논 술 (자연계)

(가)

화석 연료는 현대사회의 가장 중요한 에너지원이다. 우리가 생활하는데 필요한 에너지의 90% 이상은 탄소 화합물로 이루어진 화석 연료에서 얻는데, 석유, 천연 가스 및 석탄 등이 이에 해당한다. 원유는 과거 바다에 살던 생물들이 죽어 땅속에 묻힌 다음 오랜 기간 동안 분해되어 만들어진 물질로, 대부분 가스 성분과 함께 땅속에 매장되어 있다. 땅속에서 채취한 원유는 분별 증류와 복잡한 분리 과정을 거쳐 여러 가지 유용한 물질로 나뉘는데, 액화 석유 가스(LPG), 휘발유, 경유 등이 원유로부터 얻는 대표적인 연료이다. 프로판과 부탄이 주성분인 LPG는 연소될 때 발열량이 클 뿐 아니라 이산화탄소와 물 이외에 다른 오염 물질을 방출하지 않는 장점이 있으므로 가정용 연료나 택시의 연료로 많이 쓰인다. 휘발유는 원유의 성분 중 가장 널리 알려진 연료로서 주로 자동차의 연료로 이용되고, 경유는 공장의 연료와 디젤엔진의 연료로 많이 이용된다.

(나)

2008년 1월 초 국제 원유가는 배럴당 100달러에 육박하고 있다. 이러한 상황에서 친환경적인 대체 에너지에 대한 사회 경제적 요구가 높아지고 있다. 사탕수수, 밀, 옥수수 등 바이오매스를 이용하여 생산한 바이오에탄올은 기존의 화석 연료와 비교할 때 재생이 가능하고 고갈될 걱정이 없는 등 다양한 장점 때문에 이미 대체 에너지로 사용되고 있다. 바이오에탄올 생산 공정은 다음과 같다. 관련 작물을 물리 화학적 처리 등을 거쳐 이당류인 설탕(그림 1)으로 분해하고, 그 설탕을 인버타아제 효소 존재 하에서 가수 분해 반응으로 탄소가 6개인 단당류들로 만든 후, 치마아제 효소를 이용한 에탄올 발효과정을 통해 이산화탄소를 발생시키면서 에탄올을 생산한다. 무색 액체인 에탄올은 생분해성이 있고, 독성이 낮으며, 유출될 경우 원유와 달리 환경오염을 유발하지 않는다.

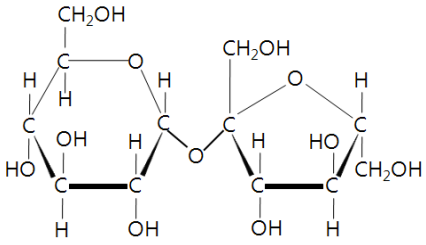


그림 1

뒷장에 계속 ☞

(다)

최근 태안반도 인근 해역에서 원유유출 사고가 발생했다. 이 사고로 1.5만 톤 정도의 원유가 제한된 해역에 한꺼번에 배출되어 심각한 해양오염을 야기했다. 1950년대 이후 세계적으로 석유의 해상수송이 증대됨에 따라 사고에 의한 원유유출 가능성이 높아지고 있다. 매년 해양으로 유입되는 기름은 약 300만 톤 정도이며, 이 중 유조선 사고에 의한 양이 40만 톤 정도인 것으로 알려져 있다. 이번에 태안반도 근처에서 유출된 원유의 양은 매년 해양에 유입되는 양에 비해 미미하지만, 인근 해역의 해양생물에 미치는 피해는 심각한 수준이다. 만약 이번에 유출된 원유가 전 세계의 해양에 희석될 수 있었다면 피해는 크지 않았을 것이다.

(라)

ABO식 혈액형 중 O형 혈액은 다른 혈액형과는 달리 누구에게나 수혈이 가능한가?

