2014학년도 연세대학교 수시모집 논술시험 문제(수학, 생명과학)

모집단위		수험번호		성 명	

[문제1] 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오.

17세기에 라이프니츠는 두 양 사이의 대응 관계를 명확히 하고자 함수의 개념을 처음 도입하였다. 그 이후 많은 변화를 거쳐 함수의 개념은 일반화 되었으며 다양한 대응관계를 표현하는 도구로 활용되고 있다. 현대에는 함수를 수가 아닌 대상에도 적용하여 사용하고 있다.

(가) 실수 전체의 집합을 R라 하고, 집합 $U=\{f \mid f: R \to R\}$라 하자. 즉, 집합 U는 집합 R에서 집합 R로 가는 모든 함수의 모임이다. 전체 집합 U의 두 부분집합 A, B를

$$A=\{f \mid f\in U,\ f(x)=ax+b,\ a,b\in R\},$$
$$B=\{f \mid f\in U,\ f(x)=ax^2+bx+c,\ a,b,c\in R,\ a>0\}$$

라 하자.

(나) 함수 $f\in U$ 대하여 $mx-f(x)$가 최댓값을 가지면 그 값을 $F(m)$이라 하자.

(다) 두 실수 a, b에 대하여 $\mathrm{Max}(a,b)=\begin{cases} a & (a \geq b) \\ b & (a<b) \end{cases}$ 이다.

※ 다음 모든 문제에서 사용되는 f와 F는 제시문 (나)에서 주어진 관계를 만족한다.

[1-1] 함수 $f(x)=x^2$에 대하여 곡선 $y=f(x)$에 접하고 기울기가 m인 접선을 l이라 할 때, 직선 l의 y절편이 $-F(m)$임을 설명하시오. [10점]

[1-2] (1) 함수 $f(x)=ax^2+bx+c$가 집합 B의 원소일 때, 모든 실수 m에 대하여 $F(m)=pm^2+qm+r$로 나타낼 수 있으므로 함수 $F(x)$도 집합 B의 원소임을 설명하시오. [10점]

(2) 문제 (1)의 두 함수 f와 F에 대하여 f에 F를 대응시키는 함수 $T: B \to B$를 생각할 수 있다. 함수 T에 대하여 $f_k=(\underbrace{T\circ T\circ \cdots \circ T}_{k\text{개}})(f)$ $(k=1,2,3,\cdots)$으로 정의하자. 집합 B의 원소 $f(x)=ax^2+bx+c$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{2n}\frac{1}{n}f_k\left(\frac{k}{2n}\right)$의 수렴 여부를 논하고, 수렴하면 그 극한값을 a, b, c에 대한 식으로 나타내시오. [10점]

[1-3] (1) 함수 $f(x)=\mathrm{Max}(ax+b, cx+d)$ (단, $a<c$)에 대하여 $F(m)$이 존재하는 m의 범위를 찾고, $F(m)$을 a, b, c, d와 m에 대한 식으로 나타내시오. [10점]

(2) 함수 $f(x)=\mathrm{Max}\left(\frac{a+b}{2}x-\frac{ab}{2}, \frac{1}{2}x^2\right)$ (단, $a<b$)라 하자. 모든 실수 m에 대하여 $F(m)$이 존재함을 보이고, $F(m)$을 a, b와 m에 대한 식으로 나타내시오. [10점]

(3) 집합 U의 원소 f에 대응하는 F가 집합 U의 원소라면 $T(f)=F$라 하고, 이 과정을 k번 반복할 수 있는 경우 $f_k=(\underbrace{T\circ T\circ \cdots \circ T}_{k\text{개}})(f)$ $(k=1,2,3,\cdots)$으로 정의하자. 함수 $f(x)=\mathrm{Max}\left(6x-10, \frac{1}{2}x^2\right)$에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{10^n}f_n(3^n)$의 수렴 여부를 논하고, 수렴하면 그 값을 구하시오. [10점]

연세대학교 YONSEI UNIVERSITY

[문제2] 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오.

