논 술 (자연 B)

※주의사항 : 논제 1은 필수로 풀고 논제 2, 3, 4 중 한 문제를 선택해서 답안을 작성하시오.

논제 1: 수학 (필수)

(가)

임의의 양의 유리수 r에 대하여 $r=\frac{q}{p}$를 만족하고 서로소인 자연수의 순서쌍 (p,q)는 유일하다. 이 때 분모 p를 $d(r)$로 나타내기로 하자. 예를 들어, $d\left(\frac{2}{3}\right)=3$, $d\left(\frac{6}{8}\right)=4$, $d(0.8)=5$ 이다.

(나)

다음 성질을 만족하는 모든 수열 $\{a_n\}$들의 집합을 S라 하자.

(i) 모든 자연수 n에 대하여 a_n은 0과 1사이의 유리수이다.

(ii) 자연수 m, n에 대하여 $m\neq n$이면 $a_m\neq a_n$이다.

제시문 (가)와 (나)를 읽고 다음 물음에 답하시오.

(a) 수열 $\{a_n\}$이 S에 속할 때, 집합 $\{n|d(a_n)=10\}$의 원소의 개수는 최대 몇 개인가?

(b) r이 양의 유리수이고 $b_n=d(2nr)$이라 하자. n이 무한대로 갈 때 수열 $\{b_n\}$이 수렴할 r의 조건을 찾으시오.

(c) p와 q는 서로소인 자연수이고, f는 주기가 p인 주기함수일 때

$$\sum_{k=1}^{p} f(k)=\sum_{k=1}^{p} f(kq)$$

가 성립함을 설명하시오.

(d) $a_n=\frac{n}{3n+10}$이고 $g(x)=\left(x-[x]-\frac{1}{2}\right)^{10}$일 때, 극한값 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{d(a_n)}\sum_{k=1}^{d(a_n)} g(ka_n)$을 구하시오. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수이다.)

논제 2: 물리 (선택)

(가)

그림 1과 같이 용수철 한쪽 끝은 벽에 고정되어 있고 용수철의 다른 쪽 끝은 전기저항이 R, 질량이 m인 물체에 고정되어 있다. 전기저항과 질량을 무시할 수 있는 도선으로 한 변의 길이가 d인 정사각형 고리를 만들어 그 물체의 양쪽 끝에 연결한다. 이때 물체의 평형 지점의 수평방향 좌표를 $x=0$이라 하자. $x \geq L$인 영역에 고리 면에 수직으로 들어가는 방향의 자기장이 있고, 그 크기 $B(x)$는 $B(L)=B_0$과 $B\left(\frac{3}{2}L\right)=2B_0$을 만족하는 일차함수이다. 도선이 자기장에 의하여 받게 되는 힘은 물체가 용수철에 의해 받는 힘에 비해 매우 작아서 물체는 수평 방향으로 단진동을 한다고 가정하자. 시간 $t=0$일 때, 물체는 평형 지점으로부터 왼쪽으로 $\frac{L}{2}$ 만큼 떨어진 지점에서 초기 속력 0으로 운동을 시작한다. 용수철 상수는 k이고 정사각형 고리의 한 변의 길이는 $d=\frac{3}{4}L$이다. 중력의 효과는 무시한다.

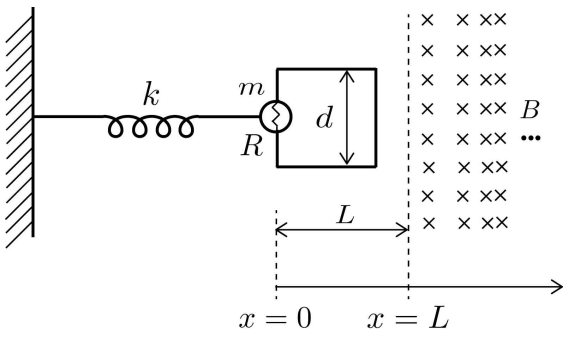


그림 1.