이 질문에 답하기 위해, 한 통에는 O형 혈액 1리터, 다른 한 통에는 AB형 혈액 1리터를 넣은 뒤, AB형 혈액을 O형 혈액이 있는 통에 모두 넣었다. O형에게 AB형을 넣었으므로 당연히 응집 반응이 일어날 것이다. 반대로 O형 혈액을 AB형 혈액이 있는 통에 모두 넣는 경우를 생각해 보자. 위의 질문에 대한 답이 '예'라면, O형 혈액을 AB형에게 수혈한 경우와 같으므로 응집반응이 없어야 할 것이다. 그러나 두 실험은 모두 같은 정도의 응집반응을 나타내므로, O형 혈액을 누구에게나 수혈할 수 있는 것이 아니라는 것을 알 수 있다.

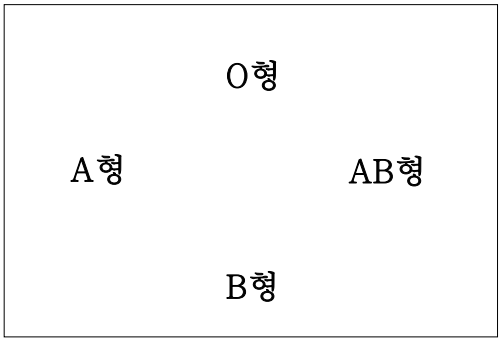
원칙적으로 수혈은 같은 혈액형 사이에서 이루어져야 한다. 좀 더 정확히 말하면, 양쪽 혈액의 혈구와 혈청을 분리하여 서로 교차반응을 시킨 뒤 적혈구 막에 있는 응집원과 혈청에 있는 응집소가 응집반응을 일으키지 않을 때에만 수혈을 할 수 있다. 만일 혈액형이 맞지 않아 응집반응이 심하게 일어나면 생명이 위태롭기 때문이다. 그러나 위급한 상황이거나 혈액의 공급이 원활하지 않으면 수혈하는 혈액이 소량이라는 가정 하에 혈액형을 무시하고 수혈하는 경우도 있다.

ABO식 혈액형과는 달리, Rh식 혈액형의 경우에는 적혈구 막에 Rh 응집원이 있는 Rh^{+}형은 물론 응집원이 없는 Rh^{-}형도 혈청에 응집소를 가지고 있지 않다. 그러나 특이한 경우 Rh 응집소가 생성될 수 있다.

뒷장에 계속 ☞

1. 제시문 (나)에 기술된 이당류인 설탕이 에탄올로 분해되는 화학 반응 과정을 구조식을 사용하여 설명하시오 (단, 기체 분자는 화학식으로 표시할 것). 또한 제시문 (가)에 근거하여, 에탄올이 연료로 사용될 수 있는 이유를 화학 반응식과 에너지 보존 법칙을 써서 설명하시오.

2. 제시문 (라)를 읽고, 답안지에 아래 상자를 옮겨 그린 후 서로 다른 혈액형끼리 소량 수혈이 가능한 경우를 화살표로 표시하시오. 그리고 이 화살표 방향이 가능한 이유와 그 역방향은 소량 수혈이라도 불가능한 이유를 제시문 (다)를 이용하여 각각 설명하시오. 또한 사람에게 Rh 응집소가 생성될 수 있는 상황을 두 가지 쓰고 설명하시오.



뒷장에 계속 ☞

(마)

물체가 진행 방향으로 일정한 힘을 받으면서 이동한 경우, 힘이 물체에 한 일은 힘과 이동거리의 곱으로 주어진다. 이때 힘의 크기가 일정하지 않으면 힘이 물체에 한 일은 힘-이동거리 그래프에서 힘 함수의 그래프와 이동거리를 나타내는 x축 사이의 넓이가 된다.

