자연 (오후)

2016학년도 신입학 수시
논술/사회기여 및 배려대상자 전형

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

· 답안지와 문제지에 성명, 지원 학부·학과, 수험 번호를 정확히 기입하시오.
· 답안지에 정답 외에는 어떠한 표시도 하지 마시오.
· 90분 안에 답안을 작성하시오.
· 고사 종료 후 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
· 진행을 위한 감독자의 지시에 응하지 않을 시 퇴실 요구를 받을 수 있습니다.

유의 사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로만 작성하시오.
   (빨강색이나 파랑색 등 사용 금지)
2. 답안지 수정 시에는 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나, 가로로 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재작성 하시오.(수정테이프, 수정액 사용 불가)
3. 본 고사의 답안은 1매 이내에 작성을 해야 하며, 답안지 교체는 가능하나 기존 답안지 제출은 절대 불가합니다.
4. 답안지 교체로 인한 책임(시간 부족 등)은 요청한 수험생에게 있습니다.
5. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정색 펜으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내거나 답안과 관련 없는 표현이나 표기를 한 경우
   3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우
   4) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우

※감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

이 면은 여백입니다.

[문제 1] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수이다.

<나> 함수 $f:[a,b]\to[a,b]$가 연속이고 증가한다고 하자. $f(a)=a$이고 $f(b)=b$이면 함수 $f(x)$의 역함수 $g:[a,b]\to[a,b]$가 존재하고 연속이며 증가하는 함수이다.

<다> 함수 $y=f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x \qquad (\text{단, } \Delta x=\frac{b-a}{n},\ x_k=a+k\Delta x)$$

1-1. 함수 $f(x)=[px^2]+k[qx]$가 임의의 양의 정수 $x=n$에서 연속이 되도록 하는 상수 k값을 구하시오. (단, p, q는 양의 정수이다.) [10점]

1-2. 임의의 양의 정수 $x=n$에 대하여 함수 $f(x)=[px^2]-[qx]$가 미분가능함을 보이시오. [10점]

1-3. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_0^1[nx^2]dx$를 구하시오. (단, n은 양의 정수이다.) [10점]

1-4. 제시문 <나>의 함수 $f(x)$가 $[a,b]=[0,1]$에서 정의된다고 하자. $c=\int_0^1 f(x)dx$일 때,

$\lim_{n\to\infty}\int_0^1\left(\frac{[nf(x)]}{n}-c\right)dx$를 구하시오. (단, n은 양의 정수이다.) [10점]

[뒷면에 계속]

2 논술/사회기여 및 배려대상자 전형 자연(오후)

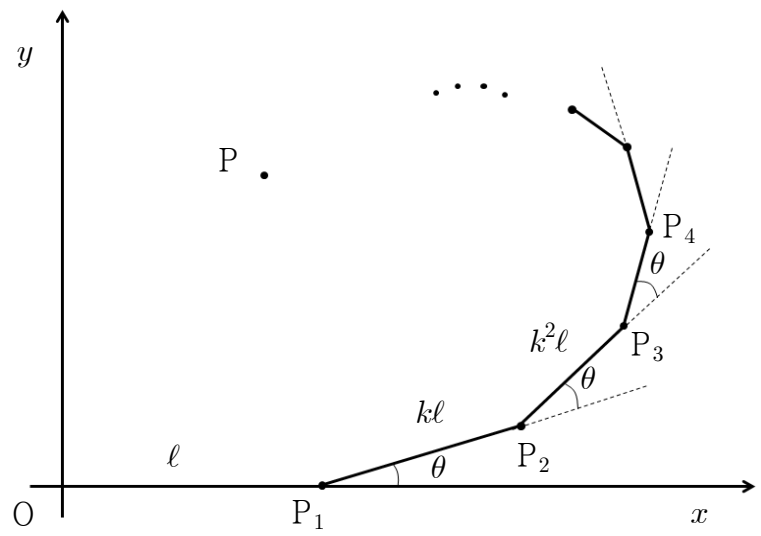
[문제 2] 다음 제시문 <가>~<라>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 좌표평면 위에 무한개의 점으로 이루어진 집합 $\{P_0, P_1, P_2, \cdots\}$이 있다. P_n의 좌표를 (x_n, y_n)이라 하고, P_0와 P_1의 좌표는 각각 $(0,0)$, $(\ell,0)$라 하자. (단, $\ell > 0$)