(나)

그림 2와 같이 질량 m인 물체가 지표면에서 각도 θ $(0<\theta<\frac{\pi}{2})$, 초기 속력 v_0으로 2차원 운동을 한다. 이 물체 위치로부터 수평 거리 $L>0$, 높이 h인 지점에서 질량 M인 물체가 역시 초기 속력 v_0으로 아래쪽 방향으로 떨어진다. 중력 가속도는 g이고 두 물체는 동시에 운동을 시작한다. 공기에 의한 영향 및 두 물체의 크기는 무시하고, 질량 M인 물체는 지표면에 부딪치지 않고 계속 떨어진다.

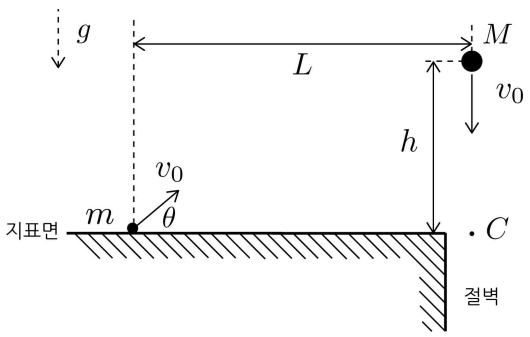


그림 2.

(a) 제시문 (가)를 읽고 임의의 시간 $t>0$에서 물체의 위치 및 진동 주기 T를 구하시오.

(b) 제시문 (가)에서 물체가 처음 한 번 진동할 동안 도선에 전류가 흐르게 되는 시간 구간을 구하시오.

(c) 제시문 (가)에서 물체가 처음 한 번 진동하는 동안 도선 고리를 통과하는 자속과 도선 양끝 전위차를 시간 t의 함수로 각각 기술하고, 도선에 흐르는 전류의 방향을 설명하시오.

(d) 제시문 (나)에서 두 물체가 지표면 높이의 지점 C에서 서로 충돌한다. 이 경우 $\frac{h}{L}$를 θ만으로 표현하시오.

논제 3: 화학 (선택)

(가)

화학 결합의 종류에는 크게 공유 결합, 이온 결합, 금속 결합 그리고 배위 결합(혹은 배위 공유 결합)이 있다. 특히 한쪽 원자가 비공유 전자쌍을 일방적으로 제공하여 이루어지는 결합을 배위 결합이라고 한다. 이러한 배위 결합은 다양한 화합물에서 발견되며, 그 중 가장 대표적인 것이 금속을 포함하는 배위 화합물들로 **착물**이라고도 한다. 대부분의 착물은 그 중심 금속 이온에 분자(CO, NH_3, H_2O, 피리딘 등) 혹은 이온(Br^-, Cl^-, H^-, CO_3^{2-}, OH^- 등)이 전자쌍을 제공하면서 이루어지는데, 용액 내에서 생성된 착물은 이온 형태나 중성 상태, 혹은 고체 상태로 존재한다. 이때 중심 금속과 배위 결합을 이루는 분자 혹은 이온들을 **리간드**라고 한다. 이러한 착물들은 다양한 종류의 구조로 존재할 수 있는데 그 중 가장 대표적인 구조가 그림 1의 팔면체와 사각평면 구조이다.

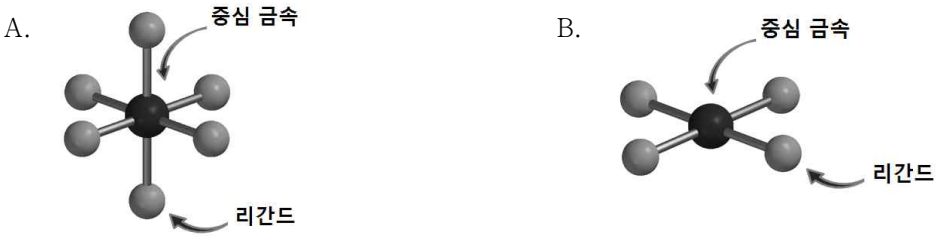


그림 1. 대표적인 착물의 구조: 팔면체(A)와 사각평면(B)

