2027학년도 모의논술

논술시험(수리형)

□ 답안작성 유의사항

가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다.)

나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.

다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.

라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.

마. 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·샤프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)

바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.

사. 답안지 전면 상단에 본인의 인적사항(모집단위, 수험번호, 성명 등)을 기재하고, 감독위원의 확인을 받아야 합니다.



성균관대학교
SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

논술시험 (수리형)

[문제 1]

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제 1-ⅰ] ~ [문제 1-ⅲ]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (30점)

<제시문1>

사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$이다.

<제시문2>

자연수의 거듭제곱의 합은 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$
$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$$

<제시문3>

좌표평면 위에 직선 ℓ이 놓여있다. 여기에 추가로 3 이상인 자연수 n에 대해 서로 다른 n개의 직선을 좌표평면 위에 그리자. 단, 이 $n+1$개의 직선 중 어느 3 개의 직선도 한 개의 점을 동시에 지나지 않는다. 이 $n+1$개의 서로 다른 직선이 만나는 교점을 세 꼭짓점으로 하는 크고 작은 삼각형 여러 개를 만들 수 있다. 이때, 만들 수 있는 크고 작은 삼각형 중에서 한 변이 직선 ℓ 위에 놓여 있는 정삼각형의 최대 개수를 a_n, 그 다음으로 가능한 최대 개수를 b_n이라고 하자. 예를 들어, $n=3$일 때, $a_3=2$이고 $b_3=1$이다.

[문제 1-ⅰ] <제시문3>에서 $\sum_{n=3}^{50} a_n$의 값을 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 1-ⅱ] <제시문3>에서 $\sum_{n=3}^{50} b_n$의 값을 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 1-ⅲ] <제시문3>에서 $\sum_{n=3}^{N} \log_2 a_n \le \log_2 9 + \sum_{n=3}^{N} \log_2 b_n$을 만족하는 3 이상인 자연수 N의 개수를 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

논술시험 (수리형)

[문제 2]

다음 <제시문1> ~ <제시문4>를 읽고 [문제 2-ⅰ] ~ [문제 2-ⅳ]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (40점)

<제시문1>

함수 $F(x)$는 다음과 같이 정의되고, 모든 실수 x에 대하여 $F(x+1)=F(x)$를 만족한다.

$$F(x)=\begin{cases} -2x^2+x & \left(0\le x\le \frac{1}{2}\right) \\ 2x^2-3x+1 & \left(\frac{1}{2}\le x<1\right) \end{cases}$$

<제시문2>

좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(0,-1)$와 $\mathrm{B}(3,-5)$에 대해, <제시문1>의 곡선 $y=F(x)$ 위의 점 $\mathrm{C}(c,F(c))$에서 그은 접선이 직선 AB와 만나는 점을 D라 한다.

<제시문3>

임의의 실수 x에 대하여 $x=n+u$ (n은 정수, $0\le u<1$)라 하면, <제시문1>에서 다음을 얻는다.

$$F'(x)=\begin{cases} -4u+1 & \left(0\le u\le \frac{1}{2}\right) \\ 4u-3 & \left(\frac{1}{2}\le u<1\right) \end{cases}$$

<제시문4>

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a)$와 $f(b)$의 값이 서로 다른 부호를 가지면, 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a,b)에서 적어도 하나의 해를 가진다.

[문제 2-ⅰ] 직선 AB의 방정식을 구하고, 곡선 $y=F(x)$ 위의 점 C를 택할 때마다 점 D가 항상 유일하게 존재함을 보이시오. 또한 $\mathrm{C}(n,0)$(n은 정수)일 때, 점 D의 좌표를 n에 관한 식으로 나타내고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2-ⅱ] x좌표가 0 이상 2027 이하인 점 C에 대하여 점 D가 선분 AB를 2:1로 외분한다고 할 때, 가능한 점 C의 개수를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2-ⅲ] 점 C가 점 $(0,F(0))$부터 점 $(2027,F(2027))$까지 곡선 $y=F(x)$ 위를 움직일 때, 점 D가 나타내는 도형은 선분이다. 이때 이 선분의 길이를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2-ⅳ] 점 C가 점 $(0,F(0))$부터 점 $(2027,F(2027))$까지 곡선 $y=F(x)$ 위를 움직일 때, 선분 CD가 나타내는 도형의 넓이를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

논술시험 (수리형)

[문제 3]

다음 <제시문1>과 <제시문2>를 읽고 [문제 3-ⅰ] ~ [문제 3-ⅲ]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (30점)

<제시문1>

수직선에서 0 이상인 부분을 길이가 $\frac{1}{3}$인 구간들로 다음과 같이 나눈다.

$$\left[0, \frac{1}{3}\right), \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left[\frac{2}{3}, 1\right), \left[1, \frac{4}{3}\right), \left[\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right), \left[\frac{5}{3}, 2\right), \ \cdots$$

처음 6개의 구간에 차례로 $\boxed{1}$번부터 $\boxed{6}$번까지 번호를 붙이고, 그 이후에도 같은 순서로 번호를 반복하여 붙인다. 즉, $\boxed{6}$번 다음 구간에는 다시 $\boxed{1}$번을 붙이고, 그 다음 구간에는 $\boxed{2}$번을 붙이는 식으로 계속한다.

<제시문2>

자연수 k에 대하여 다음과 같이 수열을 정의하자.

$$a_n = \sqrt{n^2 + kn}, \ (500 \le n \le 2027)$$

[문제 3-ⅰ] $k=21$일 때 <제시문2>의 수열 $a_n = \sqrt{n^2 + 21n}$을 생각하자. a_{500}과 a_{2027}이 각각 <제시문1>의 6개의 구간 $\boxed{1}$번부터 $\boxed{6}$번 중에서 몇 번 구간에 들어가는지 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 3-ⅱ] $k=41$일 때 <제시문2>의 수열 $a_n = \sqrt{n^2 + 41n}$의 항 중에서 <제시문1>의 $\boxed{5}$번 구간들에 들어가는 항의 개수를 구하고 그 이유를 논하시오. (단, $500 \le n \le 2027$) (10점)

[문제 3-ⅲ] 자연수 k에 대하여 <제시문2>의 수열 $a_n = \sqrt{n^2 + kn}$의 항 중에서 <제시문1>의 $\boxed{3}$번 구간들에 들어가는 항의 개수를 A_k라 할 때,

$$\sum_{m=5}^{10} \left(A_{4m+1} + A_{4m+2} + A_{4m+3}\right)$$

의 값을 구하고 그 이유를 논하시오. (단, $500 \le n \le 2027$) (10점)

Memo..


1398
성균관대학교
SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY