논 술(자연계)

※ 주의사항: 논제 1은 필수로 풀고, 논제 2, 3, 4 중 두 논제를 선택해서 답안을 작성하시오.

(가)

다항함수 $y=f(x)$와 임의의 정수 m,n,c에 대하여 그래프의 평행이동과 대칭이동을 이용하면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\int_m^n f(x)\,dx=\int_{m-c}^{n-c} f(x+c)\,dx, \qquad \int_m^n f(x)\,dx=\int_{-n}^{-m} f(-x)\,dx$$

마찬가지로, $\sum_{k=m}^{n} f(k)$도 위와 유사한 성질을 만족한다.

(나)

미분의 곱의 법칙을 이용하면 다항함수 $f(x), g(x)$에 대하여 다음과 같은 공식을 얻을 수 있다.

$$\int_a^b f'(x)g(x)\,dx=\Big[\ f(x)g(x)\ \Big]_a^b-\int_a^b f(x)g'(x)\,dx$$

(다)

연속함수 $f_n(x)$ $(n=0,1,2,\cdots)$에 대하여

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\int_a^b f_n(x)\,dx\right)=\int_a^b\left(\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)\right)dx$$

가 일반적으로 성립하진 않지만, 어떤 수열 $\{a_n\}$이 존재하여 $a\leqq x\leqq b$인 모든 x에 대하여 $|f_n(x)|\leqq a_n$이고 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$이 수렴하면 위의 등식이 성립한다.

(라)

다항함수 $f(x)$가 $f(a)=0$을 만족하면 $f(x)=(x-a)g(x)$인 다항함수 $g(x)$가 존재한다.

논제 1. (필수)

(a) 다항함수 $f(x)$가 모든 정수 n에 대하여 $f(n)+f(2-n)=(n-1)^{10}+2(n-1)^2$을 만족할 때, 제시문 (가)를 참고하여 극한값 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{11}}\sum_{k=2-n}^{n} f(k)$를 구하시오.

뒷장에 계속 ☞

(b) 제시문 (나)의 공식을 반복 이용하여 다음 정적분의 값을 구하시오.

$$\int_0^1 x^n(1-x)^n dx \quad \text{(단, } n \text{은 음이 아닌 정수이다.)}$$

(c) 무한급수 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n(n!)^2}{(2n+1)!}$을 (b)의 결과와 제시문 (다)를 이용하여 정적분 $\int_0^1 \frac{1}{p(x)}dx$의 꼴로 표시할 수 있음을 논리적으로 설명하고, 다항함수 $p(x)$를 구하시오. (단, $n!=n(n-1)\cdots 2\cdot 1$이고 $0!=1$이다.)

(d) 다항함수 $f(x)$에 대하여 극한값 $\lim_{x\to a}\frac{1}{(x-a)^3}\left(\int_a^{\frac{a+x}{2}} f(t)\,dt - \int_{\frac{a+x}{2}}^{x} f(t)\,dt\right)$이 존재하기 위한 $f'(a)$의 조건을 제시문 (라)를 이용하여 구하고, 그 극한값을 구하시오. (단, 로피탈의 정리를 사용하지 마시오.)

뒷장에 계속 ☞

(마)

단백질이 합성되려면 리보솜에 결합된 mRNA 코돈의 순서에 따라 아미노산을 운반해 오는 수송체가 있어야 하는데, 이 역할을 담당하는 것이 tRNA이다. tRNA의 한쪽 끝에는 특정 아미노산 결합 부위가 있고, 그 반대쪽에는 3개의 염기로 구성된 mRNA 결합 부위가 있다. 이 3개의 염기로 이루어진 염기서열은 mRNA의 코돈과 상보적인 결합을 하므로 안티코돈이라고 한다. 특정 아미노산과 결합한 tRNA의 안티코돈이 mRNA의 코돈과 상보적으로 결합함으로써 mRNA의 코돈에 알맞은 아미노산이 운반된다. 단백질 합성은 개시코돈(AUG)에서 시작되며, 리보솜이 종결코돈(UAA, UAG, UGA)을 만나면 이를 인식하는 tRNA가 없기 때문에 단백질 합성이 종결된다.

