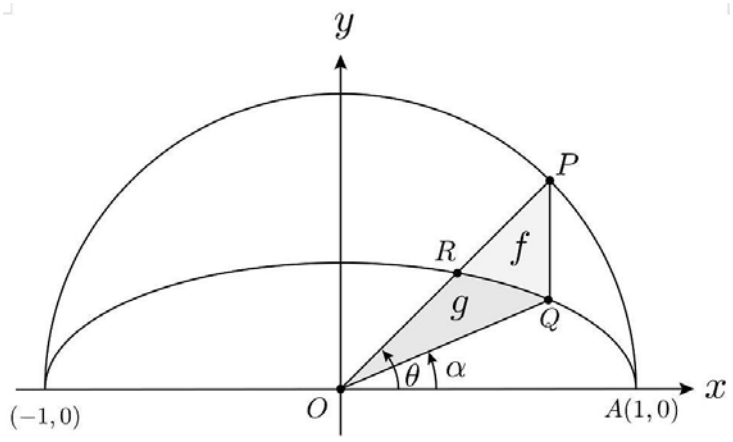
2011학년도 연세대학교 논술(자연계열) 입학시험 문제지

지원 전형		모집 단위		수험 번호		성 명		좌석 번호	

※ 계산과정이나 논리적 설명 없이 답만 쓴 경우는 0점 처리 합니다.

<문제 1> 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오.

[가] 단위원 $x^2+y^2=1$ 위를 점 $A(1,0)$에서 출발하여 시계 반대 방향으로 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표를 $(x(t), y(t))$라고 하자. 타원 $x^2+k^2y^2=1$(단, $k>1$인 실수)은 두 점 $(1,0)$, $(-1,0)$에서 단위원에 접한다. 점 P에서 x축으로 내린 수선이 타원과 처음 만나는 점을 Q라고 하자.



[나] 점 P와 원점 O를 이은 선분이 타원과 만나는 점을 R이라고 하자. 선분 OA와 선분 OP가 이루는 각을 θ, 선분 OA와 선분 OQ가 이루는 각을 α라고 하자. 선분 PQ, 선분 PR과 타원의 호 RQ로 둘러싸인 도형 PQR의 넓이를 f, 선분 OQ, 선분 OR과 타원의 호 RQ로 둘러싸인 도형 OQR의 넓이를 g라고 하자.

<1-1> 점 $P(x(t), y(t))$가 단위원 위의 점 $A(1,0)$에서 출발하여 시계 반대 방향으로 시각 t에 따라 일정한 속도로 돌고 있다. 선분 OA, 선분 OQ와 타원의 호 AQ로 둘러싸인 도형 OAQ의 넓이를 $S(t)$라고 하자. $S(t)$의 시간에 대한 변화율 $\frac{dS}{dt}$가 상수임을 논리적으로 설명하시오. (15점)

<1-2> 각 α의 시간에 대한 변화율 $\frac{d\alpha}{dt}$가 각 θ의 시간에 대한 변화율 $\frac{d\theta}{dt}$와 같아지는 θ가 구간 $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$에서 적어도 하나는 존재함을 논하고, 또한 이때 α와 θ 사이의 관계식을 구하시오. 극한값 $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-0} \frac{\frac{\pi}{2}-\theta}{\frac{\pi}{2}-\alpha}$ 를 구하시오. (20점)

<1-3> 극한값 $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-0} \frac{f}{g}$를 구하시오. (25점)

(뒷장에 계속)

연세대학교 YONSEI UNIVERSITY

<문제 2>

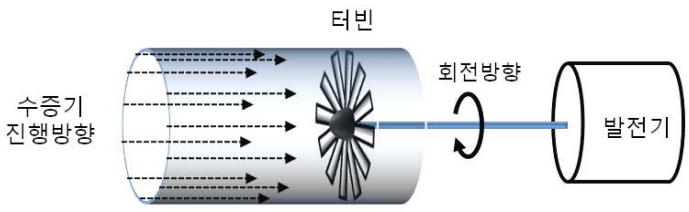
우리는 생존과 건강 유지를 위해서 음식물을 섭취한다. 생물학에서는 생명 유지를 위해서 물질을 합성하거나 분해시켜 이용하는 과정을 물질대사라고 하는데, 여기에는 항상 에너지의 흡수와 방출이 따른다. 우리 몸이 필요로 하는 에너지의 절반 이상을 공급하는 탄수화물이 체내에서 완전히 산화되면 1g당 약 4kcal의 열량을 낸다. 음식물에 들어있는 지질(脂質)의 90% 이상을 차지하는 지방은 다른 영양소보다 두 배 이상의 열량(9kcal/g)을 낸다. 몸속에서 다양한 기능을 수행하는 단백질도 체내에서 산화되어 1g당 약 4kcal의 에너지를 내지만, 체내에 충분한 양의 탄수화물이나 지방이 존재하면 에너지원으로는 거의 사용되지 않는다. 탄수화물과 지방은 탄소(C), 수소(H), 산소(O)의 세 가지 원소로 구성되어 있으며 단백질은 추가적으로 질소(N)와 황(S)을 함유하고 있다.

