자연 (오전)

2016학년도 신입학 수시
논술/사회기여 및 배려대상자 전형

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

· 답안지와 문제지에 성명, 지원 학부·학과, 수험 번호를 정확히 기입하시오.
· 답안지에 정답 외에는 어떠한 표시도 하지 마시오.
· 90분 안에 답안을 작성하시오.
· 고사 종료 후 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
· 진행을 위한 감독자의 지시에 응하지 않을 시 퇴실 요구를 받을 수 있습니다.

유의 사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로만 작성하시오.
   (빨강색이나 파랑색 등 사용 금지)
2. 답안지 수정 시에는 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나, 가로로 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재작성 하시오.(수정테이프, 수정액 사용 불가)
3. 본 고사의 답안은 1매 이내에 작성을 해야 하며, 답안지 교체는 가능하나 기존 답안지 제출은 절대 불가합니다.
4. 답안지 교체로 인한 책임(시간 부족 등)은 요청한 수험생에게 있습니다.
5. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정색 펜으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내거나 답안과 관련 없는 표현이나 표기를 한 경우
   3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우
   4) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우

※감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

이 면은 여백입니다.

[문제 1] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 타원의 방정식

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

에 대하여 $a>b>0$일 때, 타원의 장축은 x축에 놓이며 $2a$이고 단축은 y축에 놓이며 $2b$이다. 이때 두 초점은 $(k,0)$, $(-k,0)$이며, 여기서 $k=\sqrt{a^2-b^2}$이다.

<나> 좌표평면의 한 점 (x,y)를 원점을 중심으로 각도 θ만큼 회전한 점 (x',y')은 다음의 관계식을 가진다.

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

<다> 타원의 방정식 (2)를 원점을 중심으로 회전 변환하여 얻은 이차곡선 (1)은 타원이다.

(1) $x^2+xy+y^2=1$

(2) $\frac{x^2}{2}+\frac{3y^2}{2}=1$

1-1. 제시문 <나>를 이용하여 제시문 <다>의 회전 변환 각도 θ를 구하시오. (단, $0\le\theta\le\pi$) **[10점]**

1-2. 제시문 <다>의 타원 (1) 위의 한 점 $(-1,1)$에서 접선의 방정식을 구하시오. **[10점]**

1-3. 제시문 <다>의 타원 (1)의 두 초점을 구하시오. **[10점]**

1-4. 제시문 <다>의 타원 (1)의 한 점 $(-1,1)$에서의 접선과 타원 (2)의 한 점 $(\sqrt{2},0)$에서의 접선이 이루는 각도 α를 구하시오. (단, $0\le\alpha\le\frac{\pi}{2}$) **[10점]**

[뒷면에 계속]

2 논술/사회기여 및 배려대상자 전형 자연(오전)

[문제 2] 다음 제시문 <가>~<라>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 임의의 사건 A의 여사건 A^c에 대하여 사건 A가 일어날 확률을 $\mathrm{P}(A)$로 사건 A^c가 일어날 확률을 $\mathrm{P}(A^c)$로 표현할 때, 다음 식이 성립한다.

$$\mathrm{P}(A^c) = 1 - \mathrm{P}(A)$$

<나> 확률이 0이 아닌 두 사건 A, B에 대하여 사건 A가 일어났다고 가정했을 때, 사건 B가 일어날 확률을 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부 확률이라 하고, 이를 $\mathrm{P}(B|A)$로 나타내며 다음과 같이 정의한다.

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(A)}$$

<다> 닫힌 구간 $[a,b]$의 모든 값을 가지는 연속확률변수 X에 대하여 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 다음과 같은 세 가지 조건을 만족할 때, 함수 $f(x)$를 확률변수 X의 확률밀도함수라 한다.

