논 술 (자연계)

(가)

삼차정사각행렬 A와 B에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$A\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&\frac{1}{2}&\frac{1}{3}\\0&\frac{1}{2}&\frac{1}{3}\\0&0&\frac{1}{3}\end{pmatrix},\quad B\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&\frac{1}{2}\\-1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

자연수 n에 대하여 좌표공간 위의 점 $P_n(a_n,b_n,c_n)$과 $Q_n(d_n,e_n,f_n)$의 성분이 다음 등식에 의해 정의된다.

$$A^n\begin{pmatrix}7\\5\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_n\\b_n\\c_n\end{pmatrix},\qquad B^n\begin{pmatrix}7\\5\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}d_n\\e_n\\f_n\end{pmatrix}.$$

논제 1.

(a) 원점 O와 세 점 $R(1,0,0)$, $S(1,1,0)$, $T(1,1,1)$에 대하여 $\overrightarrow{OP_n}=x_n\overrightarrow{OR}+y_n\overrightarrow{OS}+z_n\overrightarrow{OT}$를 만족하는 실수 x_n, y_n, z_n을 찾으시오.

(b) 원점 O와 두 점 P_n, P_{n+1}에 의하여 만들어지는 삼각형 $\triangle OP_nP_{n+1}$의 둘레의 길이를 ℓ_n이라고 할 때, 극한 $\lim_{n\to\infty}\ell_n$의 값을 구하시오.

(c) 원점 O와 세 점 P_n, Q_n, Q_{n+1}에 의하여 만들어지는 사면체 $OP_nQ_nQ_{n+1}$의 부피를 V_n이라고 할 때, 극한 $\lim_{n\to\infty}V_n$의 값을 구하시오.

고려대학교

(나)

그림 1에서 xy 평면 위의 $x^2+y^2 \leqq 1$ 을 만족하는 영역을 x축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 A라고 한다.

그림 2에서 xy 평면 위의 $0 \leqq y \leqq a(1-x^2)$ 을 만족하는 영역을 x축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 B라고 한다. 단, a는 양의 실수이다.

그림 3은 그림 2에 표시된 영역을 y축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체를 나타낸다. 이 회전체를 z축에 수직인 평면 $z=k$ $(-1 \leqq k \leqq 1)$로 자른 단면을 R_k라고 할 때, R_k는 평면 $z=k$에서

$$0 \leqq y \leqq a(1-k^2-x^2)$$

을 만족하는 영역임을 알 수 있다. 그림 3에 나타난 회전체를 다시 z축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 C라고 한다.

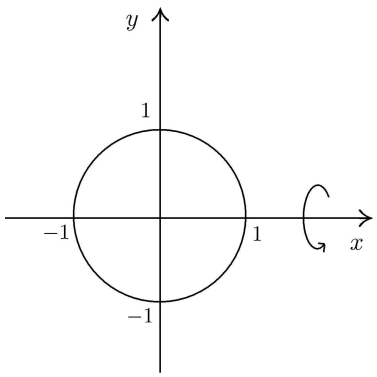


그림 1

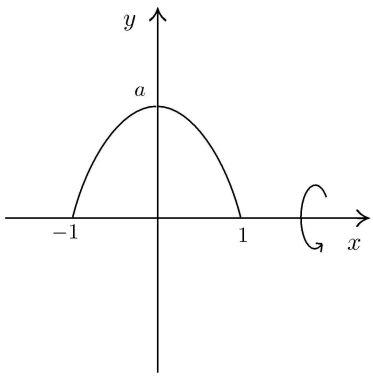


그림 2

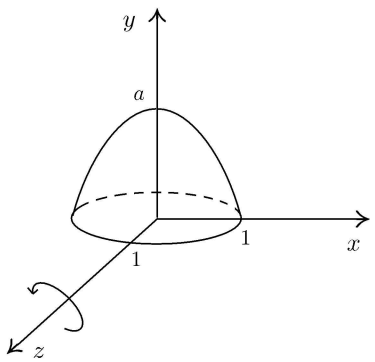


그림 3

논제 2.

(a) 점 $(0,0,k)$에서 R_k 위의 점까지 거리의 최대값을 구하시오.

(b) $\max\{A,B\} < C$를 만족하는 a의 조건을 찾으시오. 단, $\max\{A,B\}$는 A와 B의 최대값을 나타낸다.