(바)

일반적으로 대장균에 외부 유전자를 도입하기 위해 플라스미드를 사용한다. 과학자들이 유전자 X를 가진 플라스미드를 도입한 균주들을 가지고 연구하던 중, 유전자 X로부터 생성되는 단백질 X가 정상 길이보다 짧은 길이로 만들어지는 균주를 우연히 발견하였다. 이 균주를 관찰한 결과 유전자 X의 한 염기가 다른 염기로 변이된 것을 알게 되었다.

(사)

하나의 mRNA에 유전자 A, B, C의 유전정보를 포함하는 플라스미드를 제작하였다. 인접한 유전자는 종결코돈과 개시코돈이 바로 연결되어 있다(그림 1-a). 이 플라스미드를 다양한 대장균 돌연변이체에 도입한 후 단백질들의 발현을 조사하였다(그림 1-b).

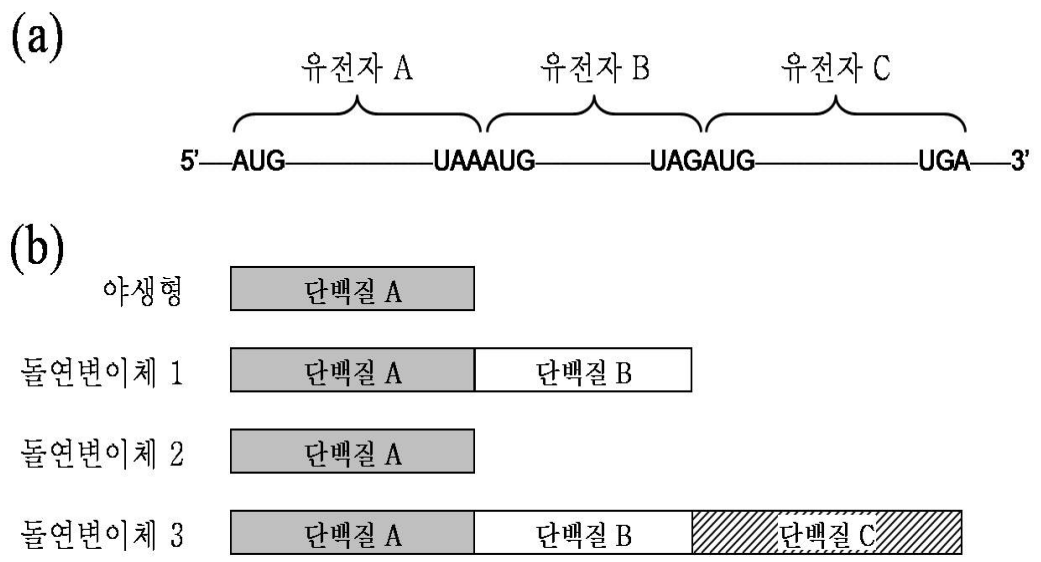


그림 1 (a) 유전자 A, B, C의 유전정보를 포함하는 mRNA의 개략적 그림
(b) 대장균 야생형과 돌연변이체에서의 단백질 발현 결과

(아)

RNA의 화학적 조성은 DNA와 유사하지만 단일 사슬 형태이며 RNA를 이루는 인접한 염기 간의 거리는 약 0.5 nm이다. RNA를 구성하는 염기 중 아데닌과 우라실, 시토신과 구아닌, 그리고 우라실과 구아닌은 각각 수소결합을 통해 상보적 염기쌍을 이룬다. 단일 사슬 형태로 존재하는 RNA는 그림 2처럼 스스로 상보적 염기쌍을 이루기도 하는데 이를 머리핀 구조라 한다. 머리핀 구조의 상보적 염기쌍은 결합에너지를 가진다. 이 결합에너지를 측정하기 위해 그림 2에서 보듯이 머리핀 구조 RNA 분자의 5′ 말단을 고정하고,

뒷장에 계속 ☞

3′ 말단을 서서히 잡아당기며 머리핀의 상보적 결합 부위가 풀리는 것을 조사한 결과 그림 3과 같은 힘과 이동거리 사이의 그래프를 얻었다. (여기서 $1\,\mathrm{nm}=10^{-9}\,\mathrm{m}$, $1\,\mathrm{pN}=10^{-12}\,\mathrm{N}$이다.)

