논 술 (자연계)

(가)

자동차의 연료효율을 정량적으로 나타내는 개념이 연비이다. 연비란 어떤 자동차가 단위 에너지를 이용해 평지에서 달릴 수 있는 거리로 정의된다. 관성의 법칙에 의하면, 자동차가 평지에서 일정한 속도를 유지하는 데에는 힘이나 에너지가 필요하지 않으며, 이 경우 연비는 무한대가 될 것이다. 그러나 실제 상황에서는 다양한 형태의 마찰력과 저항력이 자동차의 운동을 방해하기 때문에, 엔진으로부터 이에 대응하는 추진력이 지속적으로 공급되지 않으면 자동차는 멈춰 버린다. 잘 정비된 자동차의 경우 엔진으로부터 바퀴축까지 추진력을 전달하는 내부 동력전달장치의 마찰은 매우 작으며, 적절한 압력을 유지하는 타이어와 외부 도로면 사이의 마찰은 굴림 운동으로 이어질 뿐 자동차의 운동을 방해하지 않는다. 결국 평지를 달리는 자동차의 운동을 방해하는 가장 큰 힘은 공기에 의한 저항력이다. 공기의 저항력은 공기 분자가 앞으로 나아가는 자동차와 충돌하며 전달하는 충격량 때문에 발생하며, $F=kv^2$의 형태로 자동차 속도 v의 제곱에 비례한다. 여기서 k는 자동차의 모양과 공기의 밀도에 의해 결정되는 상수이다.

한편, 공기저항에 대응하는 추진력과는 별도로 단순히 자동차의 엔진을 켜두기 위해서는 일정한 에너지를 지속적으로 소모해야 한다. 엔진을 켜두기 위해서 단위시간당 소모되는 에너지는 자동차의 속도와 상관없이 일률 P로 일정하다.

이처럼 자동차의 연료소모는 공기의 저항력 F와 엔진의 구동을 위한 기본출력 P에 의해 결정된다. 자동차가 속도를 내기 어려운 도심에서는 기본출력에 의한 에너지 손실이, 시원하게 뚫린 고속도로에서는 공기에 의한 저항력이 각각 연비를 결정하는 중요한 요소이다. 엔진을 설계할 때에는 열효율의 극대화와 함께 기본출력의 최소화가 중요하며, 자동차의 외관을 설계할 때에는 멋과 함께 공기저항의 최소화라는 점이 고려된다. 운전자의 입장에서는, 연비가 최대가 되는 경제속도를 준수하는 것이 에너지 낭비와 환경오염을 줄일 수 있는 방법이다.

논제 1. 제시문 (가)를 이용하여 다음에 답하시오.

(a) 공기의 저항력을 무시할 수 있는 낮은 속도로 주행 중인 경우와 기본출력에 의한 연료소모를 무시할 수 있는 높은 속도로 주행 중인 경우 각각에 대해서 연비를 구하시오.

(b) 공기저항과 기본출력 모두를 고려한 경우의 연비를 구하고, 이를 속도에 대한 그래프로 그리시오.

(c) 경제속도를 구하시오.

뒷장에 계속 ☞

(나) [평균값의 정리] 함수 $y=f(x)$가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이고, 개구간 (a,b)에서 미분가능하면 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c가 개구간 (a,b) 안에 적어도 하나 존재한다.

(다) 형과 동생이 일직선 도로에서 자전거 시합을 한다. 동생은 출발선으로부터 50지점에서 출발하기로 하였다. 둘이 동시에 출발하여 T초 후 형은 200미터 지점을, 동생은 150미터 지점을 통과하였다. 출발 t초 후 형의 위치를 $x_1(t)$미터라 하고 동생의 위치를 $x_2(t)$미터라 하면 운동의 물리적 특성으로 인해 $x_1(t)$와 $x_2(t)$는 폐구간 $[0,T]$에서 연속이고, 개구간 $(0,T)$에서 미분가능한 함수로 볼 수 있다. 따라서 형과 동생의 속도는 각각 $v_1(t)=x_1'(t)$미터/초와 $v_2(t)=x_2'(t)$미터/초로 표시할 수 있다.

(라) 평면 위를 움직이는 점 P의 좌표가 시간 t초 일 때 $P(x(t),y(t))$로 주어졌다고 하자. $x(t)$와 $y(t)$가 미분가능하면 속도벡터 $\overrightarrow{v(t)}$는 $\overrightarrow{v(t)}=(x'(t),y'(t))$이며 속력은 $|\overrightarrow{v(t)}|=\sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2}$이다.

(마) 구간 $0\le x\le a$에서 정의된 연속함수 $f(x)$와 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$가 다음의 성질을 가진다고 하자.

$F(a)=\int_0^a f(t)dt=1$이고, 구간 $0\le x\le a$ 안의 모든 x에 대해 $f(x)=3\{F(x)\}^2+1$이 성립한다.

논제 2. 제시문 (나)를 활용하여 다음 문항에 답하시오.

(a) 제시문 (다)에서 형의 속도가 동생의 속도의 두 배가 되는 시점, 즉 $v_1(t)=2v_2(t)$가 되는 t가 개구간 $(0,T)$ 안에 존재함을 설명하시오.

(b) 제시문 (라)와 관련하여 아래 주장의 문제점을 지적하시오.

$x(t)$와 $y(t)$가 폐구간 $[t_1,t_2]$에서 연속이고, 개구간 (t_1,t_2)에서 미분가능하면 평균값의 정리에 의해

$$x'(s)=\frac{x(t_2)-x(t_1)}{t_2-t_1},\quad y'(s)=\frac{y(t_2)-y(t_1)}{t_2-t_1}$$

를 만족하는 s가 t_1과 t_2 사이에 존재하고, 이 때 속력은 다음과 같다.

$$|\overrightarrow{v(s)}|=\frac{\sqrt{(x(t_2)-x(t_1))^2+(y(t_2)-y(t_1))^2}}{t_2-t_1}$$

논제 3. 제시문 (마)에 대하여 다음 문항에 답하시오.

(a) 구간 $(0,a)$에서 $y=\{F(x)\}^3$의 도함수를 $f(x)$를 이용하여 표현하시오.

(b) 구간 $[0,a]$에서 곡선 $y=f(x)$와 x축, 두 직선 $x=0$과 $x=a$로 둘러싸인 도형을 x축 둘레로 회전하여 얻은 회전체의 부피를 구하시오.

뒷장에 계속 ☞

(바)

옛날 우리 조상들은 더럽혀진 옷들을 물에 적셔 바위에 두드려 세탁을 하고, 창포를 삶은 물에 머리를 감았다. 그러나 지금은 많은 종류의 세제가 개발되어 우리 일상생활을 편하게 해주고 있다.

옷에 묻은 기름때를 비누로 세척하는 원리는 다음과 같다. 비누 분자는 물 분자와 친화력이 커서 물과 잘 섞이는 친수성기 부분과 물 분자와 친화력이 작아 물과는 잘 섞이지 않는 소수성기 부분으로 구성되어 있다. 비누가 물속에서 기름때와 만나면 소수성기 부분이 기름때가 있는 곳에 붙고 친수성기 부분은 물 쪽으로 향하여 기름때를 둥그렇게 둘러싸며 미셀을 형성한다. 비누 분자에 둘러싸여 있는 분산된 기름때는 다시 모여질 수 없으므로 물에 의해 씻겨 내려가게 된다.

(사)

생명체에서 중요한 역할을 담당하고 있는 물질중의 하나인 스테로이드는 테르펜류 지질의 일종이며 일반적으로 탄소 고리 4개가 연결된 구조를 가지고 있다. 스테로이드는 고리부위에 부착되어 있는 가지의 형태와 고리부위의 산화상태에 따라 다양한 형태로 나뉘며, 이들이 생명체에서 수행하는 기능도 다양하다. 성 호르몬과 담즙산은 스테로이드의 대표적인 예이다.

성 호르몬은 생식과 관련된 여러 신체 활동을 야기한다. 유년기를 지나면서 나타나는 2차 성징 발현이 대표적인 성 호르몬의 기능이다. 성 호르몬은 당단백질 형태로 존재하는 호르몬에 의해 영향을 받는다. 남성 호르몬(안드로겐, 그림 1)과 여성 호르몬(에스트로겐, 그림 2)의 구조는 매우 비슷하지만 작은 차이로 인해 남성을 남성답게, 여성을 여성답게 만든다. 성 호르몬은 여성의 생식주기를 조절하는 기능도 수행한다.

