2021학년도 연세대학교 수시모집 논술시험 문제 자연1 (수학)

모집단위		수험번호		성명	

[문제 1]
100명의 학생 중 k명을 선정하여, 두 명을 회장, 다른 다섯 명을 부회장, 나머지는 위원으로 임명하는 경우의 수가 최대가 되도록 하는 모든 k의 값을 구하시오. (단, $10 \le k \le 100$) **[10점]**

[제시문]
실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 다음 물음에 답하시오.

(가) $g(2020)=1$

(나) 임의의 실수 a, b에 대하여 $g(a+b)+g(a-b)=2g(a)\cos b\pi$ 이다.

[문제 2-1] $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} g(x)dx$ 의 값을 구하시오. **[8점]**

[문제 2-2] $g\left(\frac{1}{3}\right)g\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{10}$일 때, $\left\{g\left(\frac{1}{2}\right)\right\}^2$ 의 값을 구하시오. **[10점]**

[문제 3]
함수 $f(x)=ax^2+bx+c$ (a, b, c는 정수)에 대하여, 닫힌구간 $[2019, 2021]$에서 $|f(x)|$의 최댓값이 1이 되도록 하는 함수 $f(x)$의 개수를 구하시오. **[12점]**

[제시문]
2 이상의 자연수 n에 대하여 n을 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타냈을 때, 모든 지수의 합을 $f(n)$, 모든 지수의 곱을 $g(n)$이라 하자. 예를 들어, $n=12=2^2\times3^1$ 이면 $f(12)=2+1=3$ 이고 $g(12)=2\times1=2$이다. 다음 물음에 답하시오.

[문제 4-1] 2부터 20까지의 자연수 중에서 임의로 한 개의 수를 택하여 이를 n이라 할 때, n이 $f(n)=g(n)$을 만족시킬 확률을 구하시오. **[5점]**

[문제 4-2] 2부터 2021까지의 자연수 중에서 임의로 한 개의 수를 택하여 이를 n이라 하자. n이 $f(n)=g(n)$을 만족시킬 때, n이 소수일 확률을 구하시오. (단, 2021 이하의 자연수 중 소수의 개수는 306이다.) **[15점]**

연세대학교