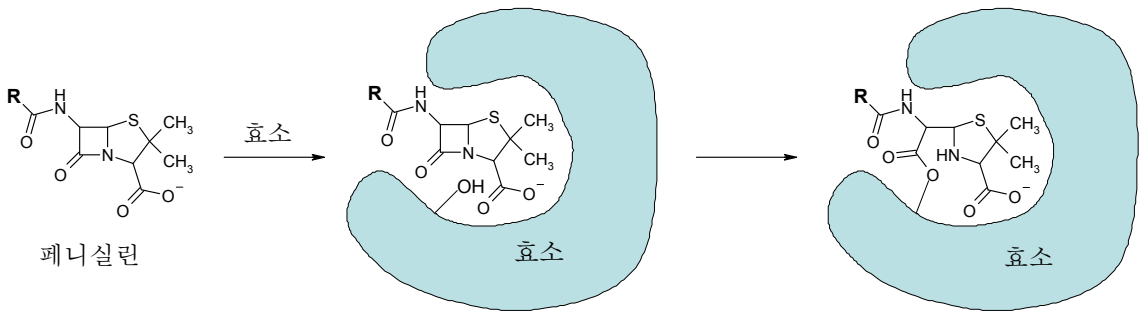
고려대학교

(다)

생명체가 물질을 합성하고 분해하는 대부분의 과정은 화학반응이다. 이러한 물질 대사 반응이 쉽게 일어날 수 있도록 촉매역할을 하는 것이 효소이며, 촉매작용과 직접적으로 연관된 자리를 효소의 활성부위라고 한다. 대부분의 효소는 단백질로 구성되어 있으며 각 효소는 특정한 물질에만 작용한다. 그러므로 물질 대사 과정에서는 각각의 반응마다 다른 종류의 효소가 필요하다. 질병치료와 통증완화에 사용되는 의약품들 중에는 효소의 활성부위에 결합하여 효소 고유의 촉매작용을 억제함으로써 약효를 발휘하는 경우가 많다.

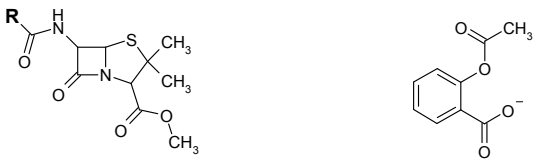
(라)

포도상 구균의 성장을 방해하는 푸른곰팡이에서 발견된 페니실린은 세균의 세포벽 합성을 방해하여 세균을 죽이는 항생제이다. 사람과 같은 고등동물의 세포에는 세포벽이 없으므로 페니실린의 영향을 받지 않는다. 그림 4와 같이 페니실린은 세균의 세포벽 합성에 관여하는 효소의 활성부위에 결합한 후, 이 효소의 촉매작용에 필수적인 −OH기와 반응하여 활성부위를 변형시킴으로써 효소의 작용을 억제한다. 현재 R기를 달리하는 여러 종류의 페니실린 화합물이 항생제로 사용되고 있다. 그러나 항생제의 사용이 늘면서 기존의 항생제에 저항성을 가지는 변형균들이 생겨났고, 이들을 죽이기 위한 새로운 항생 물질의 개발이 필요하게 되었다.



페니실린

그림 4



페니실린 메틸에스테르 아스피린

그림 5

논제 3.

(a) 통증을 느낄 때 우리 몸에서는 프로스타글랜딘이라는 화학 물질이 합성되며, 이 반응에 관여하는 효소의 작용에도 활성부위의 −OH기가 중요한 역할을 한다. 제시문 (라)를 참조하여 그림 5의 아스피린이 이 효소의 작용을 억제하는 원리를 화학반응식을 이용하여 설명하시오.

(b) 그림 5의 페니실린 메틸에스테르는 세포벽 합성 효소의 작용을 억제하지 못한다. 그 이유를 설명하시오.

(c) 페니실린에 저항성을 가지기 위해 세균 내에서 일어날 수 있는 변형들에 대하여 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논술하시오.

고려대학교

(마)

태양은 단위시간당 일정한 에너지를 빛의 형태로 사방으로 균일하게 방출한다. 지구는 태양으로부터 빛의 속도로 달려도 8분이나 걸릴 정도로 멀다. 따라서 지구에 도달한 태양광선은 거의 평행하게 진행하고, 지구 전체에 입사하는 에너지는 태양이 방출한 에너지의 극히 일부분이다.