<나> 세 점 P_{n-1}, P_n, P_{n+1}에 대하여 벡터 $\overrightarrow{P_{n-1}P_n}$과 $\overrightarrow{P_nP_{n+1}}$ 사이의 관계식은 다음과 같이 주어진다고 하자. (단, $n \geq 1$)

$$\begin{pmatrix} x_{n+1}-x_n \\ y_{n+1}-y_n \end{pmatrix} = S\begin{pmatrix} x_n-x_{n-1} \\ y_n-y_{n-1} \end{pmatrix}$$

이때 $S = kR(\theta)$이며, k는 $0 < k < 1$이고, $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$는 회전변환이다.



<다> 회전변환은 임의의 두 각 θ_1, θ_2에 대해 다음을 만족한다.

$$R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_1+\theta_2)$$

<라> $0 < k < 1$에 대해 무한급수의 합이 다음과 같이 주어진다.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k^n \cos n\theta = \frac{1-k\cos\theta}{1+k^2-2k\cos\theta}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} k^n \sin n\theta = \frac{k\sin\theta}{1+k^2-2k\cos\theta}$$

2-1. 제시문 <가>~<다>로부터 점 P_n의 좌표 (x_n, y_n)을 구하고, 제시문 <라>를 이용해 $n \to \infty$일 때 P_n이 수렴하는 점 P의 좌표를 구하시오. **[20점]**

2-2. $k = \frac{1}{2}$, $\ell = 2$일 때, $\overrightarrow{OP} = \left(\frac{8-4\cos\theta}{5-4\cos\theta}, \frac{4\sin\theta}{5-4\cos\theta} \right)$이다. 이때 $|\overrightarrow{OP}|$의 범위를 구하시오. (단, $0 \leq \theta \leq 2\pi$) **[10점]**

[뒷면에 계속]

[문제 3] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 두 사건 A와 B의 확률이 다음의 조건 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$를 만족할 때 두 사건은 서로 독립이라 하고, 매회 일어나는 사건들이 서로 독립인 경우, 이러한 시행을 독립시행이라고 한다.

<나> 이산확률변수 X가 가질 수 있는 각각의 값 x_1, x_2, ... , x_n에 대하여 확률 $\mathrm{P}(X=x_i)=p_i$가 대응할 때 확률변수 X의 기댓값 혹은 평균은 $\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$이고, 같은 방법으로 X^2과 X^3의 기댓값 혹은 평균은 각각 $\mathrm{E}(X^2)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i$, $\mathrm{E}(X^3)=\sum_{i=1}^{n}x_i^3p_i$이다.

<다> 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\sum_{r=0}^{n}{}_nC_r=2^n$$

$$\sum_{r=1}^{n}r\,{}_nC_r=n2^{n-1}$$

$$\sum_{r=2}^{n}r(r-1)\,{}_nC_r=n(n-1)2^{n-2}$$

$$\sum_{r=3}^{n}r(r-1)(r-2)\,{}_nC_r=n(n-1)(n-2)2^{n-3}$$

3-1. 동전을 N회 던지는 독립시행에서 앞면의 횟수가 r이면 r^2-r^3의 점수를 얻는다. 이때 점수의 기댓값을 구하고, 기댓값이 최대가 되는 횟수 N을 구하시오. (단, N은 자연수이다.) **[15점]**

3-2. 동전의 앞면을 H라 하고 뒷면을 T라 하자. 영희는 동전을 한번 던져 H 또는 T의 결과를 기록한 후 영철에게 그 결과를 전달하고, 영철은 전달받은 결과를 $\frac{2}{3}$의 확률로 변경하여 보관한다. (예를 들어 H를 받았을 때, H로 보관할 확률이 $\frac{1}{3}$이고 T로 변경하여 보관할 확률이 $\frac{2}{3}$이다.) 철수가 확인한 영철의 기록이 H일 때 영희의 기록이 H일 확률을 구하고, 영희와 철수의 기록이 각각 H인 사건이 서로 독립인지 판별하시오. **[15점]**

[끝]

이 면은 여백입니다.