Ⅳ. 2011학년도 고려대학교 논술모의고사 문제(자연계)

※주의사항 : 논제 1은 필수로 풀고 논제 2, 3, 4 중 두 문제를 선택해서 답안을 작성하시오.

(가)

아래 그림과 같이 원 C는 중심이 x축 위에 있고 반지름이 1인 원이다. 원 C_i는 다음과 같은 조건을 만족한다.

(1) 원 C_i는 반지름이 a이고, 원 C에 접한다. (단, $i=1,...,n$)
(2) 원 C_1의 중심은 x축 위에 있다.
(3) 원 C_i는 원 C_{i+1}에 접한다. (단, $i=1,...,n-1$)
(4) 원 C_n은 원 C_1에 접한다.

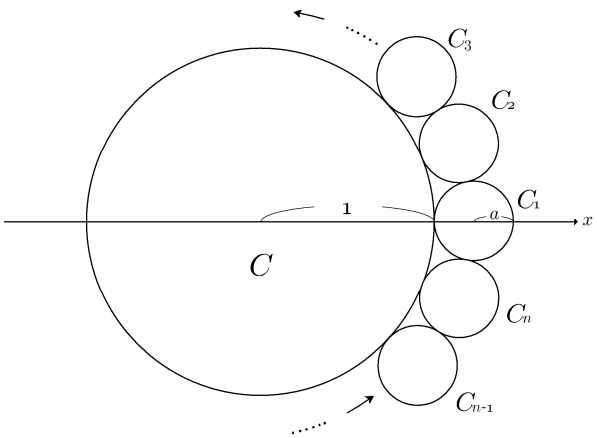


그림 1

논제 1(필수).

(a) a와 n 사이의 관계를 구하시오.

(b) 조건 $a<1$을 만족하는 n의 범위를 구하시오.

(c) 원 $C_1,\cdots,C_n$들의 둘레의 합을 $L(n)$이라 할 때, 극한값 $\lim_{n\to\infty} L(n)$을 구하시오.

(d) 원 $C_1,\cdots,C_n$들을 x축으로 회전시킨 회전체의 부피의 합을 $V(n)$이라 할 때, 극한값 $\lim_{n\to\infty} nV(2n)$을 정적분 형태로 표현하시오.

(나)

생물체는 다양한 방법으로 유전자의 발현을 조절한다. 1960년대 초반 프랑스의 생화학자 자콥과 모노는 대장균에서 젖당분해에 관여하는 효소를 연구하던 중에 유전자의 발현 조절 과정을 발견하였다. 대장균은 평상시에는 젖당을 분해하는 효소를 만들지 않으나, 젖당이외의 다른 에너지원이 없으면 대장균은 젖당을 분해하는 효소를 만들어낸다. 이 때, 만들어진 효소들(효소 A, B, C)은 하나의 조절 부위에 의해 조절되며 이러한 복합체를 젖당 오페론이라고 부른다 (그림 2).

(다)

젖당 오페론에서 세 가지 효소에 대한 유전 정보를 가지고 있는 유전자를 구조 유전자라 하며, 이 유전자는 근처에 위치한 작동 유전자에 의하여 발현이 조절된다. 젖당이 세포 속에 없으면, 조절 유전자의 산물인 억제 단백질이 작동 유전자에 결합하여 구조 유전자의 전사를 억제한다. 젖당이 세포 속에 많이 존재하게 되면 젖당이 억제 단백질과 결합, 억제 단백질의 구조를 변형시켜 작동 유전자와 결합하는 것을 방해하고, 작동 유전자가 활성화되어 구조 유전자의 전사가 시작된다. 작동 유전자 옆에 위치한 프로모터는 RNA 중합 효소와 결합하는 부위로 구조 유전자의 전사를 조절한다.

