2027학년도 수시모집 논술전형

모의 논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 : 2시간]

모집단위	학부·과	수험번호		성 명	

【 수험생 유의사항 】

1. 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
2. 문제지와 답안지의 문제번호가 일치하는지 반드시 확인할 것(불일치 시 0점 처리).
3. 풀이과정을 반드시 기술할 것. 기술의 형식과 내용은 평가의 주요 요소임.

서울시립대학교
UNIVERSITY OF SEOUL

[문제 1] (총 85점)

실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=3^{3x}+3^{-3x}-3(3^{2x}+3^{-2x})-2(3^{1+x}+3^{1-x})+a \quad (x \geq 0)$$

라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(a) 함수 $f(x)$가 최소가 되도록 하는 x의 값을 모두 구하여라. (30점)

(b) 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 한 점에서만 만나도록 하는 a의 값을 모두 구하여라. (55점)

[문제 2] (총 95점)

점 $\mathrm{P}(\alpha,\beta)$를 지나는 두 직선이 포물선 $y^2=4x$ 위의 서로 다른 두 점 Q, R에서 각각 접한다.

(a) 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{PR}}$의 내적을 α와 β에 대한 식으로 표현하여라. (70점)

(b) $\angle \mathrm{QPR}$가 직각이 되는 점 P를 모두 구하여라. (25점)

[문제 3] (총 105점)

다음 물음에 답하여라.

(a) 모든 실수 x에 대하여 부등식 $\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}$이 성립함을 보여라. (35점)

(b) 곡선 $y = \cos x \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$와 x축으로 둘러싸인 영역(경계 포함)을 S라 하자. 영역 S에 포함되는 원의 반지름의 길이의 최댓값을 구하여라. (70점)

[문제 4] (총 115점)

4 이상의 자연수 n에 대하여 $1, 2, \cdots, n$ 중 서로 다른 네 수를 임의로 선택한 후, 두 개씩 두 묶음으로 나누어 각 묶음의 합을 서로 같게 만들 수 있을 때, 이 선택을 균형 선택이라고 하자.

(a) 네 수를 임의로 고르는 선택이 균형 선택일 확률을 구하여라. (55점)

(b) 네 수를 임의로 고르는 선택이 균형 선택인 경우, 그 네 수 중에서 두 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수가 연속한 자연수일 확률을 구하여라. (60점)