(나)

리간드는 배위 결합으로 이루어진 착물의 중심 금속 이온 주위에 결합하고 있는 분자나 이온을 의미한다. 이들이 리간드로 작용하기 위해서는 하나의 원자가 반드시 한 개 이상의 비공유 전자쌍을 가지고 있어야 하고, 이들 중 한 개의 전자쌍만 배위 결합에 참여해야 한다. 그리고 리간드는 중심 금속과 안정한 배위 결합을 하고 있기 때문에 용액 상에서 쉽게 해리되지 않는다. 특히 리간드들 가운데 중심 금속에 한 개의 배위 결합을 이루는 경우를 **한 자리 리간드**라 한다. 반면에 크기가 큰 분자들은 한 개 이상의 원자에서 배위 결합이 가능하다. 가령 에틸렌다이아민($NH_2-CH_2-CH_2-NH_2$)과 같이 두 개의 배위 결합이 가능한 리간드를 **두 자리 리간드**라 하고, 다이에틸렌트라이아민($NH_2-CH_2-CH_2-NH-CH_2-CH_2-NH_2$)과 같이 세 개의 배위결합이 가능한 리간드를 **세 자리 리간드**라 한다(그림 2). 하나의 중심 금속이 두 자리 또는 그 이상의 리간드로 배위된 착물을 **킬레이트**라고 부르는데, 이들 킬레이트는 매우 안정하다. 또한 킬레이트를 형성할 수 있는 리간드를 **킬레이트 리간드**라 하고, 킬레이트를 형성할 때 킬레이트 리간드는 중심 금속과 **고리 모양** 구조를 형성한다(그림 3).

A. $:NH_3$

암모니아 (NH_3)

B. $H_2N-CH_2-CH_2-NH_2$

에틸렌다이아민 ($NH_2-CH_2-CH_2-NH_2$)

C. $H_2N-CH_2-CH_2-NH-CH_2-CH_2-NH_2$

다이에틸렌트라이아민 ($NH_2-CH_2-CH_2-NH-CH_2-CH_2-NH_2$)

그림 2. 한 자리 리간드(A), 두 자리 리간드(B), 그리고 세 자리 리간드(C)의 예

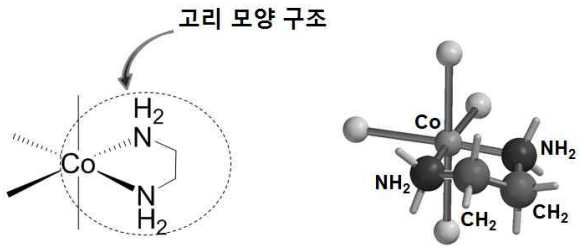
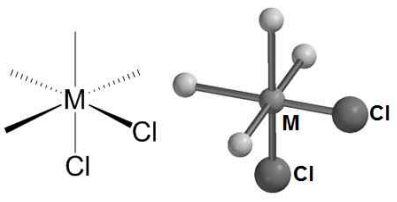


그림 3. 에틸렌다이아민과 코발트 금속으로 형성된 킬레이트

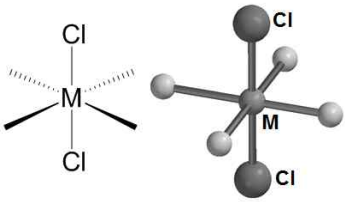
(다)

탄소 화합물과 마찬가지로 착물도 그 구조에 따라 다양한 형태의 이성질체를 갖는다. **이성질체**란 분자식은 같으나 구조식이 다른 두 가지 이상의 물질로서 구조와 물리적 성질이 서로 다른 화합물을 말한다. 특히 배위 결합을 절단하지 않고는 서로 전환되지 못하는 경우를 **기하 이성질체**라 한다. 착물에서 동종의 리간드가 인접한 방향에서 배위 결합을 하고 있는 경우를 **시스(*cis*)형**이라 하고, 중심 금속의 반대 방향으로 배위 결합을 하고 있는 경우를 **트랜스(*trans*)형**이라 한다(그림 4).