담즙(쓸개즙)은 음식물에 포함된 지방성분의 소화를 돕는 소화액으로서, 간에서 만들어져 쓸개에 보관되었다가 십이지장으로 분비된다. 담즙에는 콜산, 키노디옥시콜산, 타우로콜산, 글라이코콜산 등의 담즙산이 포함되어 있으며, 이 중 타우로콜산은 콜산과 타우린 사이에 아미드 결합이 형성되면서 만들어진다. 분비된 담즙산은 장 속의 약한 염기성 조건에서 담즙산염으로 변화하며, 타우로콜산으로부터 얻어지는 담즙산염의 화학구조는 그림 3과 같다.

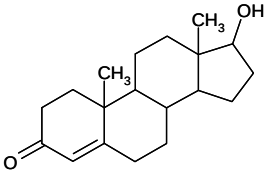


그림 1

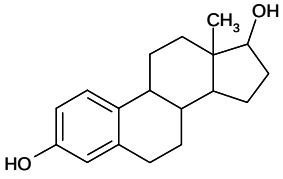


그림 2

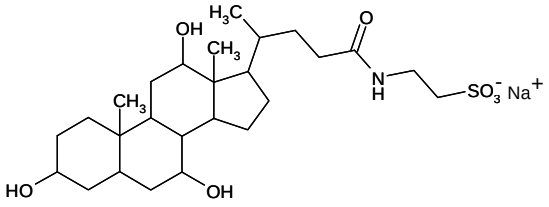


그림 3

뒷장에 계속 ☞

(아)

사람의 생식 세포는 뇌하수체에서 분비되는 호르몬에 의해 정소와 난소의 작용이 활발해져서 형성된다. 남성의 정자는 정소 안에 있는 정원 세포로부터, 여성의 난자는 난소의 난원 세포로부터 감수 분열에 의해 만들어진다. 난자가 난소에서 배란될 때에는 제2난모 세포 상태이며, 정자와 수정하면 동시에 제2감수분열이 완료된다. 같은 수의 난원 세포와 정원 세포가 각각 감수분열하더라도 난자보다 더 많은 수의 정자가 생산된다.

일반적으로 부모가 있는 생명체의 경우 생식 세포가 형성 될 때 일어나는 감수분열은 유전적 다양성을 제공하는 중요한 수단이다. 감수분열 과정에서 부모로부터 물려받은 염색체가 섞여서 다양한 조합을 만들기 때문이다. 이 때 같은 조합을 갖는 생식 세포가 생길 확률은 매우 낮다. 또한 염색체의 수가 많을수록 나타날 수 있는 유전적 다양성도 높아진다. 이 유전적 다양성은 진화를 이끄는 원동력이다.

난자와 정자는 여성의 몸속에서 만나 수정란이 된다. 수정란이 수정직후부터 세포 분열을 하여 많은 세포 덩어리 상태로 자궁의 내벽에 파묻히는 과정을 착상이라 하고, 착상된 상태를 임신이라 한다.

논제 4.

(a) 콜산과 타우린으로부터 타우로콜산이 형성되는 화학반응을 구조식을 이용하여 설명하고, 타우로콜산염이 지방의 소화를 돕는 원리를 제시문 (바)의 논리를 이용하여 설명하시오.

(b) 휘발유와 물을 99대 1의 비율로 섞어 만든 혼합 용매가 비커 A와 B에 담겨 있다. 비커 A에만 제시문 (사)의 타우로콜산염을 첨가하였다. 비커 A와 B를 충분한 시간동안 흔들어 준 후 안정화될 때까지 기다렸다. 각각의 비커에서 일어난 상황을 제시문 (바)에 근거하여 기술하고, 제시문 (바)와 비커 A에서 일어난 현상의 차이점을 논술하시오.

논제 5.

(a) 제시문 (사)에 소개된 성 호르몬의 분비조절 과정을 설명하고, 여성 생식 주기를 조절하는 성 호르몬의 메커니즘에 대해서 간략하게 설명하시오.

(b) 사람의 정원 세포와 난원 세포가 감수분열 할 때 나타나는 차이점을 비교하시오.

(c) 사람의 난자 한 개와 정자 한 개가 수정했을 때 수정란이 가질 수 있는 염색체 조합의 수는 2^{46}개이다. (단, 염색체 모양이나 수는 정상인과 같고, 감수분열 중 연관이나 교차는 없었다고 가정한다.) 이런 유전적 다양성이 어떻게 만들어지는지 제시문 (아)를 참조하여 논술하시오.