $y=-\frac{1}{2}$, $x=c$ 및 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이가 2일 때, 실수 m의 값을 구하시오. (단, $a<b<c$)

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림과 같이 중심이 점 $\mathrm{B}\left(\frac{4}{3}, 0\right)$이고 반지름의 길이가 1인 원 위에 있는 제1사분면의 한 점을 P라고 하자. $0 < t < \frac{4}{3}$에 대하여 x축 위의 한 점을 $\mathrm{A}\left(\frac{4}{3} - t, 0\right)$라 하고, $\theta = \angle \mathrm{ABP}$라고 하자. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



[3.1] $\overline{\mathrm{AP}}^2$과 $\overline{\mathrm{OP}}^2$을 t와 θ를 이용하여 나타내시오.

[3.2] 삼각형 PAB에 대하여 세 변의 길이의 제곱의 합을 l_1, $l_2 = \overline{\mathrm{OP}}^2 + \frac{7}{9}$이라고 할 때, 점 A에 대하여 $l_1 > l_2$가 되기 위한 $\cos\theta$의 범위를 구하시오.

[3.3] $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$중에서 문항 [3.2]의 조건을 만족하는 것을 모두 구하시오.