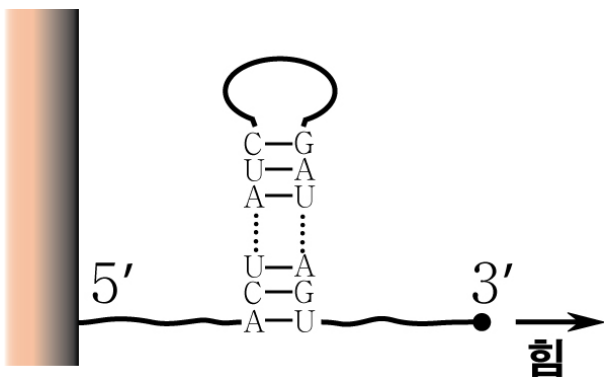


그림 2

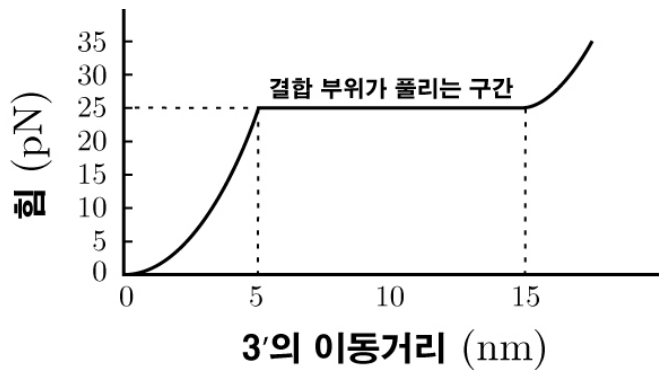


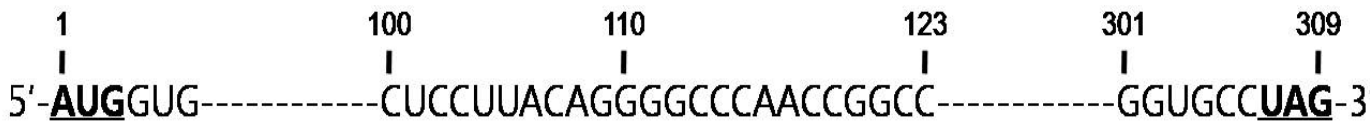
그림 3

논제 2. (선택)

※ 주의사항: 제시문의 내용을 그대로 옮겨 적을 경우 감점이 될 수 있습니다.

(a) 제시문 (바)에서 단백질로 번역되는 유전자 X는 309개의 염기로 이루어져 있다. 관찰된 짧은 단백질의 크기로 보아 염기서열 100에서 123번째 사이에서 돌연변이가 일어났음을 알 수 있었다. 아래에 제시된 유전자 X의 부분적인 mRNA 염기서열을 보고 가능한 돌연변이를 추정하시오. (진하게 표시되어 있는 AUG와 UAG는 단백질번역 개시코돈과 종결코돈을 각각 나타낸다. 염기 위의 숫자는 염기의 위치를 의미한다.)

유전자 X의 mRNA 염기서열



(b) 제시문 (바)의 돌연변이 된 유전자 X를 가지고 있는 플라스미드를 분리 정제한 후, 다양한 대장균 돌연변이체에 도입시켰다. 이때 흥미롭게도 돌연변이 된 유전자 X로부터 정상길이의 단백질 X를 발현하는 돌연변이체를 발견하였다. 그러나 플라스미드의 염기서열은 대장균에 도입시키기 전과 동일하였다. 대장균 돌연변이체에서 이러한 현상이 일어난 원인을 제시문 (마)를 근거로 논술하시오.

(c) 제시문 (사)에서 언급된 돌연변이체 2와 3은 서로 다른 길이의 단백질을 발현한다. 그 원인을 제시문 (마)와 (바)를 근거로 논술하시오. (단, 돌연변이체 1은 (b)에서 발견된 균주이며, 새로운 돌연변이체 3은 돌연변이체 1과 2가 가지고 있는 돌연변이를 모두 가지고 있다.)

(d) 제시문 (아)의 실험에서 상보적 염기쌍의 개수와 염기쌍 한 개당 평균 결합에너지를 kJ/몰 단위로 추정해 보시오. (단, 필요한 경우 아보가드로의 수는 6×10^{23}을 사용하시오.)

뒷장에 계속 ☞

(자)

화학반응을 기술하는 데 있어서 중요한 두 가지 요소는 반응속도상수(k)와 평형상수(K_{eq})이다. 반응속도상수는 생성물이 얼마나 빨리 만들어지는지를 결정하며, 평형상수는 반응이 완료되어 동적평형이 이루어졌을 때 반응물과 생성물의 농도 비율(생성물농도÷반응물농도)을 나타낸다. 반응물이 전이상태를 거쳐 생성물로 바뀌는 과정에서의 에너지변화를 나타낸 그림을 '에너지경로도'라고 한다(그림 4). 반응속도상수와 평형상수는 에너지경로도에 의해 좌우된다. 반응온도 T가 일정하게 유지될 때, 반응속도상수는 활성화에너지(E_a)의 크기에 의해 지배된다. 즉, 활성화에너지가 작으면 반응속도상수가 크고, 활성화에너지가 크면 반응속도상수가 작다. 한편 평형상수는 반응물과 생성물 간의 에너지 차이인 반응열(ΔH)에 의해 좌우된다. 반응물과 생성물의 엔트로피(무질서도) 차이를 무시할 수 있다면, 평형상수는 발열반응($\Delta H < 0$)에서는 크고 흡열반응($\Delta H > 0$)에서는 작다. 반응속도상수와 평형상수는 온도 T에 따라 변화하며 다음과 같은 함수로 나타낼 수 있다.

$$\text{반응속도상수 } k = A \times 10^{-0.05\,E_a/T}, \qquad \text{평형상수 } K_{eq} = B \times 10^{-0.05\,\Delta H/T}$$

주어진 화학반응에서 A와 B는 상수이며 T는 절대온도이다.

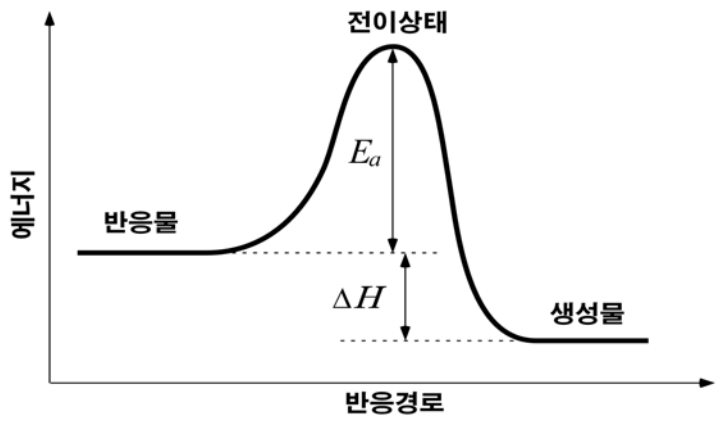


그림 4 화학반응의 에너지경로도

(차)

그림 5-a와 같이 반응물 A가 두 종류의 생성물 B와 C를 가역적인 반응경로를 통하여 동시에 생성하는 반응을 연구하였다. 실험초기에 반응물 A만을 반응용기에 넣어 반응을 진행시키고, 시간에 따른 농도 [B]와 [C]를 동시에 측정하여 그림 5-b와 같은 실험결과를 얻었다. 두 반응 모두 발열반응이고, 실험도중 온도는 300K로 유지되었다.