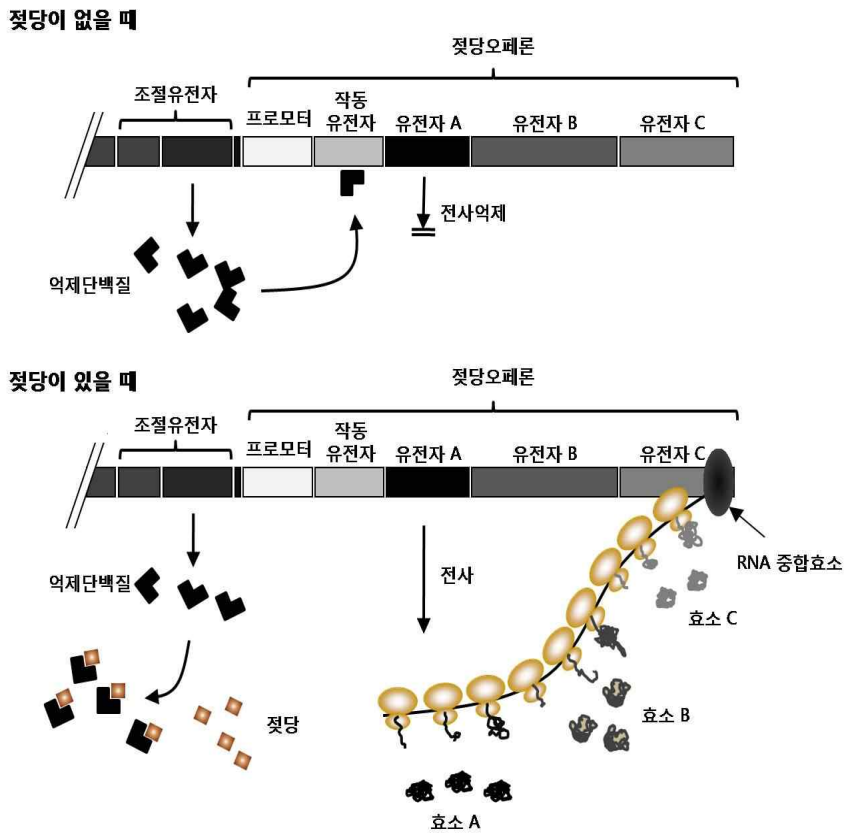


그림 2 젖당오페론과 유전자 발현 조절

(라)

위와 같은 전사 과정에서 전사가 얼마나 일어나는지 관측하기 위해 과학자들은 녹색형광단백질을 많이 이용한다. 즉, 전사과정을 관찰하고 싶은 유전자에 녹색형광단백질을 만드는 유전자를 삽입시켜 함께 발현이 가능하도록 유전자 조작을 할 수 있다. 이렇게 발현된 녹색형광단백질은 자외선을 쬐어주면 이를 흡수하여 녹색 빛을 방출한다. 방출된 녹색 빛의 세기를 측정하면 전사가 얼마나 일어나는지 알 수 있다.

논제 2.

(a) 제시문 (나)는 젖당이 존재할 때 세 가지 효소의 전사가 일어남을 설명하고 있다. 그러나 자외선이나 화학 물질 등은 유전자의 돌연 변이를 유발하며 이 변이가 일어나면 젖당이 없어도 위 효소들의 전사가 일어나는 변형 대장균이 만들어질 수 있다. 어떠한 돌연 변이가 생겼을 때 이러한 현상이 나타날 수 있는지 논술하시오.

(b) 유전자 재조합과 같은 현대의 발달된 생명공학 기술을 이용하면 대장균에서 인슐린과 같은 인체에 유용한 단백질을 대량으로 생산할 수 있다. 제시문 (다)를 근거로 원하는 시기에 대장균으로부터 인슐린을 대량으로 생산할 수 있는 방법을 논술하시오.

(c) 실제 녹색형광단백질은 쬐어준 빛에너지 중 일부만 방출한다. 쬐어준 총 빛에너지에 대한 방출한 총 빛에너지의 비율을 방출효율이라 하자. 자외선 광자(파장 395nm) 100개를 쬐었을 때 평균적으로 47개의 녹색 빛 광자(파장 509nm)를 방출하는 녹색형광단백질의 방출효율은 얼마인지 구하여라. 단, 플랑크 상수 $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J・s 이다.

(마)

일반적인 화학반응에서 반응물과 생성물사이에는 동적인 화학평형이 이루어지며 이러한 평형은 평형상수로 나타내어진다. 다음 화학식은 A분자 *a*개와 B분자 *b*개가 반응을 하여 *c*와 *d*개의 C, D 생성물을 각각 만들어 내는 화학반응식이다.

$$a\ \mathrm{A} + b\ \mathrm{B} \rightleftharpoons c\ \mathrm{C} + d\ \mathrm{D}$$

여기서 양쪽 화살표(⇌)는 가역반응을 의미하며 이때 화학평형상수 K는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathrm{K} = \frac{[\mathrm{C}]^c[\mathrm{D}]^d}{[\mathrm{A}]^a[\mathrm{B}]^b}$$

[A], [B], [C], [D]는 각 화학종의 몰농도이다. 주어진 화학반응에 대하여 K는 상수이지만 평형상태에서 개별 화학종의 농도는 조건에 따라 변할 수 있다.

(바)

구강 내 세균은 음식물에 들어 있는 여러 탄수화물 중 포도당, 과당, 또는 자당을 먹고 산다. 세균은 당을 분해(해당작용)하여 발생하는 화학에너지를 얻고 부산물로서 산을 만들어 낸다. 이 산의 작용에 의해서 충치가 발생할 수 있다.

(사)

염화나트륨[NaCl(*s*)]과 같은 이온성 고체는 물[$H_2O(l)$]에 잘 용해되어 물속에서는 거의 대부분 $Na^+(aq)$와 $Cl^-(aq)$의 형태로 존재한다. 한편 치아의 표면(에나멜)을 이루고 있는 수산화인산칼슘[$Ca_5(PO_4)_3OH$]은 이온성 고체이지만 중성조건에서 물에 거의 녹지 않는다.