대기와 구름의 영향을 무시하면 지구 위 어느 지점의 해수면에 단위시간, 단위면적당 입사하는 태양에너지는 태양의 고도에 의해 결정된다. 한편 태양의 고도는 그 지점의 위도와 경도, 그리고 계절과 시각에 따라 변한다. 그림 6에서는 계절에 따른 지구의 위치변화를 보여주고 있다.

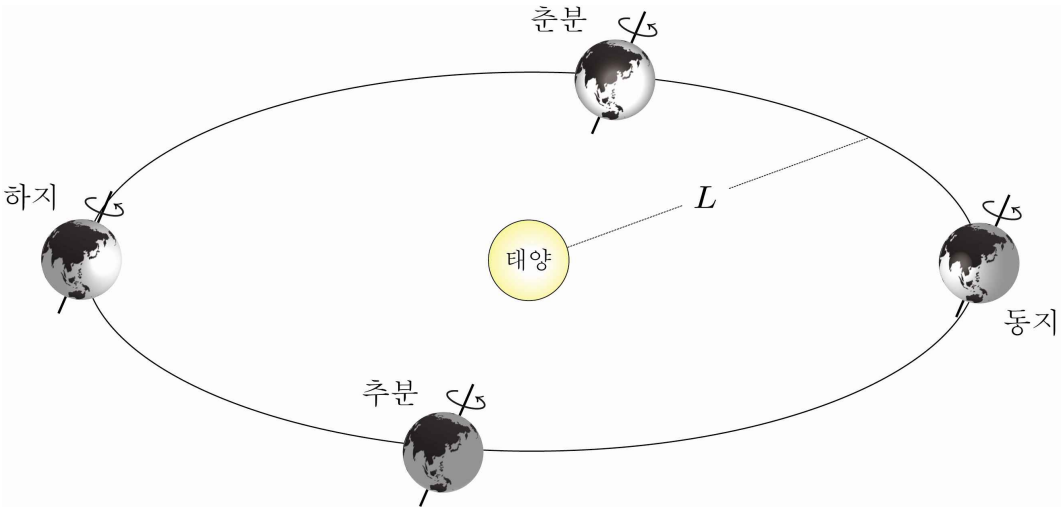


그림 6

논제 4. 제시문 (마)를 활용하여 다음 질문에 답하시오.

(a) 태양이 단위시간당 방출하는 에너지를 P라고 할 때, 단위시간동안 지구 전체에 입사하는 태양에너지를 구하시오. 지구의 반지름은 R이고, 지구의 공전궤도는 반지름이 L인 원이라고 가정한다.

(b) 금속판을 적도의 해수면에 평행하게 놓고, 광전효과를 이용해 태양에너지를 광전자의 운동에너지로 바꾸는 실험을 했다. 단위면적에 춘분 하루 동안 입사한 태양에너지를 σ라고 놓고, 단위면적의 금속판으로 생산할 수 있는 최대 운동에너지를 구하시오. 단, 태양광선은 파장이 λ인 단색광이라고 가정한다. 금속판의 일함수는 W이고, 단색광의 진동수는 금속의 문턱진동수보다 크며, 광속도는 c, 플랑크 상수는 h이다.

(c) 지구의 자전주기를 T라고 할 때, 적도에 위치한 단위면적의 해수면에 춘분 하루 동안 입사한 태양에너지 σ를 구하시오.

고려대학교

(바)

꽃은 식물의 생식 기관이다. 일반적인 꽃에는 바깥에서 안쪽 방향으로 꽃받침, 꽃잎, 수술, 암술이 자리하고 있다. 그림 7처럼 꽃을 위에서 보면 이 4개 기관들의 위치에 따라 동심원으로 구분되는 4개의 영역으로 나눌 수 있다. 영역 1, 2, 3, 4에는 각각 꽃받침, 꽃잎, 수술, 암술이 생성된다.