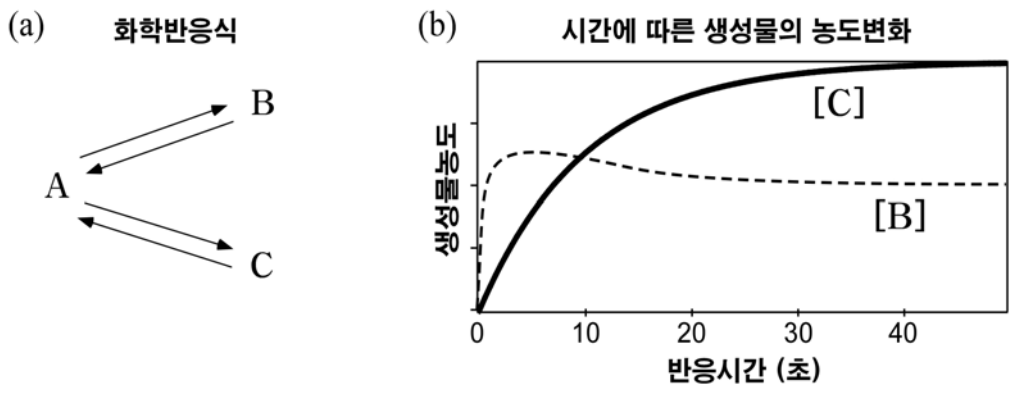


그림 5 (a) 화학반응식 (b) 반응생성물의 시간에 따른 농도변화

뒷장에 계속 ☞

(카)

촉매는 반응의 활성화에너지를 감소시켜 반응을 촉진시킨다. 효소는 생명체에서 촉매의 역할을 한다. 효소에서 기질과 결합하는 부위를 활성부위라고 하며, 효소는 활성부위와 입체구조가 맞는 기질하고만 결합한다. 한편, 효소의 활성을 방해하는 물질로 경쟁적 저해제와 비경쟁적 저해제 두 종류가 있다. 경쟁적 저해제는 효소의 활성부위에 기질과 경쟁적으로 결합함으로써 효소-기질 복합체의 형성을 방해하여 효소활성을 저해한다. 비경쟁적 저해제는 효소의 활성부위가 아닌 다른 부위에 결합하여 활성부위의 구조를 변형시킴으로써 효소-기질 복합체의 형성을 방해하여 효소활성을 저해한다.

효소 E의 활성을 억제할 수 있는 저해제 A와 B가 있다. 효소 E'은 효소 E에서 기질 결합부위가 아닌 다른 부위에 돌연변이가 일어난 효소이다. 저해제 처리에 따른 두 효소의 활성을 측정한 결과 표 1과 같은 결과를 얻었다.

	저해제 없음	저해제 A	저해제 B
효소 E	**활성 있음**	활성 없음	활성 없음
효소 E'	**활성 있음**	활성 없음	**활성 있음**

표 1 저해제 처리에 따른 효소활성 여부

논제 3. (선택)

※ 주의사항: 제시문의 내용을 그대로 옮겨 적을 경우 감점이 될 수 있습니다.

(a) 그림 5의 화학반응에서 초기에 B만을 가지고 반응을 시작할 경우 B는 반응물, C는 생성물, 그리고 A는 반응을 매개하는 분자인 중간생성물이라고 생각할 수 있다. 제시문 (차)와 그림 5에서 제시한 실험결과에 근거하여 A, B, C의 상대적인 에너지 차이와 활성화에너지의 차이에 대해서 논술하고, 이 결과를 바탕으로 B ⇄ A ⇄ C 반응에 대한 전체적인 에너지경로도를 하나로 그려보시오.

(b) (a)에서 완전한 평형(평형 1)에 도달한 후 반응용기의 온도를 300 K에서 400 K로 순간적으로 증가시켜 그 온도로 유지하면 B와 C의 농도가 변화한다. 그 이후, 오랜 시간이 흘러 새로운 평형(평형 2)이 이루어졌을 때, 평형 2에서의 농도 [B], [C]가 평형 1에서의 농도 [B], [C]와 어떻게 다른가를 제시문 (자)에 근거하여 논술하시오.

(c) 제시문 (카)에서 저해제 B가 경쟁적 저해제인지 비경쟁적 저해제인지 결정하고, 저해제 B가 있음에도 불구하고 효소 E'이 활성을 보이는 이유를 논술하시오.

뒷장에 계속 ☞

(타)

물체가 균일한 속력 v로 반지름 a인 원주 위를 운동하는 경우, 물체의 중심각 θ의 시간 t에 대한 변화율을 각속도 ω라 하면 $v=a\omega$가 된다. 이를 이용하면 반지름이 a인 수레바퀴가 균일한 각속도 ω로 미끄러지지 않고 굴러갈 때 회전축의 진행속력이 $a\omega$가 됨을 알 수 있다.

(파)

철수는 물리시간에 배운 지식을 바탕으로 역학적 에너지를 다른 형태의 에너지로 변환하는 실험을 고안하였다.

실험 1 그림 6과 같이 반지름이 a인 두 개의 원판을 폭이 H인 지지대에 걸쳐 평행하게 돌아가게 하고 질량이 M인 저항 R이 달린 회로를 원판의 점 C에 연결한다. 원판의 바닥과 같은 높이에 마찰이 없는 도르래를 설치하여 원판이 회전하는 동안 회로의 모양은 꺾인 직사각형 형태를 유지하도록 한다. 저항 이외의 모든 부분의 질량을 무시하며 직사각형 회로 이외의 부분은 부도체이다. 이 장치를 자기장 B가 중력방향으로 지나가는 공간에 설치한다. 이제 원판의 회전축을 그림 7처럼 균일한 각속도 ω로 회전시킨다. 회로가 원판에 연결된 점 C가 최고점에 도달하는 순간을 시간 $t=0$이라고 하고 C가 한 바퀴 돌아 다시 최고점으로 돌아올 때를 $t=T$라고 하자. 위에서 회로를 내려다볼 때 반시계방향을 양의 방향으로 잡고 전류의 크기와 방향을 측정하여 $t=0$에서 T까지 전류−시간 그래프를 얻는다.

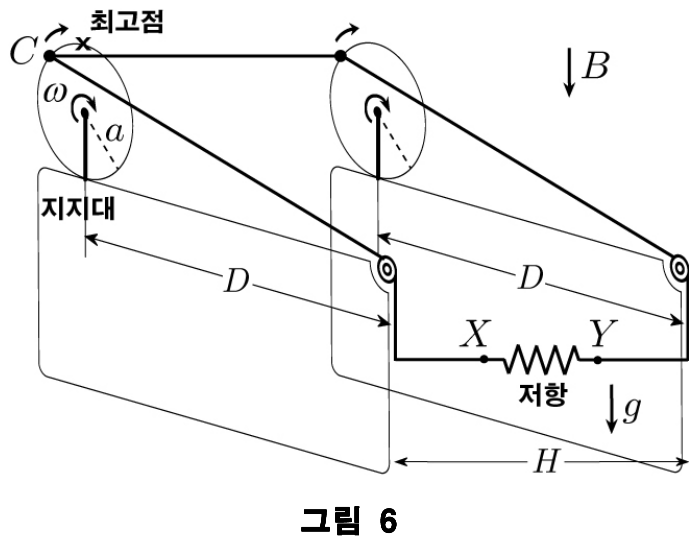


그림 6

실험 2 그림 8과 같이 실험 1의 장치에서 지지대를 제거한 후 원판을 실험 1에서와 같은 각속도 ω로 미끄러지지 않게 굴린다. 실험 1과 같은 방식으로 나머지 실험을 진행하여 $t=0$에서 T까지 전류−시간 그래프를 얻는다.