A.



B.



M = 중심 금속

그림 4. 팔면체 구조를 가지는 착물의 기하이성질체: 시스형(A)과 트랜스형(B)

(a) Co^{3+}와 물(H_2O)이 반응하면 $Co(H_2O)_6^{3+}$를 형성한다. 제시문 (가)와 (나)를 근거로 이 반응이 루이스 산-염기 반응임을 논술하시오.

(b) 생체 내에서 대표적인 착물은 헤모글로빈이다. 헤모글로빈은 적혈구 속에서 산소와 이산화탄소를 운반하는 복합 단백질로 네 개의 글로빈 단백질과 철(Fe)을 포함하고 있는 네 개의 헴(heme) 색소로 이루어져있다. 헴 색소에는 포르피린이라는 평면의 네 자리 리간드가 포함되고, 포르피린의 질소 원자 네 개는 철(Fe) 이온과 배위 결합을 한다. 또한 헴은 아래 그림 5와 같이 Fe-N 배위 결합을 통하여 글로빈 단백질에 결합되어 헤모글로빈을 형성한다. 헤모글로빈의 철(Fe)이 산소(O_2)와 배위 결합하여 산소헤모글로빈을 만들고 생체 내에서 산소를 운반한다. 산소헤모글로빈에 존재하는 철(Fe)의 산화수를 결정하고 그 근거를 설명하시오.

A.



B.

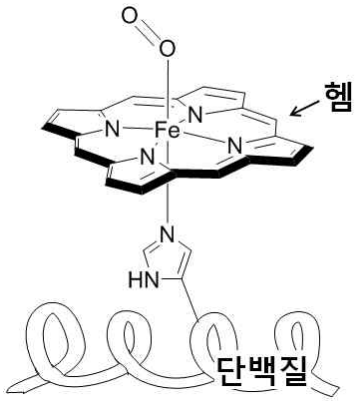


그림 5. 포르피린(A)과 산소헤모글로빈(B)

(c) $Pt(NH_3)_2(OH)_2$는 사각평면 형태의 착물이다. 이 화합물에 두 자리 리간드인 에틸렌다이아민을 같은 몰수로 첨가하면 치환반응은 일어나지만 킬레이트가 형성되지 않는다. 이 착물의 구조를 예측하고 설명하시오.

(d) 에틸렌다이아민($NH_2-CH_2-CH_2-NH_2$)과 마찬가지로 프로필렌다이아민($NH_2-CH_2-CH_2-CH_2-NH_2$)은 두 자리 리간드이다. 특별한 경우를 제외한다면, 프로필렌다이아민이 킬레이트를 이룰 경우 에틸렌다이아민이 형성하는 킬레이트보다 더 안정하다. 그 이유를 설명하시오.

(e) 화학반응에서 무질서도의 척도는 엔트로피로 나타낸다. 질서 있는 상태에서 무질서한 상태로 되는 것은 엔트로피가 작은 상태에서 큰 상태로 되는 것을 뜻하고, 반응의 엔트로피 변화는 무질서도의 변화를 통하여 쉽게 예측될 수 있다. 일반적으로 엔트로피가 증가하는 방향으로 반응이 유리하다. 예를 들어 다음의 화학 반응식을 보면 킬레이트를 포함하는 반응의 평형상수(K)가 그렇지 않은 경우보다 큼을 알 수 있다. 그 이유를 논술하시오.

$$[Cd(H_2O)_6]^{2+}(aq) + en(aq) \rightleftarrows [Cd(en)(H_2O)_4]^{2+}(aq) + 2H_2O(\ell) \qquad \log K = 5.84$$