(아)

우리 몸은 혈중 pH가 7.35~7.45 범위에서 유지되어야 정상적인 생체활동을 할 수 있다. 체내의 탄산(H_2CO_3)과 짝염기인 탄산염이온(HCO_3^-)의 완충효과는 이러한 정상적인 pH 유지에 핵심적인 역할을 한다. 이산화탄소는 혈액 내 탄산의 주원료로서, 다음과 같은 가역반응에 의하여 탄산 및 탄산염이온으로 바뀐다.

$$CO_2(g) + H_2O(l) \rightleftharpoons H_2CO_3(aq) \rightleftharpoons HCO_3^-(aq) + H^+(aq)$$

하지만 외부의 변화가 너무 클 경우 이러한 완충작용을 할 수 없다. 예를 들면 호흡을 너무 빠르게 하는 과호흡증후군을 가진 환자의 경우, 정상 pH가 유지되지 못하여 현기증, 무기력감, 기절, 발작이 유발되거나 심지어 사망에 이를 수도 있다.

논제 3.

(a) $Ca_5(PO_4)_3OH$가 물에 녹아 이온으로 해리될 때 가역적인 화학 평형식을 쓰시오.

(b) 초콜릿이나 설탕 같은 단 음식을 섭취하고 양치질을 충분히 하지 않을 경우 충치가 발생하는 이유를 제시문 (마), (바)와 (사)에 근거하여 설명하시오.

(c) 제시문 (아)에 언급한 과호흡증후군을 가진 환자의 혈중 pH가 정상인에 비하여 어떻게 다를 것인가에 대해 논술하시오.

(자)

몸무게에서 지방이 차지하는 비율을 체지방률이라고 하는데, 체지방률이 지나치게 높으면 대장암을 포함한 다양한 질병에 걸리기 쉽다. 체지방률은 사람의 몸에 전극을 연결하고 약한 전류를 흘려 저항을 측정함으로써 간편하게 추정할 수 있다. 이 방법은 우리 몸의 다양한 구성 성분들이 밀도 차이는 크지 않지만 지방의 비저항이 뼈를 제외한 다른 성분에 비해 10배 이상 크다는 물리적 성질을 이용한 것이다.

그림 3과 같은 단순한 모형을 이용하여 이와 같은 방법으로 얼마나 정확하게 체지방률을 측정할 수 있는지 알아보자. 한 모서리의 길이가 1cm인 정육면체 모양의 두 가지 시료 A와 B를 준비한다. 두 시료는 무게가 같고, 저항은 각각 1Ω과 xΩ이다. 시료 A 두 개, 시료 B 여섯 개를 가지고 실험 (a)와 같이 부도체로 만들어진 십자형 격자에 채우고 윗면과 아랫면 사이의 저항을 측정한다. 두 시료를 지방과 비지방으로 생각하면 어떤 방식으로 채워도 동일한 체지방률을 갖는다. 하지만 체지방의 공간적인 분포에 따라 저항은 달라질 수 있다. 가능한 모든 경우에 대해 측정한 결과, 최대 저항과 최소 저항의 비가 약 5:3이 되었다.

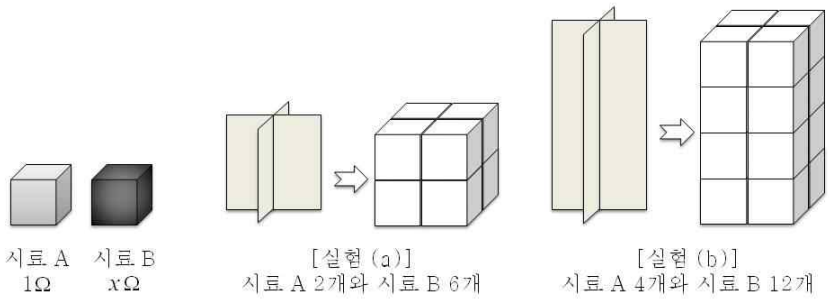


그림 3

(차)

비지방성 체액은 대부분 Na^+, K^+, 미네랄과 같은 체내 이온과 물로 구성된 반면, 지방조직 내부에는 이온이 거의 없다. 땀을 많이 흘릴 경우 물과 이온이 체내에서 빠져나가 전체적인 저항이 변한다. 이런 이유로, 체지방률 측정기의 사용설명서에는 측정 전에 심한 운동을 삼가라고 권장한다.

논제 4.

(a) 제시문 (자)의 실험 (a)의 결과를 통해 시료 B의 저항을 구하고, 최대 저항과 최소 저항의 경우 각각 시료 A와 B가 쌓인 모양을 추정하시오.

(b) 실험 (b)와 같이 시료 A의 비율을 25%로 유지하면서 16개의 시료를 4층 높이로 쌓는 경우, (a)의 결과로부터 저항이 최대나 최소가 되도록 쌓는 방법을 추정하고 최대 저항과 최소 저항의 비율을 구하시오.

(c) 제시문 (차)에서 서술한 바와 같이 체내 이온이 지방조직에는 없고 체액에는 많이 존재하는 이유에 대하여 설명하시오.