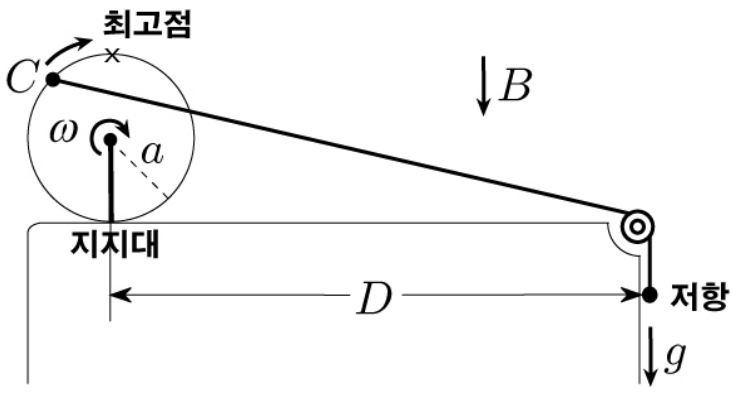


그림 7 지지대에 고정하여 회전시키는 경우

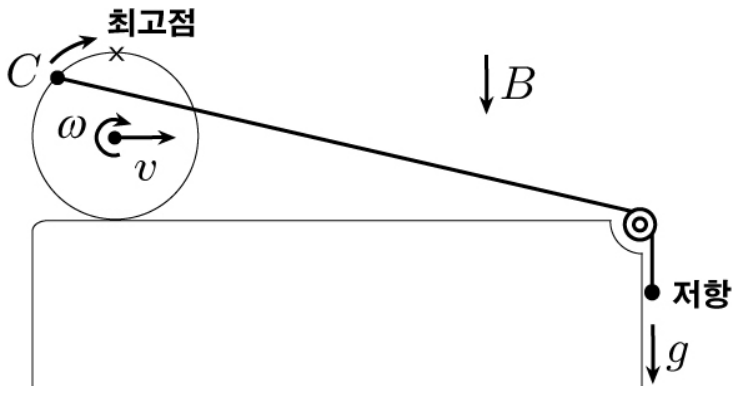


그림 8 미끄러지지 않게 굴리는 경우

(하)

구리는 전선의 재료로 흔히 쓰이는 금속이다. 하지만 광산에서 캐낸 구리광석은 불순물을 포함하고 있어서 전기전도도가 많이 떨어진다. 금속의 제련 방법 중 하나인 전기분해를 이용하면 황동광과 같은 광석으로부터 전선으로 사용할 수 있을 정도의 순도 높은 구리를 추출할 수 있다. 예를 들어 황동광과 구리판을 황산구리($CuSO_4$) 수용액에 담그고 전위차를 가하면 순도 99.9%의 구리가 얻어진다.

뒷장에 계속 ☞

논제 4. (선택) 제시문 (타), (파), (하)를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(a) 실험 1에서 철수가 얻은 전류−시간 그래프를 구하고, 그 과정을 설명하시오.

(b) 실험 2의 전류로부터 실험 1의 전류를 뺀 전류−시간 그래프를 구하고, 그 과정을 설명하시오.

(c) 실험 1에서 저항의 질량이 $2M$일 때 질량이 M인 경우와 비교해 원판이 한 바퀴 도는 동안 철수가 한 일 W가 어떻게 변화하는지 논술하시오.

(d) 그림 6의 두 전극 X와 Y로부터 저항을 제거하고 전기분해 장치를 만들어 황동광에서 순수한 구리를 얻고자 한다. 실험 1과 2의 두 방법 중 어느 것이 더 적합할지 논술하고, 이때 두 전극을 황동광과 구리판에 각각 어떻게 연결해야하는지 그리시오. 또한, 구리판에서 일어나는 화학반응식을 제시하시오.