(en = 에틸렌다이아민)

$$[Cd(H_2O)_6]^{2+}(aq) + 2NH_3(aq) \rightleftarrows [Cd(NH_3)_2(H_2O)_4]^{2+}(aq) + 2H_2O(\ell) \qquad \log K = 4.95$$

논제 4: 생물 (선택)

(가)

진핵 생명체의 세포 안에는 막으로 둘러싸인 '세포 소기관'이 존재한다. 이 '세포 소기관'은 영원히 쓸 수 있는 것이 아니다. 수명이 다한 '세포 소기관'이나 손상된 '세포 소기관'은 분해된다. 손상된 '세포 소기관'의 분해를 담당하는 '세포 소기관'도 있다. 이 분해 과정에서 가수 분해 효소가 중요한 역할을 한다.

상처를 입은 후 시간이 지나면 손상된 세포는 사라지고 새살이 돋아 상처가 아문다. 올챙이가 개구리로 변할 때 올챙이 꼬리의 세포가 사라진다. 사람의 태아는 초기에 손가락이 구분되어 있지 않지만, 점점 자라면서 손가락 사이의 세포가 분해되어 소멸되고 손가락의 형태가 만들어진다. 이렇게 세포가 분해되어 없어지는 현상을 '세포의 자가 분해'라고 한다. 이런 '자가 분해'는 염증을 유발하는 세포를 없애서 염증을 줄이거나, 과다하거나 불필요한 세포를 소멸시키는 작용을 한다.

(나)

식물 세포에서만 볼 수 있는 세포벽은 세포막 바깥을 두텁게 싸고 있다. 세포벽은 세포막에 비해 단단해서 세포를 보호하고 식물체의 모양을 유지하는 데 중요한 역할을 한다. 그러나 세포벽은 1차 벽과 2차 벽으로 되어 있어서 인접한 세포 간의 물질 교환을 막는 단점도 있다. 이는 세포막이 서로 인접해 있어서 세포 간 연락이 비교적 자유로운 동물 세포와 다른 식물 세포의 특성이다.

동반 세포는 체관 요소에 붙어있는 세포이다(그림 1). 체관 요소는 완전히 성숙하면 핵과 리보솜이 없어지기 때문에 체관 요소의 생명 활동은 동반 세포에 의존한다. 종자 식물군에서 꽃을 피우게 하는 데 중요한 역할을 하는 A 단백질은 동반 세포에서 만들어져서 체관 요소로 이동한다. 일단 체관 요소 안으로 들어온 A 단백질은 광합성 산물과 함께 꽃을 만드는 위치로 이동한다.

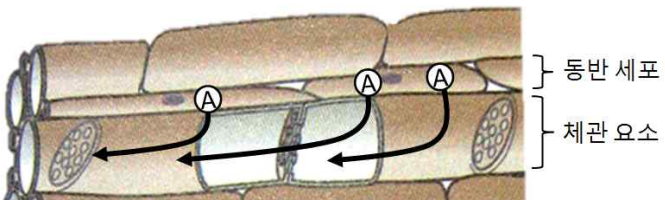


그림 1. 동반 세포에서 체관 요소로의 A 단백질의 이동

(다)

중심설에 의하면 유전정보는 DNA에 저장되어 있고, 이 정보는 mRNA로 전사된 후 단백질로 번역된다. DNA의 염기는 4개 밖에 없지만, 단백질은 20여종의 아미노산으로 구성된다. 번역 과정에서 생명체는 3개의 DNA 염기로 이루어진 다양한 조합(트리플렛 코드)들을 이용하여 각각의 아미노산을 만든다. 번역 과정에서 복수의 트리플렛 코드가 하나의 아미노산을 암호화하기도 한다. 예를 들어, GGU, GGC, GGA, GGG의 트리플렛 코드들은 모두 글리신을 암호화한다. 따라서 GGC의 C가 다른 염기로 변하는 돌연변이가 일어나더라도 단백질 수준에서의 변화는 없다. 반면 단백질을 암호화하는 염기서열에 차이가 없더라도 단백질 발현 수준에 차이가 나는 예도 있다.