(바)

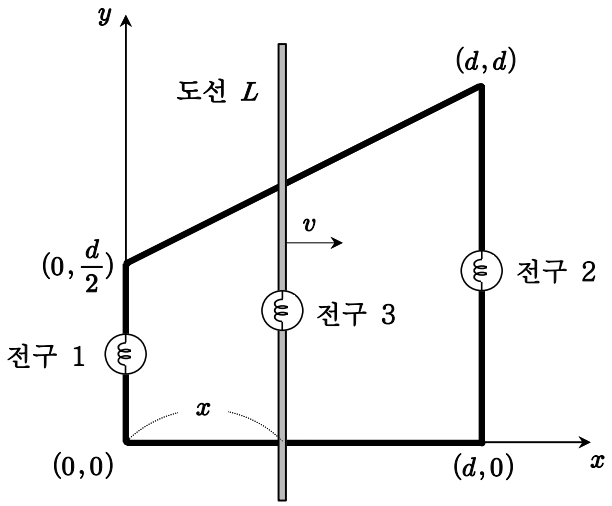


그림 2

균일한 자기장 B가 존재하는 xy 평면에 그림 2와 같이 사다리꼴의 회로가 놓여 있다. 자기장의 방향은 xy 평면을 향해 수직으로 들어가고, 사다리꼴의 꼭지점 좌표는 $(0,0)$, $(d,0)$, (d,d), $(0,\frac{d}{2})$ 이다. 이때 도선 L이 y 축과 평행을 유지하면서 회로의 왼쪽에서 오른쪽으로 통과한다. y 축과 평행한 두 변과 도선 L에는 각각 저항값이 R인 전구가 연결되어 있다. 도선 L이 균일한 속도 v로 진행하도록 위치 x마다 적절한 힘 $f(x)$를 가했다. 에너지 보존 법칙에 의거하면 힘 $f(x)$가 한 일은 세 전구에서 방출된 모든 에너지의 합과 동일하다.

단, 전구는 빛의 형태로만 에너지를 방출한다고 가정한다. 모든 도선은 저항이 없고 접촉면의 마찰이 없으며, 회로와 도선 L이 겹쳐질 경우 전류가 흐를 수 있다.

3. 제시문 (바)의 힘 $f(x)$의 방향과 크기를 구하고, 도선 L이 회로를 통과하는 동안 세 전구의 밝기가 어떻게 변화하는가를 설명하시오. 그리고 제시문 (마)와 (바)를 활용하여 세 전구에서 방출된 모든 에너지의 합을 구하시오.

뒷장에 계속 ☞

(사)