(1) $f(x) \geq 0$

(2) $\int_a^b f(x)\,dx = 1$

(3) $\mathrm{P}(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_\alpha^\beta f(x)\,dx$ (단, $a \leq \alpha \leq \beta \leq b$)

<라> 모든 자연수 n에 대하여 다음과 같이 정의된 함수 $f_n(x)$는 제시문 <다>의 확률밀도함수 조건을 만족한다.

$$f_n(x) = \frac{1}{n}\sin\frac{x}{n} \qquad \left(0 \leq x \leq \frac{n\pi}{2}\right)$$

2-1. 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 다음과 같다.

$$f(x) = x \quad (0 \leq x \leq \sqrt{2}\,)$$

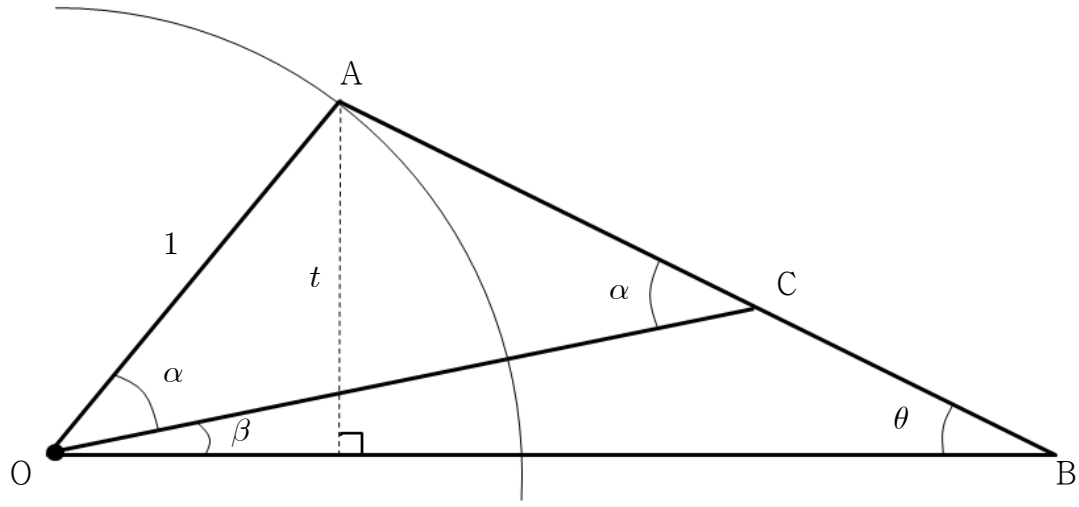
$|X-1| > \frac{1}{3}$일 때, $X \leq 1$일 확률을 구하시오. **[15점]**

2-2. 모든 자연수 n에 대하여 X_n은 제시문 <라>에서 주어진 $f_n(x)$를 확률밀도함수로 가지는 확률변수라 하자. X_n의 평균을 $\mathrm{E}(X_n)$이라 하고 X_n의 분산을 $\mathrm{V}(X_n)$이라 할 때, $\mathrm{E}(X_n) \leq \mathrm{V}(X_n)$이 되는 최소의 자연수 n을 구하시오. (단, π는 3.14로 계산한다.) **[15점]**

[뒷면에 계속]

[문제 3] 다음 제시문 <가>~<라>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> $|\overline{OA}| = 1$인 둔각삼각형 OAB가 있다. 아래 그림과 같이 $\triangle AOC$는 밑각이 α인 이등변삼각형이다. $\angle COB = \beta$, $\angle CBO = \theta$, 꼭짓점 A에서 변 OB에 내린 수선의 길이를 t라 하자.



<나> 위의 그림에서 두 각 α, β 사이에는 다음 식이 성립한다고 가정하자.

$$\sin(\alpha+\beta) = \sqrt{2}\sin\alpha$$

<다> 두 꼭짓점 O와 B는 고정되고 꼭짓점 A가 점 O를 중심으로 하는 반경 1인 원주를 따라 움직일 때, 점 C도 제시문 <가>, <나>의 조건을 만족하도록 $\overline{AB}$ 위에서 움직인다고 하자. 이때 α, β, θ는 $0 < t < 1$에서 정의되는 t의 함수이고 미분가능하다.

<라> 미분가능한 두 함수 $y = f(u)$와 $u = g(x)$에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$는 미분가능하며 그 도함수는 $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$이다.

3-1. 제시문 <다>에서 정의된 함수 θ에 대하여 $\lim_{t \to +0} \theta(t)$과 $\lim_{t \to 1-0} \theta(t)$의 값을 구하시오. [10점]

3-2. 제시문과 문제 3-1의 결과를 이용하여 θ가 최대가 되는 t의 값을 구하시오. [20점]

[끝]

이 면은 여백입니다.