(라)

진핵생명체 세포 분열 중기의 핵을 관찰하면 염색체를 볼 수 있다. 그러나 간기에는 염색체가 매우 가느다란 염색사 형태로 풀려있어서 관찰되지 않는다. 염색사 안에는 DNA가 히스톤 단백질과 결합하고 있다. 염색사는 세포 분열이 시작되면 응축되어 염색체로 된다. 사람 DNA의 지름은 약 2 nm이며 길이는 거의 2 m에 달하지만, 세포분열 중기에 볼 수 있는 염색체의 너비는 1,400 nm이며 길이는 수백~수천 nm로 줄어든다. 이렇게 염색체의 구조로 변하기 위해서는 여러 단계의 응축화를 거쳐야 한다(그림 2).

히스톤 단백질은 전체 아미노산의 1/5 이상이 양전하를 띄고 있다. 이 특성 때문에 히스톤 단백질은 음전하를 띈 DNA와 강력하게 결합할 수 있다. 히스톤 단백질은 공 모양의 구조를 갖는 부분과 꼬리 부분을 갖고 있다(그림 3). 8개의 히스톤 단백질이 모여서 뉴클레오솜을 형성하고, 이를 DNA 이중 나선이 휘감는다. 꼬리 부분은 바깥쪽으로 돌출되어 있으며, 인접 뉴클레오솜의 DNA와 정전기적 인력을 보인다.

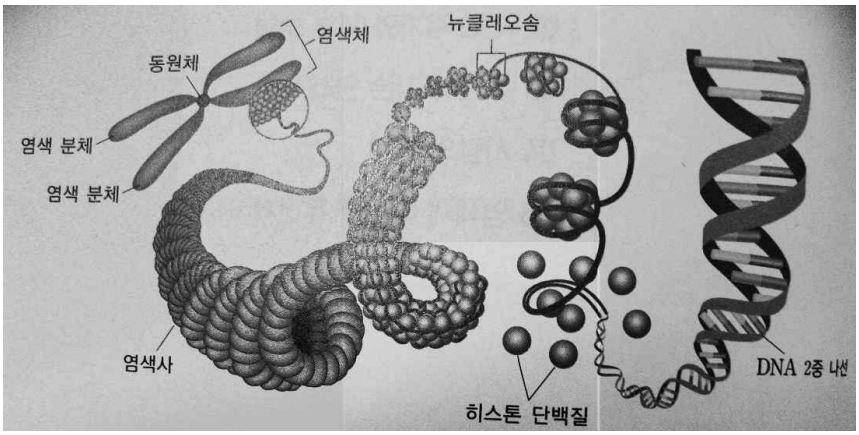


그림 2. 세포분열 중기에 보이는 염색체를 형성하기 위한 단계별 응축화(EBS 생물 교재에서 인용)

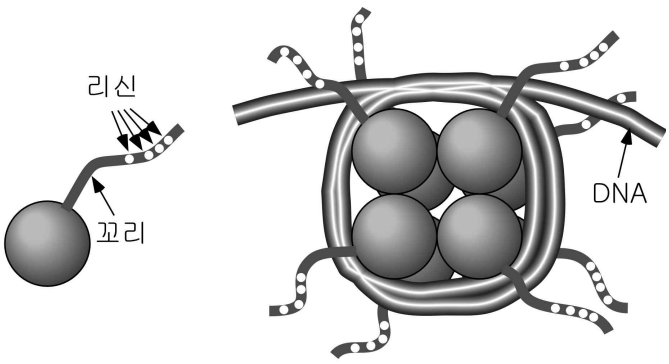


그림 3. 히스톤 단백질과 뉴클레오솜의 구조

(마)

1997년에 최초로 포유동물의 복제가 성공한 후, 다양한 종의 포유동물 복제가 시도되었다. 그중 대표적인 성공 사례는 고양이의 복제이다. 고양이 복제는 애완동물을 복제했다는 의의가 있다. 복제하면 겉모양이 서로 완벽하게 같으리라는 일반인의 예상과 다르게, 핵을 제공했던 고양이와 복제해서 태어난 고양이의 털 색깔의 패턴이 달라서 복제에 실패한 것처럼 보였다. 과학자들은 털 색깔을 결정하는 유전자가 X 염색체에 있기 때문이라고 그 이유를 설명했다.

(a) 다양한 가수 분해 효소 중에 제시문 (가)에 나온 '세포 내 소화'와 '세포의 자가 분해'에 중요한 역할을 담당하는 가수 분해 효소들은 자신의 표적과 만나게 되기까지 세포 내에서 어떤 이동 경로를 거치는가? 가수 분해 효소를 암호화하는 유전자의 전사에서부터 그 경로를 차례대로 설명하시오.

(b) 제시문 (나)에 기술한 A 단백질은 어떤 경로를 거쳐서 동반 세포에서 체관 요소로 세포 간 이동을 하는지 기술하시오. 단, A 단백질은 세포벽을 투과할 수 없다.

(c) DNA 염기서열을 변화시키지 않고 단백질 발현 수준을 조절해야만 여성의 정상적인 세포 활동이 유지되는 예를 인체 '세포 소기관' 안에 있는 핵산 구조물에서 찾아서 기술하시오.

(d) 제시문 (라)에 언급된 히스톤 단백질의 꼬리에 있는 아미노산 중 리신에 아세틸화가 일어나면 아세틸 리신으로 변하게 된다(그림 4). 이런 아세틸화는 연속된 뉴클레오솜-뉴클레오솜 구조에 어떤 변화를 일으킬 것인지 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논술하시오.

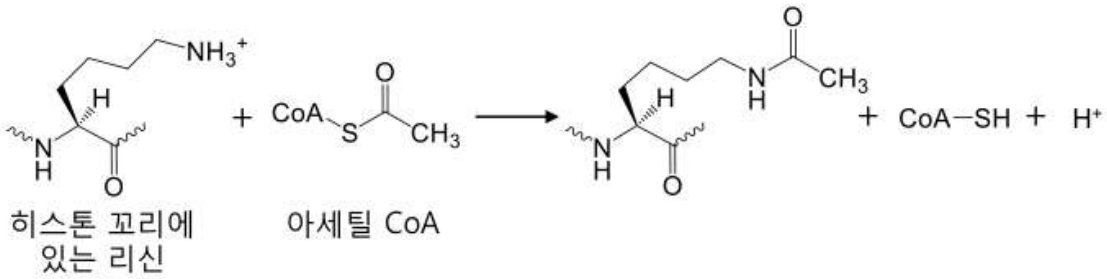


그림 4. 아세틸 리신의 형성

(e) 위 질문 (d)에는 아세틸화가 일어난 뉴클레오솜이 언급되었다. 그 뉴클레오솜 주위를 휘감는 DNA에 암호화된 유전자의 발현은 어떻게 변할 것인지 예측하고 그 이유에 대해서 논술하시오.

(f) 제시문 (마)에 나온 고양이 복제에서 핵을 제공했던 고양이와 복제해서 태어난 고양이의 털 색깔의 패턴이 왜 달랐을까? 그 이유에 대해서 제시문 (다), (라), (마)에 근거하여 논술하시오. 고양이의 성별은 사람과 마찬가지로 XX, XY 염색체에 의해 결정되며, 털 색깔을 결정하는 유전자에는 서로 다른 색깔을 지정하는 2개의 대립형질(B와 B')만 있다고 가정한다.