우리나라에서 버려지는 음식물 쓰레기가 연간 약 500만 톤에 달하고, 이에 대한 손실 비용도 약 20조원이라고 한다. 더욱이 처리되지 않고 방출되는 음식물 쓰레기는 하천과 바다의 부영양화나 지하수 오염 등 수질 환경을 위협하고 있다. 따라서 일상생활에서 발생하는 음식물 쓰레기의 양을 최소화하고, 불가피하게 발생하는 음식물 쓰레기를 효율적으로 처리할 수 있는 경제성과 실용성을 갖춘 기술의 개발이 절실하게 요구되고 있다. 이러한 현실적 요구에 부응하여 음식물 쓰레기를 연료로 사용한 증기터빈을 구동하고, 발전기를 통해 증기터빈의 역학에너지를 전기에너지로 변환하는 발전장치([그림 A])를 제작하였다. 발전용 연료로서의 활용가능성을 확인하기 위하여 아래 [표]와 같은 성분 조성을 가진 건조된 음식물 쓰레기를 완전 연소시킨 결과 1g당 5.2kcal의 열량을 얻었다.

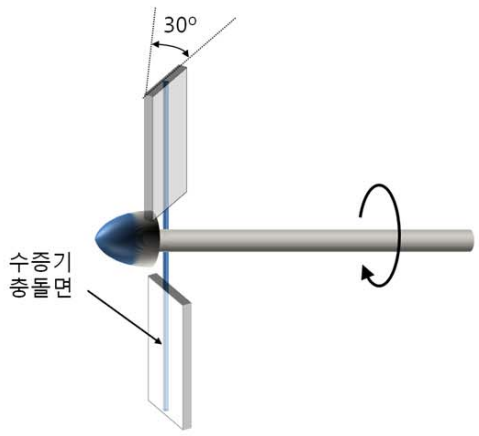
증기터빈은 고온 고압 상태의 수증기를 분사하여 프로펠러 모양의 터빈 날개([그림 B])에 충돌시켜 회전동력을 발생시키는 장치이다. 터빈의 회전축은 발전기의 중심축과 연결되어 있으며 발전기의 내부 구조는 [그림 C]와 같다. 이 발전기의 내부는 축에 고정되어 터빈과 함께 회전하는 3개의 솔레노이드와 축과 분리되어 회전하지 않는 영구자석으로 구성되어 있다. 수증기를 이용하여 터빈을 회전시키기 위해서는 회전축에 가해지는 기계적 회전마찰뿐 만 아니라, 발전기 부분에서 발생되는 회전에 대한 저항력을 반드시 극복해야만 한다.

[표] 연료용 음식물 쓰레기의 성분 조성

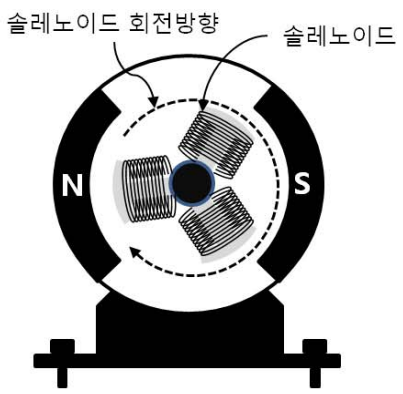
성분	비율(%)
탄수화물	59
단백질	18
지방	17
무기고형분	5
기타	1



[그림 A] 발전장치의 모식도



[그림 B] 마주 보는 한 쌍의 터빈 날개를 나타낸 측면도



[그림 C] 발전기 내부구조

<2-1> [표]와 동일한 성분 조성을 가진 음식물 1g이 우리 몸 안에서 완전히 분해되었을 때에 예상되는 최대 에너지 생성량과 발전 장치에서 측정된 값(5.2kcal/g)을 비교분석한 다음, 그 결과를 해석하시오. [표]에 제시된 음식물 쓰레기가 발전장치에서 완전 연소될 때 발생할 것으로 예상되는 주요 가스 성분을 밝히고, 이들 가스로 인하여 발생되는 대기와 지표의 환경 변화에 대하여 논술하시오. (25점)

<2-2> [그림 A]와 [그림 B]에서처럼 12개로 구성된 터빈의 회전 날개는 회전축에 수직한 평면에 대해 각각 30°씩 일정하게 기울어져 있고 날개 하나의 단면적은 $0.5m^2$ 이다. 밀도가 $4kg/m^3$ 인 수증기는 터빈의 회전축에 평행한 방향으로 평균 속도 50m/s 로 균일하게 입사하여 터빈 날개와 완전 탄성 충돌을 일으킨다. 이러한 조건에서 각 날개의 회전 방향으로 발생되는 힘의 크기들의 총합을 구하고, 제시문의 밑줄 친 부분이 나타내는 현상에 대하여 설명하시오. (단, 물 분자의 속도와 비교할 때, 터빈의 속도는 무시할 수 있으며, 물 분자가 터빈 날개와 충돌 후 발생할 수 있는 2차적인 충돌은 고려하지 않는다.) (15점)