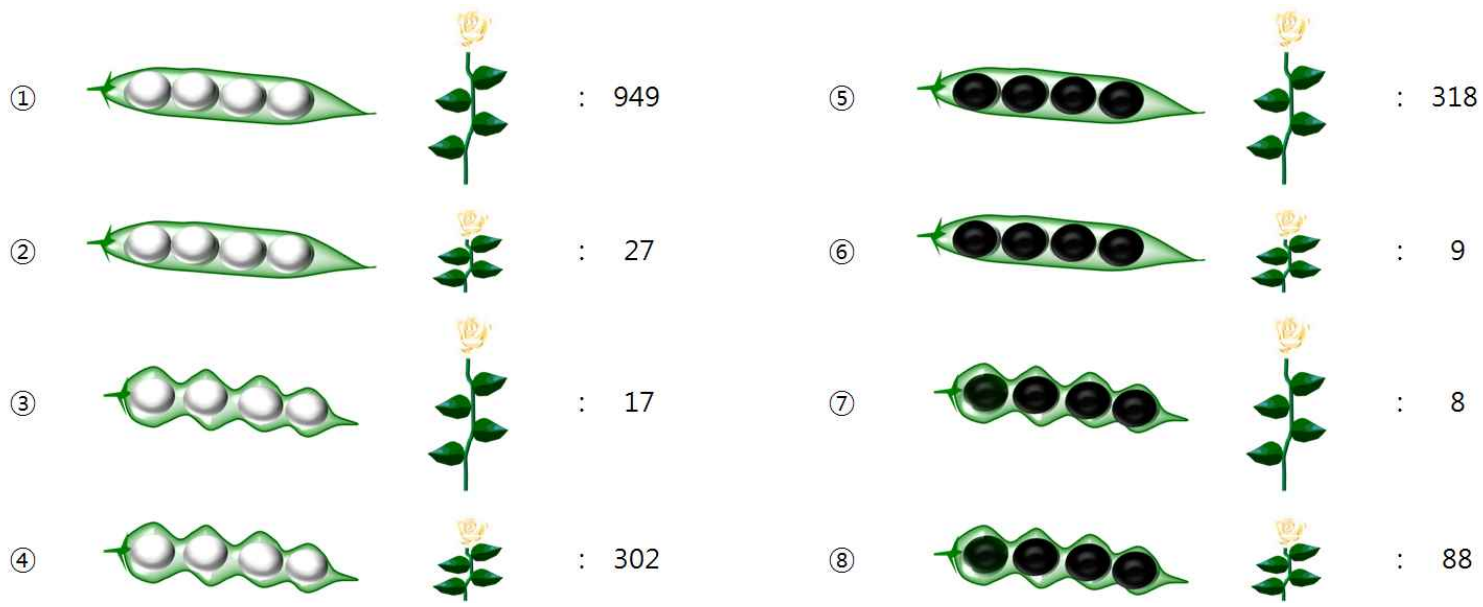
(가) 17세기 무렵에 일어난 이른바 '과학혁명'이라고 부르는 세계관의 급격한 변화로 생명 현상에 대한 연구에서도 근대 과학의 특징들이 산발적으로 나타나기 시작했다. 대표적인 예로 하비는 실험을 통하여 혈액이 순환함을 증명하였고, 후크와 레벤후크는 각각 직접 제작한 현미경으로 세포와 미생물을 최초로 관찰하였다. 그러나 이런 연구들은 바로 체계를 갖춘 학문으로까지 성장하지는 못했고, 19세기에 들어서야 비로소 근대 과학으로 발전하기 시작했다. 사실, 'Biology'라는 단어 자체도 1802년에 독일의 트레비라누스가 처음 제안하였고 같은 해 라마르크가 과학 용어로 도입한 것이다. 근대 과학으로서의 생물학은 다윈과 멘델에 의해서 완성되었다고 해도 과언이 아니다. ㉠당시에는 깨닫지 못했지만, 이들의 발견은 20세기에 접어들어 시작된 생물학의 급속한 발전의 기초가 되었다.

(나) 다음은 크릭이 노벨상 수상(1962년) 후에 했던 초청 강연 내용의 일부이다.

"대체로 핵산의 조립 계획은 매우 단순합니다. 핵산은 교대로 나타나는 인산과 당의 그룹으로 이루어진 매우 긴 기본 골격을 갖는데, 그 골격은 '인산-당-인산-당-인산-당'으로 된 단위들로 진행됩니다. 각각의 당 그룹에는 네 종류의 다른 분자가 부착되는데, 편의상 A, a, B, b라고 부르겠습니다. 우리는 이들 네 알파벳이 정확한 서열로 유전정보를 판독한다고 믿고 있습니다. 사실상, 거의 모든 세포에서 핵산은 서로 감싸면서 연결되어 상보적인 한 쌍의 사슬이 됩니다. 다시 말해, 하나의 사슬에 큰 잔기가 있으면 그 상대 사슬에는 작은 잔기가 있다는 얘기입니다. 그리고 A는 오직 a와 그리고 B는 오직 b와 결합합니다. ㉡이 구조의 가장 큰 장점은 복제 과정이 단순하다는 것입니다. 게다가, 이 과정은 매우 정밀한 것처럼 보입니다. 아마도 복제 과정에서 효소에 의해 만들어진 실수들을 바로잡는 기능이 있는 것처럼 보입니다."