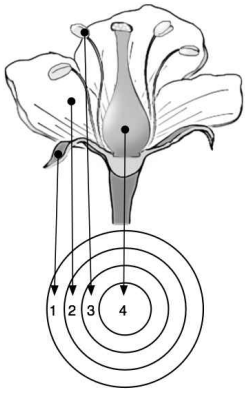


그림 7. 일반적인 꽃의 구조

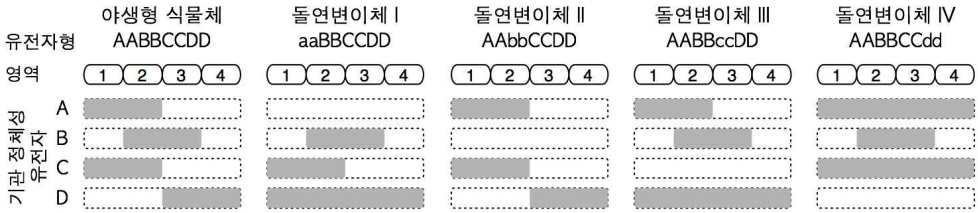


그림 8. '기관 정체성 유전자' A, B, C, D의 단백질이 꽃의 어느 영역에서 형성되는지를 단순화하여 표시한 그림. 회색으로 표시된 부분이 해당 유전자의 단백질이 형성되는 영역이다.

그림 8과 같이 꽃의 각 기관은 '기관 정체성 유전자'라는 유전자군의 상호작용에 의해서 생성된다. 이 유전자들은 나중에 생성될 기관의 정체성을 결정하는 기능을 한다. 예를 들어 어느 영역에서 꽃받침을 만드는 유전자의 단백질이 형성된다면(이 현상을 발현이라고 함), 그 영역에서 나중에 꽃받침이 생성된다. 어떤 기관은 단일 유전자에 의해 만들어지지만, 어떤 기관은 복수 유전자의 상호작용을 통해서 만들어진다. 또한, 한 유전자의 발현은 다른 유전자들의 발현 시기나 영역에 영향을 주기도 한다. 이렇듯 한 송이의 꽃을 피우기 위해서는 정교하게 조절된 여러 유전자의 상호작용이 필요하다.

기관 정체성 유전자의 돌연변이체는 일부 기관이 다른 기관으로 바뀐 표현형을 보이는 경우가 있다. 예를 들어 꽃받침이 생길 자리에 암술이 생성된다. 이런 표현형이 나타나는 이유는 꽃받침이 만들어질 영역에 암술을 만드는 기관 정체성 유전자가 발현되기 때문이다.

(사)

특정한 자원의 공급이 제한될 때는 그 자원을 공유하는 종들 사이에 경쟁이 일어난다. 이들이 서로 공존할 수 있는 한 방법은 생태계의 서로 다른 영역을 분할하여 차지하는 것이다. 예를 들어 아놀리 속의 도마뱀 7종들은 먹이 자원을 공유하지만, 한 그루의 나무 안에서도 영역을 분할하여 살고 있다. 그러나 어떤 이유로 인해 한 종의 수가 급격히 감소하면 인접한 영역에서 살고 있던 다른 종들이 자신의 영역을 넓혀서 살게 된다. 이런 개체간의 경쟁과 영역다툼은 자연 생태계에서 흔하게 일어나는 현상이며, 유전자나 생체분자 간에도 일어난다.

아미노산 트립토판을 합성하는 트립토판 합성효소는 두 개의 단위체 α와 β로 구성되어 있다. 이들 단위체는 각각의 활성부위를 가지며 서로 다른 기능을 한다. α는 인돌을 합성하고, β는 조효소 피리독살 인산과 아미노산 세린이 결합된 중간산물을 만든다. α와 β 단위체가 복합체를 이루어 협력적으로 작용하면 트립토판 합성효소는 최종산물인 트립토판을 합성할 수 있다.

고려대학교

논제 5.

(a) 기관 정체성 유전자 A, B, C, D에 의해 야생형 식물체 꽃의 각 영역에 꽃 기관이 어떻게 생성되는지 설명하고, 꽃 기관 형성을 위한 유전자들 간의 상호작용을 제시문 (바)와 (사)에 근거하여 논술하시오. 단, A, B, C, D는 서로 다른 유전자이다.

(b) 유전자형이 AABbCcdd인 돌연변이 식물체가 있다. 이 식물의 꽃에서 각 영역에 어떤 기관들이 생성될 것인지 예측하고 그 근거를 논술하시오. 단, A와 a, B와 b, C와 c, D와 d는 서로 대립관계에 있으며, 대문자는 우성, 소문자는 열성을 나타낸다. 각 대립 형질의 우열관계는 멘델의 우열의 법칙을 따른다.

※ 유의사항

1. 답안에 자신을 드러내는 표현을 하지 말 것.
2. 제시문의 문장을 그대로 옮겨 쓰지 말 것.

고려대학교