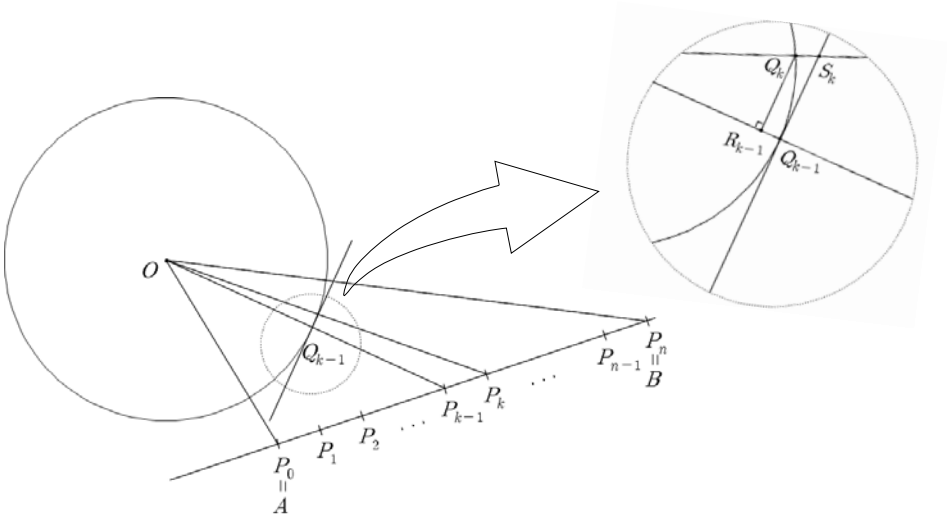


그림 3

그림 3과 같이 좌표평면 위에 원점 O를 중심으로 하고 반지름이 1인 원이 있다. 이 원의 바깥쪽에 있는 두 점 $A(x_1, y_1)$와 $B(x_2, y_2)$가 $\frac{\pi}{2} < \angle OAB < \pi$를 만족한다. 선분 AB를 n등분하는 점들을 $P_1, P_2, \cdots, P_{n-1}$이라 하고 $P_0 = A$, $P_n = B$라 하자. 이 원이 선분 OP_{k-1}과 만나는 점을 Q_{k-1}이라 하고 선분 OP_k와 만나는 점을 Q_k라 하자. Q_{k-1}에서 원에 접하는 직선이 선분 OP_k와 만나는 점을 S_k라 하고, Q_k에서 선분 OP_{k-1}에 내린 수선의 발을 R_{k-1}이라 하면 호의 길이 $\overset{\frown}{Q_{k-1}Q_k}$는

$$\overline{R_{k-1}Q_k} \leqq \overset{\frown}{Q_{k-1}Q_k} \leqq \overline{Q_{k-1}S_k} \quad (k = 1, 2, \cdots, n) \tag{1}$$

를 만족한다. 원점 O와 직선 AB 사이의 거리를 d라 할 때

$$d = \frac{|x_1 y_2 - x_2 y_1|}{\overline{AB}} \tag{2}$$

이다. 따라서

$$\sin(\angle OP_{k-1}A) = \frac{|x_1 y_2 - x_2 y_1|}{\overline{AB}\ \overline{OP_{k-1}}} \quad (k = 1, 2, \cdots, n) \tag{3}$$

이다. (1)과 (3)을 이용하면 다음 성질도 성립함을 보일 수 있다.

$$\angle AOB = \int_0^1 \frac{|x_1 y_2 - x_2 y_1|}{\{x_1 + t(x_2 - x_1)\}^2 + \{y_1 + t(y_2 - y_1)\}^2}\, dt \tag{4}$$

4. 제시문 (사)의 (2)와 (4)가 성립함을 설명하시오.

뒷장에 계속 ☞

(아)

그림 4와 같이 평면 α위에 있지 않은 한 점 $P(l,m,n)$를 지나는 직선이 평면 α와 원점 O에서 수직으로 만난다. 점 P의 좌표 l,m,n은 모두 자연수이다. 평면 α로 나누어지는 공간의 부분 중 점 P를 포함하는 부분을 V라 하고 V는 평면 α위의 점들을 포함하지 않는다고 하자. V에 속하는 점들 중 좌표의 성분이 모두 정수인 점들의 집합을 S라 하고 Q를 S에 속하는 한 점이라 할 때 다음의 정리가 성립한다.

[정리 1] S에 속하는 모든 점 R이 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ} \leqq \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OR}$를 만족하면 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$는 l의 약수이다.

[정리 2] S에 속하는 모든 점 R이 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ} \leqq \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OR}$를 만족하면 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$는 l,m,n의 최대공약수이다.

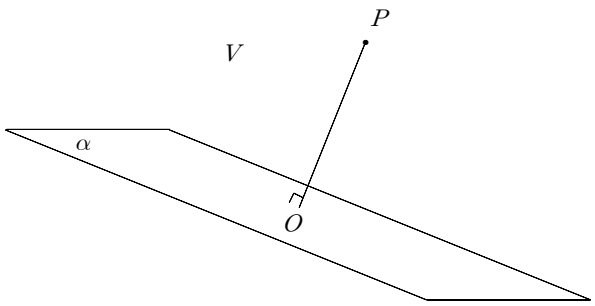


그림 4

5. 대우를 이용하여 제시문 (아)의 [정리 1]이 성립함을 보이고, [정리 1]을 이용하여 [정리 2]가 성립함을 설명하시오.

<유의 사항>

1. 답안에 자신을 드러내는 표현을 쓰지 말 것.
2. 답안은 해당 문항의 답안지 번호에 맞게 쓸 것.
3. 답안지에 답안과 무관한 내용을 표기하지 말 것.