(다) 사람의 체세포에 들어 있는 염색체는 모두 46개로 이 중 22쌍이 상염색체이고, 1쌍은 XX 또는 XY인 성염색체이다. 유성생식을 하는 생물은 암수 생식세포가 결합하여 자손을 만든다. 따라서 사람의 정자와 난자가 체세포와 같은 수의 염색체를 가지고 수정을 한다면 자손의 염색체 수는 부모의 두 배가 될 것이다. 그러나 감수 분열로 형성된 생식세포의 염색체 수는 체세포의 절반이기 때문에 수정란의 염색체 수는 체세포와 같다. 또한 감수분열 과정에서 유전자 재조합이 일어나서 부모와 다른 형질의 자식이 태어날 수 있다. 요컨대 사람이 지니고 있는 46개의 염색체는 어머니와 아버지에게서 각각 23개씩 물려받은 것이다. 2000년, 사람의 염색체에 담겨있는 모든 유전정보를 규명하는 '인간유전체사업'의 공식적인 완결로 약 30억 뉴클레오티드 쌍에 달하는 인간 유전체 염기서열이 완전히 결정되었고, 사람의 세포에는 약 3만 개에 달하는 유전자가 있는 것으로 밝혀졌다. 각 세포에서는 모든 유전자가 발현되는 것이 아니라 환경이나 발생 과정에 따라 필요한 유전자들만 선택적으로 발현된다.

(라) 유전학자가 이배체인 콩의 세 가지 특징을 대상으로 교배 실험을 진행하였다. 키가 크고 매끈한 콩깍지에 검정 콩이 들어있는 순종과 키가 작고 주름진 콩깍지에 흰 콩이 들어있는 순종을 교배하여 잡종 콩을 얻었다. 이들은 모두 키가 크고 매끈한 콩깍지 안에 흰 콩이 들어 있었다. 이 잡종 콩으로 자가수분을 해서 얻은 총 1,718 개체 중에서 다음 그림과 같이 8가지의 서로 다른 표현형이 관찰되었다. ㉢이 결과는 멘델의 유전법칙에 의해 예상되는 빈도수와는 큰 차이를 보이는 것이었다.



[그림] 잡종 콩(F1)의 자가수분 결과. 각 표현형의 오른쪽 숫자는 관찰된 개체수임.

[2-1] 제시문 **(가)**에서 밑줄 친 ㉠의 주장을 논증하시오. [8점]

[2-2] 제시문 **(나)**의 밑줄 친 ㉡에서 말하는 물질의 전체 복제 과정을 구체적으로 설명하고, 이것의 생물학적 중요성을 제시문 **(다)**, **(라)**의 내용에 근거하여 설명하시오. [8점]

[2-3] 제시문 **(라)**의 밑줄 친 ㉢에 나타난 현상의 원인을 제시문 **(다)**에 언급된 생식세포 형성 과정과 염색체의 개념을 적용하여 설명하시오. [8점]

[2-4] 제시문 **(라)**의 유전학자는 같은 콩의 수백 개 특징을 대상으로 유사한 교배 실험을 수행하였다. 이전 실험 결과와 마찬가지로 여러 가지 특징들이 멘델의 유전법칙에 의해 예상되는 것과는 다른 유전 양상을 보였으며, 이러한 특징들을 총 6개의 그룹으로 나눌 수 있었다. 이것의 의미를 제시문 **(나)**, **(다)**의 내용을 참고하여 설명하시오. 또한, 이를 바탕으로 이 식물의 잎에서 세포분열 중기의 세포에 존재하는 이중나선 DNA의 개수를 유추하시오. [8점]

[2-5] 이 콩을 대상으로 계속 연구를 하던 중 '유전자 A'의 기능이 상실된 식물은 제대로 자라지 못하고 잎이나 가지 등을 잘 만들지 못한다는 사실을 발견하였다. 이에 반해, '유전자 B'의 기능이 상실된 식물은 잎의 모양에는 이상을 보이지만 생장은 거의 정상이었다. 흥미롭게도 유전자 A와 B의 기능이 모두 상실된 식물은, 유전자 B의 기능만 상실된 식물과 매우 유사하게 생장하였다. 제시문 **(다)**를 참고하여, 유전자 A와 유전자 B가 어떤 관계를 가지고 식물의 생장을 조절하는지 추론하시오. [8점]

연세대학교 YONSEI UNIVERSITY